مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية
المجلد ٦ ـ العدد ٢ ـ من ٩ الى ١٨

رمضان ١٤٠٣ هـ
حزيران ١٩٨٣ م

صنفا جمل المقارنة

د . سليمان الخضر
كلية العلوم

لو عدنا الى الميكانيك التقليدي ممثلا بقوانين نيوتن والنتائج المستخلصة من هذه القوانين ،للاحظنا أنها تصح جميعا في جملة كوبرنيك، التي استخدمها نيوتن ، وفي جمل المقارنة العطالية بالنسبة اليها . ومن المفيد هنا أن نطرح السؤال عن وضع هذه القوانين والنتائج اذا كانت جمل المقارنة المستخدمة لاعطالية ، لان لمعالجة هذا الموضوع ، والخلوص الى نتائج ، قيمة علمية كبيرة ، اضافة الى القيمة المبدأية . فمن وجهة نظر عملية ، يعتبر على درجة كبيرة من الاهمية البحث في امكانية استخدام جمل مقارنة " مناسبة " يكون حل المسائل المطروحة فيها أكثر بساطة من اجراء الحل في جملة كوبرنيك ، أو الجمل العطالية بالنسبة اليها .

ليس بالامكان تحديد خواص الحركة في جملة مقارنة لاعطالية ما ، ولتكن على سبيل المثال جملة " الارض الدوارة " (E) ، طالما لانعلم قوانين الحركة التي تصح في هذه الجملة . لكن بمعرفة حركة الجملة (E) في جملة مقارنة كوبرنيك (K)،وبمعرفة حركة جسم ما ، وليكن مثلا A ، في الجملة (K) ، يمكن تعيين حركة هذا الجسم في الجملة (E) بوساطة تحويلات حركية صرفة ، بدون اللجوء الى قوانين التحريك .

لنفرض أن A كوكبا بعيدا جدا من كواكب المجموعة الشمسية ،وليكن نبتون (N)، الذي يقع عن الشمس على بعد يساوي تقريبا 30 وحدة فلكية (أي يقع على بعد عن الشمس يساوي 30 مرة من بعد الارض عن الشمس) . من المعلوم أن نبتون يتحرك حول الشمس في مدار شبه دائري ، لذلك يبقى طوال الوقت تقريبا على بعد عن الشمس يساوي 30 وحدة فلكية ، ويكتسب تسارعا مركزيا من جراء جذب الشمس له ، وينجز دورة في مداره كل 165 سنة أرضية ، لانريد هنا حساب هذا التسارع ، ونلفت الانتباه فقط الى أن هذا التسارع أصغر بحوالي 30^2 مرة من التسارع الذي تكسبه الشمس

الارض (لان البعد بين الارض والشمس أصغر بحوالي 30 مرة من بعد نبتون عن الشمس ، وحقل الجاذبية يتناسب عكسا مع مربع البعد).

لكي نعين حركة نبتون في الجملة (E) يجب اجراء قياس الاحداثيات الزاوية لنبتون بمساعدة أجهزة ضوئية ، ولتبسيط المسألة نقتصر على معالجة الحالة التي تكون فيها الشمس والارض ونبتون واقعة جميعا على استقامة واحدة شكل (١). فاذا كان التسارع الذى تكتسبه الارض في الجملة (K) من جراء جذب الشمس لها a ، فإن التسارع الذي يكتسبه نبتون في الجملة (K) من جراء جذب الشمس له يكون مساويا : a/900 .

شكل (١)

سوف نعتبر التسارع موجبا اذا كان متجها نحو الشمس وسالبا في الاتجاه المعاكس . وبما أن نبتون يتحرك في الجملة (K) بتسارع قدره : a/900 ، وان (E) تتحرك في الجملة المذكورة بتسارع يساوي a ، فإن نبتون يتحرك في الجملة(E) بتسارع يساوي : $-a+\frac{a}{900}\approx -a$. لكن من أين وكيف ظهر لنبتون في الجملة(E) تسارعاً $\acute{a}$ يساوي على وجه التقريب -a ،ويتجه في جهة الابتعاد عن الشمس ؟ . يرتبط هذا التسارع بالتسارع +a ، الذي تملكه الجملة(E) في الجملة(K) .

هل بالامكان الاطمئنان الى هذه النتيجة : (لنبتون في جملة " الارض الدواره " تسارعا يساوي -a لأن للجملة(E) في جملة كوبرنيك تسارعاً يساوي +a)؟ . وهنا نرى أن من الضروري الرجوع إلى القانون الثاني لنيوتن لتفسير هذه النتيجة نظراً لكون هذا القانون أهم قوانين الميكانيك التقليدي :

اذا كان لنبتون في الجملة (E) تسارعا يساوي -a ،كان خاضعا بدوره في هذه الجملة الى قوة تساوي -ma ، علما أن m كتلة نبتون

ويظهر للتو هنا السؤال التالي : من المعلوم أن القوى في الميكانيك النيوتني نتاج تأثير الاجسام على بعضها ، فما هي الاجسام التي تؤثر على نبتون فتكسبه التسارع السابق ؟ . معذرة ليس بمقدورنا هنا تحديد هذه الاجسام . فعلى الرغم من أن الجملة الراهنة مكونة من ثلاثة أجسام: نبتون والارض والشمس ، فان أيا من الشمس أو الارض لايكسب نبتون تسارعا سالبا لكونهما تؤثران عليه بقوى جاذبة . ولهذا نصادف عندما نحاول تفسير تسارع نبتون ، اعتمادا على القانون الثاني لنيوتن ، قوة ليس لها خواص القوى المستخدمة في ميكانيك نيوتن ، ونجد أنفسنا أمام أحد الخيارين : اما الاعتراف بأن القانون الثاني لنيوتن ليس صحيحا دائما ، أي أن تسارع الاجسام ليس دائما نتاج أفعال متبادلة ، بل قد يكون نتاج مسببات أخرى او الاقرار بعجزنا احيانا عن تحديد الاجسام التي تؤثر القوى من جهتها .

لكن يبقى القانون قانونا ، ولو قبلنا بالخيار الاول لكان القانون الثاني لنيوتن باطلا ، ولترتب على ذلك انهيار الميكانيك النيوتني ككل. لهذا ليس أمامنا سوى الاعتراف بوجود قوى لايمكن دائما تحديد الاجسام التي تؤثر من جهتها ، وعلى الرغم من أن هذا يتطلب منا اعادة النظر بوضع ميكانيك نيوتن ، فانه لايهدد هذا العلم بكارثة جديدة ، لان كل مايلزمنا هنا هو أن"نتعود"على التعامل بشكل صحيح مع القوى المؤثرة من جهة ما ، ليست جهة أي جسم معين من الاجسام التي تدخل في عداد جملة الاجسام المأخوذة بالحسبان ، بل جهة جسم ما مجهول ، يقع خارج الجملة المعتبرة . بالطبع لاتعتبر هذه قوى فعل (تأثير) متبادل ، لذلك لايصح هنا قانون " تساوي الفعل ورده ". وبما أن هذه القوى تؤثر من جهة ما من خارج الجملة ، فان الجملة التي تؤثر عليها هذه القوى

لايمكن أن تكون جملة معزولة ، وبالتالي لايصح قانون حفظ الاندفاع في الجمل التي تؤثر عليها هذه القوى ، لان هذا القانون ناتج عن قانون " تساوي الفعل ورده " . أما فيما عدا ذلك فان هذه القوى لاتختلف عن " القوى الاعتيادية " التي "تعودنا " على التعامل معها وتطبيق قوانين نيوتن عليها ، فهي قوى تؤثر على الاجسام وتكسبها تسارعا .

ان الخيار الذي اخترناه لم يكن خيارا بكل ماتعنيه هذه الكلمة . معذرة لم يكن بمقدورنا تبني الخيار الاول لما يترتب عليه من نتائج، فمجرد الافتراض أن التسارع قد يكون نتاج تأثير ما غير تأثير القوى يعني ضمنيا رفض القانون الثاني لنيوتن ، ويسلب هذا منا امكانيات كثيرة ، من بينها امكانية تعيين معادلات الحركة . أما الخيار الثاني (الاعتراف بوجود قوى لايمكن تحديد الاجسام التي سببتها) فلا يمس بسوء أسس ميكانيك نيوتن . فكل مايترتب على القبول بهذا الخيار هو التخلي عن بعض الاوضاع التي لاتعتبر من أساسيات ميكانيك نيوتن على الرغم من أن لها أهمية كبيرة . ولا مناص عندئذ من استخدام جمل المقارنة اللاعطالية عوضا عن جمل المقارنة العطالية لتمييز هذه القوى عن"القوى الاعتيادية "، تسمى هذه القوى بقوى العطالة ، وتؤثر في جمل المقارنة التي تتحرك بتسارع بالنسبة لجملة كوبرنيك .

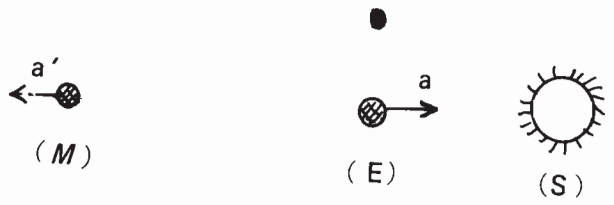
نستنتج من ذلك أن الجمل التي تؤثر فيها قوى العطالة لايمكن أن تكون جمل عطالية . وبما أن قوى العطالة نتاج تأثير أجسام مجهولة، فليس بالامكان اقصاء الاجسام التي سببتها ، وبالتالي لايمكن ابطال تأثير هذه القوى . ولذلك اذا كان الجسم خاضعا لتأثير قوى عطالة ، فانه لايتحرك حركة مستقيمة منتظمة حتى لو كان متحررا من تأثير الاجسام الاخرى ، بل يتحرك بتسارع، **ولهذا السبب لا يصح القانون الأول لنيوتن هنا**

يمكن ارجاع جمل المقارنة التي نصادفها الى أحد الصنفين التاليين: جمل عطالية وجمل لاعطالية . أول جمل المقارنة العطالية جملة كوبرنيك، واعتمادا على وجود هذه الجملة يمكن تعيين عدد لانهائي من جمل المقارنة العطالية ، فكل جملة تتحرك بالنسبة اليها حركة مستقيمة منتظمة تعتبر بدورها جملة عطالية . أما جملة " الارض الدوارة " (E) التي تتحرك بتسارع بالنسبة الى جملة كوبرنيك ، فهي جملة لاعطالية لان قوى العطالة تؤثر فيها . ويبقى فصل هذين الصنفين من جمل المقارنة ضرورة ملحة طالما كان ميكانيك نيوتن صالحا في جمل المقارنة العطالية ، وطالما كان القانونان الاول والثالث من قوانين نيوتن والنتائج المستخلصة منهما باطلة في جمل المقارنة اللاعطالية . ويتجلى الاختلاف الجوهري بين هذين الصنفين من الجمل بظهور قوى العطالة في جمل المقارنة اللاعطالية وباختفاء هذه القوى من جمل المقارنة العطالية .

ان مسألة ظهور او اختفاء قوى العطالة في هذه الجملة او تلك يتطلب توضيحا اضافيا ، فاختفاء قوى العطالة من جمل المقارنة المتحركة حركة مستقيمة منتظمة بالنسبة الى جملة كوبرنيك هو خاصة "عامة" لهذه الجمل ، فلا تظهر هذه القوى في أية نقطة من نقاط هذه الجمل .

أما ظهور أو اختفاء قوى العطالة في جمل المقارنة المتحركة بتسارع بالنسبة الى جملة كوبرنيك فهو خاصة " موضعية " ، ويتعلق هذا بموضع النقاط في فضاء هذه الجمل ، ولتوضيح هذه الحقيقة نعود الى معالجة حركة الكواكب بالنسبة الى جملة " الارض الدوارة " فنقارن النتائج التي حصلنا عليها عن حركة نيتون مع النتائج التي نحصل عليها أدناه من دراسة حركة المريخ (M). ونكتفي هنا بدراسة الحالة الخاصة التي تكون فيها الشمس والارض والمريخ جميعا على استقامة واحدة ،شكل (٢) ، وكل الكوكبين :

الارض والمريخ في جهة واحدة من الشمس .



شكل (٢)

باستخدام نفس الاعتبارات التي استخدمناها اثناء دراسة حركة نبتون نلاحظ ان تسارع المريخ في جملة " الارض الدوارة " أقل من تسارع نبتون في الجملة المذكورة بمرتين (يبعد المريخ عن الشمس بمقدار يساوي 1,5 مرة من بعد الارض عنها) : فاذا كان a تسارع الارض ، كان التسارع الذي تكسبه الشمس للمريخ $a/(1,5)^2$. أي ان هذا التسارع الاخير يساوي تقريبا 0,4a ، وفي نفس الوقت يكون التسارع الذي تكسبه الشمس لنبتون مساويا $a/900$. وعلى الرغم من أن قوى العطالة المؤثرة في الجملة (E) تكسب كلا من نبتون والمريخ تسارعا واحدا ، يتجه نحوهما ،ويساوي a- ،فان قوة جذب الشمس لنبتون صغيرة (لبعده الكبير عنها) وللمريخ كبيره (لقربه منها) ، ولذلك تؤدي قوة جذب الشمس الى نقصان التسارع الكلي لنبتون بمقدار زهيد في حين أنها تنقص التسارع الكلي للمريخ بمقدار ملموس (بمثلين تقريبا) .

تسمح الحقائق التي استخلصناها أعلاه عن حركة الكواكب بالتأكد من صحة النتائج التالية :

١ – تؤثر في جملة المقارنة (E) المتحركة تحت تأثير جذب الشمس، بتسارع ثابت a ، قوى عطالة متساوية في جميع نقاط فضاء هذه الجملة ،

وتكسب هذه القوى جميع الاجسام بغض النظر عن كتلها وأوضاعها ، تسارعا يساوي -a .

٢ - ان التسارع الكلي للجسم A في الجملة (E) يساوي : (-a + b) ، علما أن b هو التسارع الذي يكتسبه هذا الجسم من جراء جذب الشمس له .

٣ - كلما اقتربت **قيمة قوة الجذب** mb **من قيمة قوة العطالة** -ma ، تناقصت محصلة هاتين القوتين المؤثرتين على الجسم A في الجملة (E) .

٤ - عندما **لا يتغير** بعد الجسم المقارن (الارض) عن الشمس ، يكون تسارع الارض في جملة كوبرنيك ثابتا ، ومساويا a ،وبالتالي تكون محصلة قوتي : العطالة والجذب المؤثرتين على الجسم A في الجملة (E) متعلقة بوضع الجسم A بالنسبة للجسم المقارن (الارض) : فكلما كان الجسم A أقرب الى الارض ، كانت |a| و|b| قريبتان من بعضهما .

٥ - اذا كان الجسم A قريبا من جسم المقارنة (الارض)،فان قوة العطالة في الجملة (E) وقوة جذب الشمس تتساويان بالقيمة المطلقة عمليا (بشكل تقريبي) ، وبما انهما متعاكستين في الاتجاه تعاكسا مباشرا ، فان لهما محصلة معدومة تقريبا . وبالعكس اذا كان الجسم A واقعا على بعد كبير عن جسم المقارنة ، كانت قوة الجذب المؤثرة عليه صغيرة جدا ، وبالتالي ،كانت القوة **الكلية** المؤثرة عمليا قوة العطالة : -ma .

تقدم النتائج السابقة تصورا مبسطا عن مدى امكانية اعتبار جملة مقارنة ما ، عطالية أو لاعطالية . فلو اقتصرنا على استخدام جمل المقارنة الاساسية (الاجسام الكونية) ، وافترضنا أن علة تسارع أجسام المقارنة **قوى التجاذب** ، لصادفنا صنفين من جمل المقارنة :

١ - جمل عطالية لاتظهر فيها قوى العطالة .

ب ـ جمل "مختلطة" تتحرك بتسارع بالنسبة لجملة كوبرنيك :

لاتؤثر عمليا في هذه الجمل قوى العطالة في المنطقة الضيقة المحيطة بالجسم المقارن ، لكن كلما ازداد البعد عن هذه المنطقة ازداد معه تأثير هذه القوى ، وتبلغ هذه القوى القيمة ma- في المناطق البعيدة جدا عن الجسم المقارن (الارض) .

نصادف في الحالة التي تستخدم فيها أجسام مقارنة كونية ، جمل مقارنة "مختلطة" ، تعين خواصها بوساطة قوى الجذب الكوني وقوى العطالة في آن واحد وتصنف هذه الجمل بصنف الجمل العطالية او اللاعطالية تبعا لخواص حركاتها بالنسبة لجملة كوبرنيك ولتوزع الاجسام فيها : فاذا كانت الاجسام واقعة في المناطق القريبة من أجسام المقارنة ، كانت قوى الجذب الكوني متعادلة تقريبا مع قوى العطالة ، وبالتالي تبدو جمل المقارنة في هذه المناطق عطالية تقريبا ، بغض النظر عن كونها متحركة بتسارع بالنسبة لجملة كوبرنيك . اما اذا كانت الاجسام المتحركة بعيدة عن أجسام المقارنة ، كان الاختلاف بين قوى العطالة وقوى الجذب ملموسا ، وبالتالي تبدو جمل المقارنة هنا لاعطالية . ولذلك لاتعتبر العطالة خاصة "عامة" في جميع انحاء جمل المقارنة ، بل هي خاصة "موضعية" تتمتع بها جمل المقارنة في منطقة محدودة منها .

يمكن بمقارنة خواص حقلي : الجذب الكوني والعطالة في جملة مقارنة معينة ، الوقوف على ظاهرة لاتعادل قوى الجذب الكوني مع قوى العطالة :

ففي جملة المقارنة "الارض اللادوارة" مثلا ، يكون حقل جذب الشمس حقلا "مركزيا" أي أن شدة هذا الحقل تتناقص متناسبة عكسا مع مربع البعد عن مركز التناظر ، حيث يتطابق هذا المركز مع مركز

الجسم الجاذب ، الذي يسبب الحقل (يفترض ان للجسم الجاذب شكلا كرويا).

اما حقل قوى العطالة في جملة مقارنة **موثوقة** " بالارض اللادوارة " فهو حقل متجانس ، لأن جميع نقاط جملة المقارنة اللاعطالية الراهنة تتحرك بتسارع ثابت بالنسبة لجملة كوبرنيك ، ولذلك تكون قوى العطالة المؤثرة على الجسم ، الذي كتلته m متساوية قيمة واتجاها ، أينما كان هذا الجسم في الجملة الراهنة . هذا وبالامكان التعرف على كيفية تغير نسبة قوى الجذب الى قوى العطالة بتغير البعد عن الجسم الجاذب: فمن المعلوم ان قوة جذب الشمس تعطى بالقانون :

$$F_S = \gamma \frac{m\, m_s}{r^2_{mm_s}}, \qquad (1)$$

حيث m_s كتلة الشمس و m كتلة الجسم المجذوب و r_{mm_s} البعد بين مركزي الشمس والجسم المجذوب و γ ثابت التجاذب الكوني .

وبالتالي تعين شدة حقل جذب الشمس على بعد r_s عن مركزها بالعبارة :

$$g_s = \gamma \frac{m_s}{r_s^2}, \qquad (2)$$

اما شدة حقل العطالة المتجانس فتكون :

$$g_{in} = -a \ , \qquad (3)$$

علما أن a التسارع الذي تكسبه الشمس الارض .

وبالاستفادة من (1) و(3) نجد:

$$g_{in} = -\gamma \frac{m_s}{r^2_{ES}}, \qquad (4)$$

حيث r_{ES} البعد بين مركزي الشمس و الارض .

وبافتراض أن r_{ES} ثابتا نرى أن شدة حقل قوى العطالة g_{in} متساوية في جميع النقاط ، وهذا مايجب أن يتحقق عندما يكون الحقل متجانسا .

وأما شدة الحقل المحصل لشدتي حقلي : الجذب والعطالة فتعين بوساطة (2) و (4) :

$$g = \gamma m_s \left(\frac{1}{r_s^2} - \frac{1}{r_{ES}^2} \right), \qquad (5)$$

وتبين هذه العبارة تابعية g للبعد بين النقطة التي تحسب فيها شدة الحقل المحصل وبين مركز الشمس .

يمكن استخدام العبارة (5) لتحديد القيم التي يجب الا تتعداها محصلة شدتي حقل الجذب g_s وحقل العطالة g_{in} حتى تكون جملة المقارنة عطالية عمليا ، فباستخدام هذه العبارة يمكن تعيين حدود منطقة العطالة الموضعية .

ان علة لاتساوي قوى الجذب مع قوى العطالة في الحالة الراهنة ليس وقفا فقط على كون هاتين القوتين تابعتين للمتحول r_s بشكلين مختلفين ، بل ويضاف الى ذلك دور الاختلاف في شكلي حقلي قوى الجذب وقوى العطالة (الحقل الاول مركزي ، مركز تناظره الشمس ، اما الحقل الثاني فحقل متجانس) . ولذلك كلما ازداد البعد عن مركز الشمس يحدث اختلافا اكبر فاكبر بين شدتي الحقلين بالقيمة العددية وبالاتجاه ، ويكون الفرق عندئذ ملحوظا ، وبالتالي قابلا للقياس .

اما في الحالات التي تكون قوى الجذب فيها متعادلة تقريبا مع قوى العطالة ، فلا يكون ميسورا باستخدام القياس معرفة هوية القوة المحصلة المؤثرة : أهي "بقايا قوى جاذبة" أم "بقايا قوى عطالة" ؟ .