استخدام التكميم الثاني لدراسة تشتت مجموعة جسيمات غير نسبية

الدكتور حسن سلمان
استاذ مساعد في كلية العلوم
جامعة تشرين

تعتبر نظرية التشتت فرعا هاما من فروع الفيزياء المجهرية بصورة عامة ٠ وقد تم في هذا المقال حساب العناصر المصفوفية لمصفوفة التشتت S (او المصفوفة T) باعتبار أن كمون التفاعل هو حد اضطرابي بالمقارنة مع مؤثر الطاقة الحركية H_0 ، وأن هذا الكمون مؤلف من مجموعة حدود تجاوبيه من النوع V_{ij} ، وقد استنتجت صيغة مناسبة للحسابات في ثلاث حالات ، باستخدام مبادىء التكميم الثاني .

١ – مقدمة :

لتكن جملة كوانتيه موصوفة بتابع موجي Ψ وليكن H مؤثر هاملتون لها ٠ ان معارلة شرودينغر لهذه الجملة هي :

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t} = H\Psi(x,t) \qquad (1)$$

حيث تمثل x كل الاحداثيات و t الزمن ٠

ويمكن معرفة التابع الموجي $\Psi(x,t)$ في أي لحظة اذا علمت قيمته في لحظة ما t_0 أي $\Psi(x,t_0)$ ولهذا لابد من معرفة H وحل المعادلة السابقة طبقا للشروط الابتدائية ، الا أنه يمكن معرفة تغير التابع الموجي مع الزمن بواسطة مؤثر $U(t,t_0)$ إذا علم التابع $\Psi(x,t_0)$ في لحظة ما t_0 وذلك طبقا للعلاقة :

$$\Psi(x,t) = U(t,t_0)\,\Psi(x,t_0) \qquad (2)$$

فاذا بدلنا Ψ بقيمتها في (1) فإننا نجد المعادلة التالية التي يحققها المؤثر U

$$i\hbar \frac{\partial U(t,t_0)}{\partial t} = H\,U(t,t_0)$$

ومنه :

$$U(t) = e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} \qquad (3)$$

ومن الواضح أن المؤثر U هو مؤثر واحدي ، وهذا ناتج عن قانون مصونية نظم التابع ψ حيث ان :

$$\int \psi^*(x,t_0)\,\psi(x,t_0)\,dx = \int \psi^*(x,t)\,\psi(x,t)\,dx =$$

$$= \int U^+\,\psi^*(x,t_0)\,U\psi(x,t_0)\,dx = \int \psi\,(U^+U\psi)^*\,dx = 1$$

ويستفاد من هذه الطريقة لحساب التابع $\psi(x,t)$ في نظرية التشتت Scattering Theory حيث يؤخذ بدلا من المؤثر $U(t,t_0)$ المصفوفة S المعرفة طبقا للعلاقة :

$$S = \lim_{\substack{t_0 \to -\infty \\ t \to \infty}} U(t,t_0) \qquad (4)$$

وتكون العلاقة بين التابع الموجي في بداية التفاعل ($t_0 = -\infty$) وبين التابع الموجي في نهاية التفاعل $(t = +\infty)$ بالشكل :

$$\psi(+\infty) = S\,\psi_a(-\infty) \qquad (5)$$

مع العلم أن a هي مجموعة الاعداد الكوانتية التي تعين حالة الجملة الكوانتية الموصوفة بالتابع $\psi(-\infty)$

ب ـ المصفوفة S ونظرية الاضطراب

لتكن جملة كوانتية موصوفة بتابع $\psi(x,t)$ يحقق المعادلة (1) ولنفرض أنه يمكن تقسيم المؤثر H الى قسمين H_0 و V بحيث يكون :

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V} \qquad (6)$$

ولكي نجد التابع الموجي الذي يصف هذه الجملة من المفيد الانتقال الى مايسمى تمثيل التفاعل (Intraction representation) فنفرض تابعا جديدا $\Phi(x,t)$ طبقا للعلاقة :

$$\Phi(x,t) = e^{\frac{i}{\hbar}H_0 t}\,\psi(x,t) \qquad (7)$$

ويستعين أي مؤثر $\hat{F}$ في هذا التمثيل بالشكل التالي

$$F_I = e^{\frac{i}{\hbar}H_0 t}\hat{F}\, e^{-\frac{i}{\hbar}H_0 t} \qquad (8)$$

لنبحث عن المعادلة التي يحققها $\phi(x,t)$ ولهذا نبدل $\Psi(x,t)$ بقيمتها من (7) في (1) حيث نجد أخيرا :

$$i\hbar\frac{\partial \phi(x,t)}{\partial t} = e^{\frac{i}{\hbar}H_0 t}\, V\, e^{-\frac{i}{\hbar}H_0 t}\phi(x,t) =$$

$$V_I\,\phi(x,t) = V(t)\,\phi(x,t) \qquad (9)$$

ومن الواضح أن حساب التابع $\phi(x,t)$ يؤدي الى معرفة التابع $\Psi(x,t)$ الـذي يصف الجملة التي تحقق المعادلة (1) وسنبحث عن $\phi(x,t)$ بواسطة المؤثر $U(t,t_0)$ طبقا ل (2) فنفرض :

$$\phi(x,t) = \hat{U}(t,t_0)\,\phi(x,t_0) \qquad (10)$$

وأخيرا لكي نجد المعادلة التي يحققها المؤثـر $U(t,t_0)$ نبدل ϕ بقيمتها من (10) في (9) فنجـد :

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}U(t,t_0)\Psi(x,t_0) = V(t)\,U(t,t_0)\Psi(x,t_0)$$

ومنه :

$$i\hbar\frac{\partial U(t,t_0)}{\partial t} = V(t)\,U(t,t_0) \qquad (11)$$

مع العلم أن :

$$\hat{U}(t_0,t_0) = 1 \qquad (12)$$

هكذا نرى أن حل المعادلة (11) يؤدي الى حساب الموثـر U الذي يـؤدي . . . بدوره الى حساب التابـع $\phi(x,t)$ طبقا للعلاقة (10) ومن ثم الى حساب التابـع Ψ طبقا لـ (7) ، أما التابع $\phi(x,t)$ الوارد في (10) فهـو مجرد تابع مساعد يصف الجملة في لحظة ما t_0 قبل بدء التشتت ، ويمكن أن يـؤخـذ بشكل جداء من مجموعة أمواج مستوية من الشكل

$$\Psi_i(k_i) = \frac{e^{i\vec{k}_i\cdot\vec{r}_i}}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \qquad (13)$$

لحل المعادلة (11) نحولها الى معادلة تكاملية ونحلها بطريقة التقريبات المتتاليـة ، فمن (11) و (12) نجـد

$$U(t,t_0) = 1 - \frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t} dt'\, V(t')\, U(t',t_0) \qquad (t > t') \qquad (14)$$

ولمعرفة $U(t',t_0)$ يمكن أن نستفيد من نفس العلاقة السابقة وذلك باستكمالها قبل لحظه سابقة t'' وهكذا حتى نصل الى $t_0 = -\infty$ . . . . . .

وعندئذ نجد :

$$U(t,-\infty) = 1 - \frac{i}{\hbar}\int_{-\infty}^{t} dt_1\, V'(t_1) + \left(-\frac{i}{\hbar}\right)^2\int_{-\infty}^{t} dt_1\int_{-\infty}^{t} dt_2\, V'(t_1)\, V'(t_2) + \dots \qquad (15)$$

ان الحد العام لهذه السلسلة هو :

$$U^{(n)} = \left(-\frac{i}{\hbar}\right)^n \int_{-\infty}^{t} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt \dots \int_{-\infty}^{t_{n-1}} V(t_1)\, V(t_2) \dots V(t_n)\, dt_n \qquad (16)$$

وبناء عليه يمكن وضع $U(t,t_0)$ بالشكل :

$$U(t,t_0) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{i}{\hbar}\right)^n \int_{t_0}^{t_1} dt_1 \dots \int_{t_0}^{t_{n-1}} dt_n\, V(t_1) \dots V(t_n) \qquad (17)$$

مع العلم أن

$$t_1 > t_2 > t_3 > \dots > t_n$$

هذاوترتبط المصفوفة S . مع $U(t,t_0)$ ، طبقا للمعادلة (4) ،

بالعلاقة :

$$S = \lim_{\substack{t \to +\infty \\ t_0 \to -\infty}} U(t,t_0) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{i}{\hbar}\right)^n \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \dots \int_{-\infty}^{t_{n-1}} dt_n\, V(t_n) \qquad (18)$$

ولكي نتخلص من العدد 1 الموجود في الطرف الأيمن ، كثيرا ما نستخدم بدلا من المؤشر المصفوفة S مؤشرا آخر T طبقا للعلاقة :

$$T = S - 1 \qquad (19)$$

واذا استفدنا من العلاقة التالية المعروفة في أبحاث التكاملات المحدودة :

$$\int_a^b dt_1 \int_a^{t_1} dt_2 \ldots\ldots \int_a^{t_{n-1}} dt_n f(t_1, t_2 \ldots t_n) =$$

$$= \frac{1}{n!} \int_a^b dt_1 \int_a^b dt_2 \ldots \int_a^b dt_n f(t_1, t_2 \ldots \ldots t_n) \quad (20)$$

وكذلك من مؤثـر الترتيب الزمني P (chronological operator) الـذي يرتب مايليه طبقا لترتيبه الزمني فاننا نضـع T أخيرا بالشكل

$$T = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{-i}{\hbar}\right)^n \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \ldots \int_{-\infty}^{+\infty} dt_n \, P\{V(t_1) \ldots V(t_n)\} \quad (21)$$

وقد نجـد صيغـه ثانية للمؤثـر S عند بعض المؤلفيـن[1] حيث يعبر عنه بالشكل التالي:

$$S = \lim_{\substack{t \to \infty \\ t_0 \to -\infty}} U(t_0, t) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{i}{\hbar}\right)^n \frac{1}{n!} \int_{-\infty}^{t} dt_1 \ldots \int_{-\infty}^{t} dt_n \times$$

$$\times P\{V(t_1) \ldots V(t_n)\} \quad (22)$$

ومن الواضح أن S المعبر عنه بالصيغـة السابقة هو منشور المقدار $e^{-\frac{i}{\hbar}\int V(t)\,dt}$ مضروبا بالمؤثـر P أي أن :

$$S = P \exp\left\{ -\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} V(t)\, dt \right\} \quad (23)$$

حساب T بالاستـفاد الى مبادىء التكميم الثاني :

من المعلوم أنه يرمز للتابع الموجي لمجموعة بوزونات عددها N طبقا لمبادىء التكميم الثاني بالشكل [3 ، 2]

$$|\Psi\rangle = |k_1(n_1), k_2(n_2) \ldots\ldots k_i(n_i)\rangle \quad (24)$$

حيث n_i هو رقم الاشغال (مع العلـم أن هذا الرقم غير محدد للبوزونات،وهو يساوي الصفر، أو 1 للفيرميـونات) وعندئذ يعرف مؤثـر الفنـاء $a(P_i)$ بالشكل :

$$a(P_i)|k_1(n_1), k_2(n_2) \ldots k_i(n_i)\rangle = \sqrt{n_i}\,|k_1(n_1) \ldots\ldots k_i(n_i-1)\rangle \quad (25)$$

أمـّـا مؤثـر الخلق فيعرف بالشكل :

$$a^{+}(p_i)\,|k_1(n_1)\ldots k_i(n_i)\rangle = \sqrt{n_i+1}\;|k_1(n_1)\ldots k_i(n_i+1)\rangle \tag{26}$$

والمؤثـران a و a^{+} يحققان العلاقـة :

$$\left[a_i(k_i),\, a_j(k_j)\right] = \delta_{ij}\,\delta_{k_i k_j} \tag{27}$$

وعند دراسة الفيرميونات يجب تبديل المبدل السابق باللامبـدل (anticommutator) أي أن :

$$\left[a_i(k_i),\, a_j(k_j)\right]_{+} = \delta_{ij}\,\delta_{k_i k_j}$$

أمامؤثرا الخلق والفنـاء المتعلقان بالزمن فيعرفان بالعلاقتين :

$$\left.\begin{aligned} a_i^{+}(k_i,t) &= a_i(k_i)\,e^{iE_k t} \\ a_i(k_i,t) &= a_i(k_i)\,e^{-iE_k t} \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

ويعبر المؤثـر الخاص بجسم واحـد طبقا لمبادىء التكميم الثاني بالعلاقة [5،4]

$$f = \sum_{i,j} \langle \psi_i | f | \psi_j \rangle\, a_i^{+} a_j \tag{29}$$

حيث $|\psi_i\rangle$ هو التابـع الموجي الذي يصف الجسيم في الحالة i

أما مؤثر التفاعل $\hat{V}_{ij}$ بين الجسيمين i و j فيعبر عنه بالشكل

$$V_{ij} = \sum_{k_i k_j k_i' k_j'} a^{+}(k_i)\,a^{+}(k_j)\,V_{ij}(k_{ij}, k_{ij}')\,a_i(k_i')\,a_j(k_j') \tag{30}$$

حيث k_{ij} هو المتجه الموجي النسبي للجسيمين وهو يسـاوي :

$$\vec{k}_{ij} = \frac{m_j \vec{k}_j - m_i \vec{k}_i}{m_i + m_j}$$

أما $V_{ij}(k_i, k_j)$ فهو نموذج فوريه للكمون $V(r_{ij})$ الذي يعطي بالعلاقة :

$$V(k_{ij}, k'_{ij}) = \int \frac{d\vec{r}_{ij}}{(2\pi)^3} V(r_{ij}) e^{(k_{ij} - k'_{ij}) r_{ij}} \delta(k_i + k_j - k'_i - k'_j) \quad (31)$$

ولكي نستفيد مما سبق في نظرية التشتت نفرض مجموعة N من الجسيمات،ليس لها سبين ، مؤثر هاملتون لها :

$$H = H_0 + V \quad (32)$$

حيث H_0 هو مؤثر الطاقة الحركية لهذه الجسيمات أما V فهو مؤثر الكمون الذي سنعتبره مؤلفاً من مجموعة حدود يمثل كل منها التفاعل الثنائي بين جسيمين [8 ، 5] أي أن

$$V = \sum_{ij} V_{ij}$$

لنحسب المؤثر T طبقا للعلاقة (21) التي يكون فيها $V(t) = \sum_{ij} V_{ij}(t)$ حيث

$$V_{ij}(t) = \sum_{p_i p_j p'_i p'_j} a^+(p_i, t)\, a^+_j(p_j, t)\, V_{ij}(p_{ij}, p'_{ij})\, a_i(p'_i, t)\, a_j(p'_j, t) \quad (34)$$

مع العلم أن $V_{ij}(p_{ij}, p'_{ij})$ هو نموذج فوريه للكمون $V(r_{ij})$ أي أن

$$V_{ij}(p_{ij}, p'_{ij}) = \int \frac{dr_{ij}}{(2\pi)^3} e^{i p_{ij} r_{ij}} V(r_{ij}) e^{-i p'_{ij} r_{ij}} \quad (35)$$

أما مؤثرات الخلق والفناء المذكورة في (34) فتعرف بالعلاقتين :

$$a^+(p_i, t) = a^+(p_i) e^{i E_{p_i} t}, \quad a_i(p_i, t) = a_i(p_i) e^{-i E_{p_i} t} \quad (36)$$

مع العلم أن المؤثرين $a_i(p_i)$ و $a^+(p_i)$ يعرفان بالعلاقتين [2]

$$a^+(p_i)|0\rangle = \psi_i(p_i)$$
$$a(p_i)|\psi(p_i)\rangle = |0\rangle \quad (37)$$

نلاحظ أنه عند تبديل عبارة V_{ij} بقيمتها من (34) في (21) نحصل على جداءات من مؤثرات الخلف والفناء تحسب طبقا لنظرية " فيك " [5] (Vick Theory) .

حساب العناصر المصفوفة لمؤثر التشتت :

سنشرح في هذه الفقرة كيف يتم حساب العناصر المصفوفية للمصفوفة T وسنقتصر على المرتبة الثانية معتبرين كما سبق $\hbar = 1$ مستخدمين نظرية " فيك "، أي أننا سنحسب المقدار

$$\langle k_1 k_2 \ldots k_N | T_2 | k'_1 k'_2 \ldots k'_N \rangle = \tag{38}$$

$$= \langle k_1 k_2 \ldots k_N | \frac{(-i)^2}{2!} \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int dt_2 \; P\{ V_\alpha(t_1) V_\beta(t_2) \} | k'_1 k'_2 \ldots k'_N \rangle$$

حيث V_{ij} هي مؤثرات تفاعل الجسيمين i و j والتي يعبر عنها طبقا للعلاقة (34)

وسنجري هذا الحساب في ثلاث حالات

الحالة الأولى : $V_\alpha = V_\beta = V_{ij}$

وعند ئذ يكون

$$\langle k_1 k_2 \ldots k_N | \frac{(-i)^2}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \, dt_2 \, P\{ V_{ij}(t_1) V_{ij}(t_2) \} | k'_1 k'_2 \ldots k'_N \rangle =$$

$$= \langle k_i k_j | \frac{(-i)^2}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dt_2 \; P\{ V_{ij}(t_1) V_{ij}(t_2) \} | k'_i k'_j \rangle \tag{39}$$

فاذا علمنا أن المؤثرات $a_j^+(t)$ ، $a_i(t)$ لاتؤثر الا على التوابع المقابلة لها وعبرنا عن V_{ij} بقيمتها طبقا لـ (34) فإننا نجد :

$$\langle k_i k_j | \left(\frac{-i}{2}\right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dt_2 \, P \left\{ \sum_{p_i p_j p_i' p_j'} a_i^+(p_i, t_1) \, a_j^+(p_j, t_1) \, V_{ij}(p_{ij}, p_{ij}') \times \right.$$

$$\times a_i(p_i', t_1) \, a_j(p_j', t_2) \sum_{q_i q_j q_i' q_j'} a_i^+(q_i, t_2) \, a^+(q_j \, t_2) \, V_{ij}(q_{ij} \, q_{ij}') \times$$

$$\times \; a_i(q_i', t_2) \, a_j(q_j', t_2) \, | k_i \, k_j \rangle \qquad (40)$$

ويمكن تبسيط هذه المعادلة باستخدام نظرية فيك حيث نجد أنها تساوي

$$(-i)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int dt_2 \sum_{q_i q_j} e^{i(E_{k_i} + E_{k_j}) t_1} V_{ij}(k_{ij}, k_{ij}') \times$$

$$\times \; e^{-i(E_{q_i} + E_{q_j})(t_1 - t_2)} \, V_{ij}(q_{ij}, k_{ij}') \qquad (41)$$

وإذا استفدنا من الخواص التامة لتابع ديراك [10] فإننا نجد :

$$(2\pi i)^2 \int dq_{ij} \, V_{ij}(k_{ij}, q_{ij}) \, g_i \, g_j \, V_{ij}(q_{ij}, k_{ij}') \times$$

$$\times \; \delta(E_{k_i} + E_{k_j} - \varepsilon_i - \varepsilon_j) \, \delta(\varepsilon_i + \varepsilon_j - E_{k_i}' - E_{k_j}') \qquad (42)$$

حيث g_i هو تابع غرين Green Function للجسيم i والذي يساوي

$$g_i = g_i(\varepsilon_i, \varepsilon_{q_i}) = -\frac{1}{2\pi i} \int \frac{d\varepsilon_i}{E_i + E_{q_i} + i\tau} \qquad (43)$$

مع تحقق قانون حفظ الطاقة التالي :

$$E_{k_i} + E_{k_j} = E_{k_i'} + E_{k_j'}$$

من السهل أن نجد استنادا الى خواص تابع غرين [2 ,12]

$$g_i\, g_j = -\frac{1}{2\pi i}\;\frac{1}{E_0 - E_{q_i} - E_{q_j} + i\tau} \qquad (44)$$

واستنادا الى ذلك نضع العلاقة (42) بالشكل :

$$-2\pi i \int d\,q_{ij}\; \frac{V_{ij}\left(k_{ij}, q_{ij}\right) V_{ij}\left(q'_{ij}, k'_{ij}\right)}{E_0 - E_{q_i} - E_{q_j} + i\tau}\; \delta\left(E_{k_i} + E_{k_j} - E_{k'_i} - E_{k'_j}\right) \qquad (45)$$

الحالة الثانية : $V_\alpha(t) = V_{ij}(t) \;,\; V_\beta(t) = V_{im}(t)$

في هذه الحالة يمكن وضع العنصر المصفوفي بالشكل :

$$\left\langle k_i\, k_j\, k_m \right| \left(\frac{-i}{2}\right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dt_2\; P\left\{V_{ij}(t_1)\, V_{im}(t_2)\right\} \left| k'_i\, k'_j\, k'_m \right\rangle =$$

$$= \frac{(-2\pi i)^2}{2} \int dP_i\; V_{ij}\left(k_{ij}, k_i - k'_j\right) g_i\, V_{im}\left(P_i - k_m, k'_{im}\right) \times$$

$$\times\; \delta\left(E_{k_i} + E_{k_j} - \varepsilon_i - E_{k'_j}\right) \delta\left(E_{k_m} + \varepsilon_i - E_{k'_m} - E_{k'_i}\right) +$$

$$+\; \frac{(-2\pi i)^2}{2} \int dP_i\; V_{im}\left(k_{im}, P_i - k'_m\right) g_i\, V_{ij}\left(P_i - k'_i, k'_{ij}\right) \times$$

$$\times\; \delta\left(E_{k_i} + E_{k_m} - \varepsilon_i - E_{k_m}\right) \delta\left(E_{k_j} + \varepsilon_i - E_{k'_i} - E_{k'_j}\right) \qquad (46)$$

$$V_\alpha(t) = V_{ij}(t)\ , \quad V_\beta(t) = V_{i'j'}(t)$$ **الحالة الثالثة :**

في هذه الحالة يتم حساب العنصر المصفوفي للمؤشر T بالشكل :

$$\langle k_i k_j k_{i'} k_{j'} | T^{(2)} | k'_i k'_j k'_{i'} k'_{j'} \rangle =$$

$$= (-2\pi i)^2 V_{ij}(k_{ij}, k'_{ij}) V_{i'j'}(k_{i'j'}, k'_{i'j'}) \times$$

$$\times \delta(E_{k_i} + E_{k_j} - E_{k'_i} - E_{k'_j}) \delta(E_{k_{i'}} + E_{k_{j'}} - E_{k'_{i'}} - E_{k'_{j'}})$$

مع العلم أنه في جميع الحسابات السابقة استخدمنا العلاقة

$$e^{-E_k(t_1 - t_2)} = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} d\varepsilon \frac{e^{-i\varepsilon(t_1 - t_2)}}{\varepsilon - E_k + i\tau} \qquad (49)$$

وهذا يؤدي ، بعد الاستكمال بالزمن ، الى تابع غرين . . . .

الذي ظهر في العلاقات السابقة .

نشير أخيرا الى أنه يتم حساب T في كثير من الأحيان، . . . .

استنادا الى مخططات فينمان،وقد تم شرح هذه الطريقة بالتفصيل في كل من [8] و [9] و [11] .

Scatternig theory is important section of microscopic physics . In this paper , the matrix elements of matrix S(or T) were calculated , assuming that the intraction poteutial is perturbed term in comparison leinetic energy operator H_o, and this poteutial is consisted of resonance terms vij . Asuitable formula was deduced for calculation in three cases by using second quantization .

I. В.Г.Левич. Квантовая механика. Т.2, Москва, I969
2. N . H . March, W . H . Young, S . Sampanther .
The many problem in quantum mechanics, Cambridge University 1967 .

3. Gerden Bayn ,lectures on quantum machanics 1976.
4. V . V . Komarov,few particle problem in Nuclear Intraction,1972.
5. В.В.Комаров. Лекции по теории многочастичных ядерных реакций. Издательство Московского университета, I974
6. В.В.Комаров. А.М.Попова. Ядерная физика, IO, I969
7. Abstruct was send to' Ion Beam Analyis' in Berlin (F.R. G) (7_ 12) Jully 1985.
8. Сальман Х. К теории резонантных ядерных реакций, I970 (Диссертация)
9. В.В.Комаров, А.М.Попова. Вестник МГУ №6, 48, I964
IO. А.А.Соколов и др. Квантовая механика. Москва, I969

II. V . V . Komarov, A. M. Popova. Australian J. physics. 17 440 1969 .

I2. Рид М.. Саймон В. Методы современной математической физики. Т.3. Москва, I982