

حساب الأعطال البسيطة في الشبكات الكهربائية باستخدام نموذج رياضي عام

الدكتور أحمد شرم*

(تاريخ الإيداع 11 / 6 / 2012. قُبِلَ للنشر في 14 / 10 / 2012)

□ ملخص □

يتناول البحث دراسة وحساب الأعطال الكهربائية المتناظرة وغير المتناظرة في الشبكات الكهربائية البسيطة. كما تم وضع واستخدام نموذج عام بالصيغة المصفوفية لمعادلات المركبات المتناظرة للجهود عند عقدة العطل والشروط الحدية لنوع العطل المدروس بغية الحصول على قيم المركبات المتناظرة لتيارات العطل. ووضع خوارزمية حساب وبرنامج حل لها، لأي عطل كهربائي عند أي عقدة دون معالجة الشبكة من بدايتها، ودون الحاجة إلى تشغيل البرنامج مرة أخرى عند تغير عقدة العطل أو نوعه في الشبكة نفسها. تم إعداد برنامج حاسوبي للالغوريتم المذكور وتطبيقه على شبكة نموذجية، وتم الحصول على جميع قيم المركبات المتناظرة للجهود في عقد الحمولة وكذلك للتيارات في عقد العطل والتوليد أثناء حدوث أي عطل بسيط في أي عقدة من عقد الشبكة.

الكلمات المفتاحية: أعطال - قصر - أنظمة قدرة.

* مدرس - هندسة كهربائية وإلكترونية - جامعة حلب - حلب - سورية.

Calculating Electrical Faults In Power System Using General Algorithm

Dr. Ahmad Sharam *

(Received 11 / 6 / 2012. Accepted 14 / 10 / 2012)

□ ABSTRACT □

This research studies and calculates simple electrical faults "symmetric and asymmetric", in the electrical networks, using general algorithm to calculate electrical networks during fault occurrence. A general model in matrix equations formula of symmetric volts components in fault's node and the ultimate conditions of each fault's type has been set, in order to obtain symmetric components values of fault's currents at faults node where fault is being studied without the need to re-run the program once again when changing fault node or fault type at the same network.

A program for the mentioned algorithm is set and applied on typical electrical network so all symmetric components values of volts at load nodes and that is the case for currents at fault and generation nodes during any simple fault occurrence at any node of network.

Keywords: Faults, Short Circuit, Power System

* Assistant Professor., Department of Power Systems, Faculty of Electrical & Electronic Engineering, Aleppo University, Aleppo, Syria.

مقدمة:

تتوجه الاهتمامات في الوقت الحاضر إلى استخدام الحواسيب الإلكترونية الحديثة بشكل أمثل بما يخدم عملية تنسيق عمل نظم القدرة الكهربائية واستثمارها في مختلف ظروف تشغيلها. وذلك من أجل اختصار زمن الحساب، وتسهيل عمليات المناورة والمحاكاة التي تقدم نتائج جيدة وسريعة للمستثمرين في محطات التوليد والتحويل بغية فصل أو وصل محولات أو خطوط نقل أو تعديل شكل الشبكة الكهربائية للحصول على وثوقية تغذية مقبولة للمستهلكين. انطلاقاً من ذلك يتناول موضوع البحث الحالي دراسة الأعطال الكهربائية وتحليلها في الشبكات الكهربائية، والذي يعتبر ضرورياً أثناء تصميم نظم القدرة الكهربائية واستثمارها، واختيار الشكل المناسب والظروف الملائمة لعمل الشبكة الكهربائية بالشكل السليم، وكذلك اختيار وتعيير أجهزة الحماية الكهربائية وتنسيق عملها، وضمان استمرار تشغيل نظم القدرة الكهربائية بشكل سليم في حالات العمل الطبيعي و الأعطال.

أهمية البحث وأهدافه:

تكمن أهمية البحث في استخدام نموذج رياضي عام لتمثيل الشبكة أثناء حدوث الأعطال إضافة إلى وضع نموذج عام أيضاً و بالصيغة المصفوفية لمعادلات المركبات المتناظرة للجهود عند عقدة العطل والشروط الحدية لنوع العطل المدروس للحصول على قيم المركبات المتناظرة لجهود وتيارات العطل. وتسمح الطريقة المقترحة والخوارزمية الموضوعية [1]، بما يلي:

- حساب أي عطل ممكن الحدوث في الشبكات الكهربائية المعقدة.
- إجراء تحليل كامل لوضع الشبكة أثناء حدوث أي عطل فيها.
- المساهمة في تنسيق عمل نظم القدرة الكهربائية وحمايتها والتحكم بها.

طرائق البحث ومواده:

يتلخص النموذج بتقسيم عقد الشبكة إلى ثلاثة أنواع وهي:

- **عقد توليد:** وهي العقد التي ترتبط مباشرةً بمصادر الجهد في الشبكة ويرمز لها بـ G ، وفي حالة الأعطال يكون عندها الجهد U_G معلوماً بينما التيار يكون مجهولاً $I_G = ?$ ، علماً أن الجهد عند هذه العقد في حالة الأعطال يمثل بالقوة المحركة الكهربائية المكافئة للمنبع $U_G = E_G^*$.
- **عقد حمولة:** وهي العقد المرتبطة بالحمولة في الحالة الطبيعية ويرمز لها بـ L ، وفي حالة الأعطال تهمل تيارات الحمولة بالنسبة لتيارات الأعطال فيكون $I_L = 0$ ويبقى الجهد مجهولاً $U_L = ?$.
- **عقد العطل:** وتعتبر هذه العقد جزءاً من عقد الحمولة وتتميز عنها بحدوث العطل عندها وبالتالي إمكانية حساب قيمة التيار I_F في تلك العقد اعتماداً على الشروط الحدية للجهد وللتيار عند هذه العقد ويرمز لها بـ F .
- من أجل أخذ الأعطال غير المتناظرة بعين الاعتبار تم استخدام نظرية المركبات المتناظرة، ولتمثيل النموذج الرياضي تم اعتماد طريقة سماحيات العقد $Y.U = I$ ، وبناءً على ذلك فإن مركبة التسلسل الموجب تتألف من مركبتين فرعيتين: الأولى هي مركبة العمل على فراغ، والثانية هي مركبة هبوط الجهد في دارة التسلسل الموجب [1],[2].

أما مركبة التسلسل السالب والصفرى فتمثل بالشكل ذاته من حيث عدد الأسطر والأعمدة كما في المركبتين الفرعيتين السابقتين. اعتماداً على معادلة سماحيات العقد يعطى نموذج معادلات النظام بالشكل:

$$\begin{bmatrix} \dot{Y}_{GG} & \dot{Y}_{GL} & \dot{Y}_{GF} \\ \dot{Y}_{LG} & \dot{Y}_{LL} & \dot{Y}_{LF} \\ \dot{Y}_{FG} & \dot{Y}_{FL} & \dot{Y}_{FF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_G \\ \dot{U}_L \\ \dot{U}_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_G \\ \dot{I}_L \\ \dot{I}_F \end{bmatrix} \quad (1)$$

حيث: $\dot{Y}_{GG}, \dot{Y}_{LL}, \dot{Y}_{FF}$ - المصفوفات الجزئية لسماحيات عقد التوليد والحمولة والعتل. ويمكن تسميتها بالمصفوفات الذاتية، وأبعاد كل منها يساوي إلى عدد العقد المقابلة لكل نوع منها؛

$-\dot{Y}_{GL}, \dot{Y}_{GF}, \dot{Y}_{FL}$ - المصفوفات الجزئية للسماحيات المتبادلة بين كل من عقد التوليد والحمولة والعتل؛

$\dot{U}_G, \dot{U}_L, \dot{U}_F$ - المصفوفات الجزئية لجهود عقد التوليد والحمولة والعتل؛

$-\dot{I}_G, \dot{I}_L, \dot{I}_F$ - المصفوفات الجزئية للتيارات عند عقد التوليد والحمولة والعتل.

لتحليل المركبات المتناظرة وتمثيل دائرة التسلسل الموجب للشبكة نجد أن مركبة التسلسل الموجب تتألف من

مجموع مركبتين فرعيتين هما مركبة العمل على فراغ ومركبة هبوط الجهد في التسلسل الموجب:

$$U^1 = U_F - Z_F^1 I_F^1 \quad (2)$$

حيث: U^1 - مركبة التسلسل الموجب للجهد عند نقطة العطل؛

$-U_F$ - الجهد عند عقدة العطل لحظة حدوث العطل؛

$-I_F^1$ - مركبة التسلسل الموجب للتيار عند عقدة العطل؛

$-Z_F^1$ - الممانعة المكافئة لدائرة التسلسل الموجب بين عقدة العطل والأرض.

تمثل الشبكة على فراغ بالقوى المحركة الكهربائية لمصادر التغذية وبعناصر الشبكة للتسلسل الموجب تكون المركبة الفرعية للعمل على فراغ بالشكل التالي:

$$\begin{bmatrix} \dot{Y}_{GG} & \dot{Y}_{GL} & \dot{Y}_{GF} \\ \dot{Y}_{LG} & \dot{Y}_{LL} & \dot{Y}_{LF} \\ \dot{Y}_{FG} & \dot{Y}_{FL} & \dot{Y}_{FF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{E}_G^* \\ \dot{U}_L^* \\ \dot{U}_F^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_G^* \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

أما مركبة هبوط الجهد في التسلسل الموجب فتعطى بالشكل:

$$\begin{bmatrix} \dot{Y}_{GG}^1 & \dot{Y}_{GL}^1 & \dot{Y}_{GF}^1 \\ \dot{Y}_{LG}^1 & \dot{Y}_{LL}^1 & \dot{Y}_{LF}^1 \\ \dot{Y}_{FG}^1 & \dot{Y}_{FL}^1 & \dot{Y}_{FF}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta U_L^1 \\ \Delta U_F^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_G^1 \\ \dot{I}_L^1 \\ -\dot{I}_F^1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

حيث: $\Delta U_L^1, \Delta U_F^1$ - مصفوفات جزئية تمثل هبوط الجهد في دائرة التسلسل الموجب؛

$-\dot{I}_L^1, \dot{I}_F^1, \dot{I}_G^1$ - مصفوفات جزئية تمثل مركبة التسلسل الموجب للتيارات في عقد التوليد والحمولة والعتل.

تظهر الإشارة السالبة عند \dot{I}_F^1 نتيجة لاعتبار اتجاه تيار العطل من الشبكة إلى الأرض [5], [4], [3], [2].

يعطى النموذج الرياضي لمركبة التسلسل السالب بالشكل التالي:

$$\begin{bmatrix} \dot{Y}_{GG}^2 & \dot{Y}_{GL}^2 & \dot{Y}_{GF}^2 \\ \dot{Y}_{LG}^2 & \dot{Y}_{LL}^2 & \dot{Y}_{LF}^2 \\ \dot{Y}_{FG}^2 & \dot{Y}_{FL}^2 & \dot{Y}_{FF}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{U}_L^2 \\ \dot{U}_F^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_G^2 \\ \dot{I}_L^2 \\ -\dot{I}_F^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

حيث: U_L^2, U_F^2 - مصفوفات جزئية تمثل المركبات المتناظرة للجهد لعقد الحمولة والعطل في دارة التسلسل السالب؛ I_G^2, I_L^2, I_F^2 - مصفوفات جزئية تمثل مركبة التسلسل السالب للتيارات الناتجة لعقد الحمولة والعطل والتوليد.

أما النموذج الرياضي لمركبة التسلسل الصفري فتأخذ الشكل:

$$\begin{bmatrix} \dot{Y}_{GG}^0 & \dot{Y}_{GL}^0 & \dot{Y}_{GF}^0 \\ \dot{Y}_{LG}^0 & \dot{Y}_{LL}^0 & \dot{Y}_{LF}^0 \\ \dot{Y}_{FG}^0 & \dot{Y}_{FL}^0 & \dot{Y}_{FF}^0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{U}_L^0 \\ \dot{U}_F^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_G^0 \\ \dot{I}_L^0 \\ -\dot{I}_F^0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

حيث: U_L^0, U_F^0 - مصفوفات جزئية تمثل المركبات المتناظرة للجهد لعقد الحمولة والعطل لدارة التسلسل الصفري؛ I_G^0, I_L^0, I_F^0 - مصفوفات جزئية تمثل مركبة التسلسل الصفري للتيارات.

بملاحظة المعادلات السابقة الممثلة للنموذج الرياضي لمركبات النظام نجد أنها تحتوي على عناصر معلومة وأخرى مجهولة في طرفي كل معادلة منها، ولحل هذه المصفوفات يفضل اعتماد طريقة **جوردان** وتطبيقها على عقد الحمولة وعقد العطل والتي يتم عندها تبديل القيم المجهولة مع القيم المعلومة في مصفوفتي التيارات والجهود أي: $\dot{U}_L \Leftrightarrow \dot{I}_L, \dot{U}_F \Leftrightarrow \dot{I}_F$ مع الأخذ بعين الاعتبار أنه في حالة العمل على فراغ: $\dot{I}_L = \dot{I}_F = 0$ ولا توجد مصادر توليد جهد في المركبتين السالبة والصفرية .

باعتبار الطور A طوراً مرجعياً يمكن كتابة مركبة التسلسل الموجب بعد تطبيق **جوردان** بالشكل التالي:

$$\begin{bmatrix} \dot{Y}_{GG}^1 & \dot{Y}_{GL}^1 & \dot{Y}_{GF}^1 \\ \dot{Y}_{LG}^1 & \dot{Y}_{LL}^1 & \dot{Y}_{LF}^1 \\ \dot{Y}_{FG}^1 & \dot{Y}_{FL}^1 & \dot{Y}_{FF}^1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{E}_G \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{Y}_{GG}^1 & \dot{Y}_{GL}^1 & \dot{Y}_{GF}^1 \\ \dot{Y}_{LG}^1 & \dot{Y}_{LL}^1 & \dot{Y}_{LF}^1 \\ \dot{Y}_{FG}^1 & \dot{Y}_{FL}^1 & \dot{Y}_{FF}^1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{I}_F^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_G^1 \\ \dot{U}_L^1 \\ \dot{U}_F^1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

وتأخذ مركبة التسلسل السالب الشكل التالي:

$$\begin{bmatrix} \dot{Y}_{GG}^2 & \dot{Y}_{GL}^2 & \dot{Y}_{GF}^2 \\ \dot{Y}_{LG}^2 & \dot{Y}_{LL}^2 & \dot{Y}_{LF}^2 \\ \dot{Y}_{FG}^2 & \dot{Y}_{FL}^2 & \dot{Y}_{FF}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{I}_F^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_G^2 \\ \dot{U}_L^2 \\ \dot{U}_F^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

أما مركبة التسلسل الصفري فتأخذ الشكل:

$$\begin{bmatrix} \dot{Y}_{GG}^0 & \dot{Y}_{GL}^0 & \dot{Y}_{GF}^0 \\ \dot{Y}_{LG}^0 & \dot{Y}_{LL}^0 & \dot{Y}_{LF}^0 \\ \dot{Y}_{FG}^0 & \dot{Y}_{FL}^0 & \dot{Y}_{FF}^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -I_F^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_G^0 \\ U_L^0 \\ U_F^0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

الجدير بالذكر أنه نتيجة تطبيق عمليات **جوردان** على كل من نموذج العمل على فراغ ومركبة هبوط الجهد لدارة التسلسل الموجب والسالب والصفري تتحول المصفوفات الجزئية للسماحيات الذاتية \dot{Y}_{GG}^0 إلى مصفوفات جزئية للسماحيات الذاتية المكافئة في عقد التوليد، بينما المصفوفات الجزئية المتبادلة مع عقد التوليد $\dot{Y}_{GL}^0, \dot{Y}_{GF}^0, \dot{Y}_{LG}^0, \dot{Y}_{FG}^0$ تصبح قيماً دون واحدة، وهي تحدد نسبة مساهمة تيار العطل في الفرع المتصل معها من التيار الكلي. أما المصفوفات الجزئية $\dot{Y}_{LL}^0, \dot{Y}_{FF}^0$ فتتحول إلى مصفوفات جزئية للممانعات المكافئة بين العقد المدروسة والأرض والتي سوف يتم الاستفادة منها في حسابات الأعطال، وتمثل $\dot{Y}_{LF}^0, \dot{Y}_{FL}^0$ الممانعات المتبادلة بين عقد الحمولة والعطل.

يمكن تحديد ممانعات التسلسل الموجب $\dot{Z}_{FF}^1 = \dot{Y}_{FF}^1$ والسالب $\dot{Z}_{FF}^2 = \dot{Y}_{FF}^2$ والصفري $\dot{Z}_{FF}^0 = \dot{Y}_{FF}^0$ بعد تطبيق عمليات **جوردان** في المصفوفات المذكورة أعلاه، إضافة إلى تحديد جهد العقدة \dot{U}_F قبل حدوث العطل من مركبة العمل على فراغ، وتعتبر ضرورية أيضاً لحساب المركبات المتناظرة لتيار العطل [1], [2], [4], [6], [7].

بعد معرفة كل من $\dot{U}_F, \dot{Z}_{FF}^1, \dot{Z}_{FF}^2, \dot{Z}_{FF}^0$ وبالاعتماد على الشروط الحدية لكل عطل يمكن حساب قيم المركبات المتناظرة للتيار $\dot{I}_F^1, \dot{I}_F^2, \dot{I}_F^0$ في عقدة العطل، وبتطبيق تلك القيم كل في مكانها من المركبتين الفرعيتين للتسلسل الموجب (7) ومركبة التسلسل السالب (8) والصفري (9) نحصل على نظام العمل أثناء حدوث العطل، الذي يمثل المجموع الجبري للمركبات المتناظرة للنظام وتأخذ الشكل:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_G \\ \dot{U}_L \\ \dot{U}_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_G^1 \\ \dot{U}_L^1 \\ \dot{U}_F^1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{I}_G^2 \\ \dot{U}_L^2 \\ \dot{U}_F^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{I}_G^0 \\ \dot{U}_L^0 \\ \dot{U}_F^0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

يمكن الحصول على النموذج الرياضي العام الذي يمثل المركبات المتناظرة للجهود والتيارات لأي عطل محتمل سواءً كان بسيطاً أو مضاعفاً وفقاً للمعادلات الخوارزمية التالية [1]:

$$\begin{aligned} \dot{U}_i^* &= \dot{U}_i^1 + \dot{Z}_{ii}^1 \dot{I}_i^1; \\ 0 &= \dot{U}_i^2 + \dot{Z}_{ii}^2 \dot{I}_i^2; \\ 0 &= \dot{U}_i^0 + \dot{Z}_{ii}^0 \dot{I}_i^0. \end{aligned} \quad (11)$$

حيث: i - دليل عقدة العطل المدروسة.

المعادلات (11) تمثل المركبات المتناظرة للجهود عند عقدة العطل بدلالة المركبات المتناظرة للتيارات والممانعات المكافئة للتسلسل الموجب والسالب والصفري بين عقدة العطل والأرض وهي غير كافية لحساب قيم المركبات المتناظرة للتيارات وللجهود في عقد العطل، لذلك يجب إضافة معادلات عامة أيضاً تمثل الشروط الحدية للأعطال الممكنة الحدوث بالنسبة للمركبات المتناظرة للجهود والتيارات في عقد العطل، يمكن تمثيل الشروط الحدية للجهود بالشكل التالي [1]:

$$\left[\sum_{i=1,2,0} \psi_k^i U_F^i \right]_K \quad (12)$$

$$K = 1, 2, \dots, m$$

حيث: i - دليل لمركبة التسلسل الموجب والسالب والصفري؛

k - دليل يمثل عدد الشروط الحدية في عقدة العطل بالنسبة للجهود؛

m - عدد الشروط الحدية بالنسبة للجهود؛

F - دليل عقدة العطل.

أما بالنسبة للشروط الحدية لمركبة التسلسل الموجب والسالب والصفري للتيارات في عقد العطل فيمكن تمثيلها

بالشكل [1]:

$$\left[\sum_{i=1,2,0} \varphi_F^j I_F^i = 0 \right]_J \quad (13)$$

$$J = m + 1, m + 2, \dots, 3n.$$

حيث: i - دليل لمركبة التسلسل الموجب والسالب والصفري؛

j - دليل الشروط الحدية بالنسبة للتيار؛

m - عدد الشروط الحدية بالنسبة للجهود؛

$3n$ - عدد الشروط الحدية لعقدة العطل؛

ψ, φ - عناصر ثابتة تأخذ القيم متعلقة بنوع العطل بالنسبة لكل عقدة عطل وتأخذ القيم

$0, 1, -1, a, -a, a^2, -a^2$ وذلك حسب الشروط الحدية في كل عقدة عطل من العقد n التي

يحدث عندها العطل في الوقت ذاته.

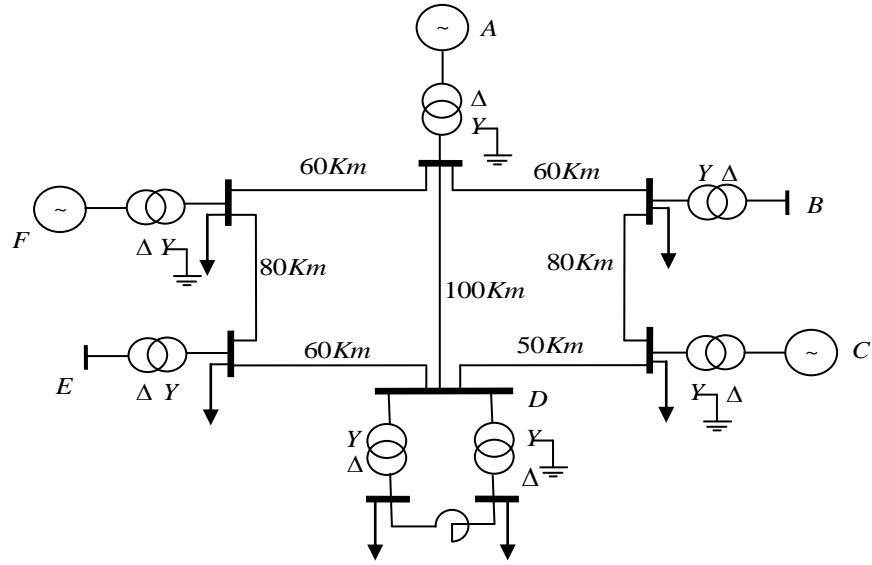
النتائج والمناقشة:

عطل أحادي الطور في عقدة واحدة : درس هنا عطل أحادي في العقدة 6 من الشبكة المبينة بالشكل (1). مواصفات

الشبكة فمبينة في الجدول (1).

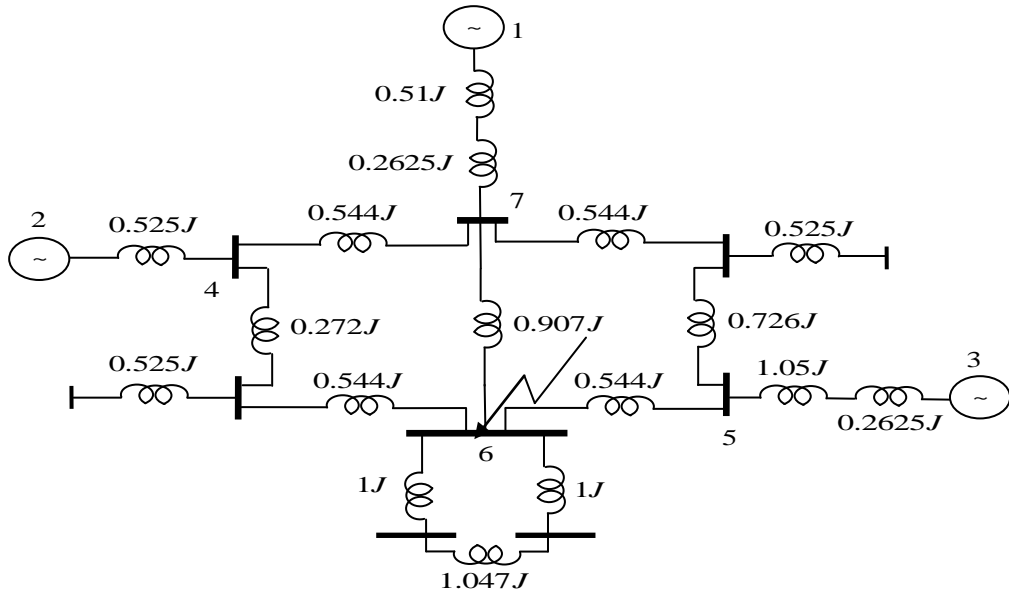
الجدول (1) - يبين مواصفات الشبكة المدروسة.

	المولدات				المحولات		المفاعل		
	P (MW)	U (KV)	X1, X2	Cosφ	S (MVA)	X%	In (KA)	Vn (KV)	X%
A	100	10.5	0.2	0.85	120	10.5	-	-	-
B	-	-	-	-	60	10.5	-	-	-
C	50	10.5	0.13	0.8	30	10.5	-	-	-
D	-	-	-	-	31.5	10.5	1.5	10	10
E	-	-	-	-	60	10.5	-	-	-
F	-	-	-	-	60	10.5	-	-	-



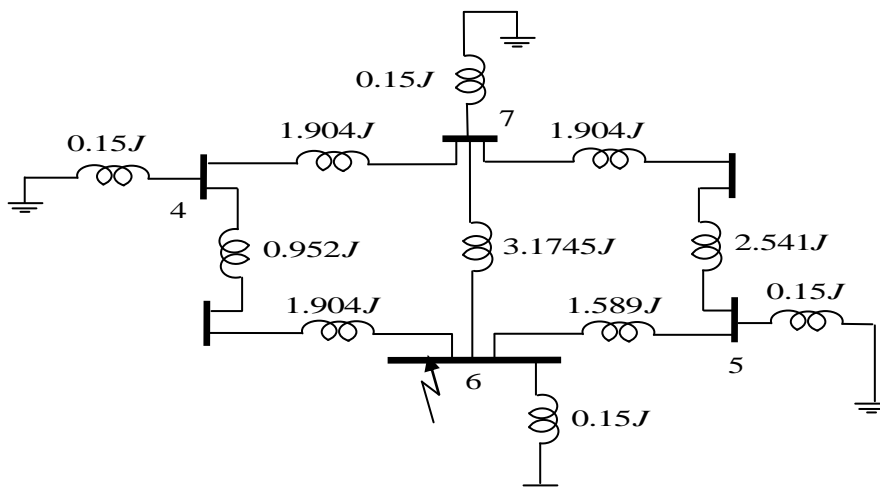
الشكل (1) الشبكة المراد حساب العطل فيها عند العقدة 6

باعتبار أن الأساس عند خطوط النقل: $U_b = 115 \text{ KV}$, $S_b = 300 \text{ MVA}$ والممانعة الصفيرية للمولدات والمحولات $X_0 = 11.5\% \text{ p.u.}$ والممانعة الصفيرية لخطوط النقل $X_0 = 3.5 X_1 \text{ p.u.}$ وممانعة الخطوط $X_L = 0.4 \Omega/\text{Km}$. يأخذ مخطط دائرة التسلسل الموجب الشكل (2) بعد تحويل النسب الواحدية وإهمال تيارات الحمولة.



الشكل (2) مخطط الدارة للتسلسل الموجب.

وتأخذ دائرة التسلسل السالب نفس دائرة التسلسل الموجب بعد قصر منابع الجهد .
أما دائرة التسلسل الصفيري فتأخذ الشكل (3).



الشكل (3) مخطط الدارة للتسلسل الصفري.

وبذلك تأخذ مصفوفة سماحيات العقد Y للشبكة الشكل التالي:

$$\begin{bmatrix} -1.2945J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 1.2945J \\ 0.0000J & -1.9048J & 0.0000J & 1.9048J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J \\ 0.0000J & 0.0000J & -0.5974J & 0.0000J & 0.5974J & 0.0000J & 0.0000J \\ 0.0000J & 1.9048J & 0.0000J & -4.9661J & 0.0000J & 1.2245J & 1.8368J \\ 0.0000J & 0.0000J & 0.5974J & 0.0000J & -3.5887J & 2.2042J & 0.7872J \\ 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 1.2245J & 2.2042J & -4.5308J & 1.1021J \\ 1.2945J & 0.0000J & 0.0000J & 1.8368J & 0.7872J & 1.1021J & -5.0206J \end{bmatrix}$$

الشكل (4) مصفوفة سماحية العقد التسلسل الموجب للشبكة.

وبعد إجراء التبديل على جميع عقد الشبكة ما عدا التوليد تأخذ المصفوفة Y الشكل:

$$[Y_1]' = \begin{bmatrix} -0.6791J & 0.4932J & 0.1859J & -0.2589 & -0.3113 & -0.3370 & -0.4754 \\ 0.4932J & -0.7022J & 0.2090J & -0.6314 & -0.3498 & -0.4335 & -0.3810 \\ 0.1859J & 0.2090J & -0.3949J & -0.1097 & -0.3389 & -0.2295 & -0.1436 \\ 0.2589 & 0.6314 & 0.1097 & 0.3315J & 0.1837J & 0.2276J & 0.2000J \\ 0.3113 & 0.3498 & 0.3389 & 0.1837J & 0.5673J & 0.3841J & 0.2405J \\ 0.3370 & 0.4335 & 0.2295 & 0.2276J & 0.3841J & 0.5324J & 0.2604J \\ 0.4754 & 0.3810 & 0.1436 & 0.2000J & 0.2405J & 0.2604J & 0.3672J \end{bmatrix}$$

الشكل (5) مصفوفة سماحية العقد التسلسل الموجب للشبكة بعد تطبيق جوردان.

وبما أن قيم ممانعات التسلسل الموجب والسالب لجميع عناصر الشبكة أخذت متساوية في هذا المثال فتكون مصفوفة سماحية العقد للتسلسل الموجب هي نفسها تماماً للتسلسل السالب المبينة في الشكلين (4) و (5) قبل وبعد تطبيق جوردان عليها.

أما مصفوفة السماحيات لمخطط التسلسل الصفري Y^0 فتأخذ الشكل التالي:

$$\begin{bmatrix} 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J \\ 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J \\ 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J \\ 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & -7.5413J & 0.0000J & 0.3499J & 0.5248J \\ 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & -7.5413J & 0.6298J & 0.2249J \\ 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.3499J & 0.6298J & -7.9162J & 0.3149J \\ 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.5248J & 0.2249J & 0.3149J & -7.3713J \end{bmatrix}$$

الشكل (6) مصفوفة سماحية العقد للتسلسل الصفري Y^0 للشبكة.

وتأخذ المصفوفة Y^0 بعد تبديل جوردان على جميع عقد الشبكة ما عدا عقد توليد الشكل:

$$[Y_0]' = \begin{bmatrix} 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J \\ 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J \\ 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J \\ 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.1335J & 0.0008J & 0.0063J & 0.0093J \\ 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0008J & 0.1340J & 0.0108J & 0.0044J \\ 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0063J & 0.0108J & 0.1270J & 0.0059J \\ 0.0000J & 0.0000J & 0.0000J & 0.0093J & 0.0044J & 0.0059J & 0.1303J \end{bmatrix}$$

الشكل (7) مصفوفة سماحية العقد للتسلسل الصفري Y^0 للشبكة بعد تطبيق جوردان.

بالاعتماد على العلاقة (11) وبفرض أن العطل حدث عند العقدة (6) نجد:

$$\begin{aligned} \dot{U}_6^* &= \dot{U}_6^1 + \dot{Z}_{66}^1 \dot{I}_6^1; & \Rightarrow \dot{U}_6^1 &= \dot{U}_6^* - \dot{Z}_{66}^1 \dot{I}_6^1; \\ 0 &= \dot{U}_6^2 + \dot{Z}_{66}^2 \dot{I}_6^2; & \Rightarrow \dot{U}_6^2 &= -\dot{Z}_{66}^2 \dot{I}_6^2; \\ 0 &= \dot{U}_6^0 + \dot{Z}_{66}^0 \dot{I}_6^0. & \Rightarrow \dot{U}_6^0 &= -\dot{Z}_{66}^0 \dot{I}_6^0. \end{aligned} \quad (14)$$

تمثل المعادلة (14) المركبات المتناظرة للجهود في حالة عطل بسيط، ولكن من أجل الحصول على النظام

أثناء العطل لا بد من الحصول على الشروط الحدية للعطل والتي تتبع لنوع العطل في تلك العقدة.

فمن أجل عطل أحادي الطور على الطور A عند العقدة 6 في الدارة المبينة بالشكل (1)، لدينا ثلاثة شروط حدية

أحدهما للجهود واثنان للتيارات أي $k = 1$ ، وبما أن الشرط الحدي للجهود لهذا العطل هو:

$$U_F^A = 0; \Rightarrow U_F^1 + U_F^2 + U_F^0 = 0, \quad (15)$$

وبالاعتماد على العلاقة (15)، حيث $k = m = 1$ نجد أنها تأخذ الشكل التالي:

$$\left[\sum_{i=1,2,0} \psi_k^i U_F^i \right]_K \Rightarrow \psi_1^1 U_6^1 + \psi_1^2 U_6^2 + \psi_1^0 U_6^0 = 0 \quad (16)$$

$K=1,2,\dots,m$

حيث يصف الدليل k في العلاقة (16) ترتيب تسلسل الشروط الحدية للعطل المدروس، وبالمقارنة بين العلاقتين (15)، (16) نجد:

$$\psi_1^1 = \psi_1^2 = \psi_1^0 = 1 \quad (17)$$

أما الشروط الحدية بالنسبة للتيارات فتعطي بالعلاقة:

$$J = 3n - k = 3 - 1 = 2 \quad (18)$$

حيث: n - عدد العقد التي يحصل عندها العطل.

تأخذ الشروط الحدية للتيارات بالنسبة للعطل المدروس الشكل:

$$\begin{aligned} I_F^B = 0; & \Rightarrow a^2 I_F^1 + a I_F^2 + I_F^0 = 0; \\ I_F^C = 0; & \Rightarrow a I_F^1 + a^2 I_F^2 + I_F^0 = 0; \end{aligned} \quad (19)$$

وبالأخذ بعين الاعتبار العلاقة (13) نجد:

$$\begin{aligned} & \left[\sum_{i=1,2,0} \varphi_j^i I_F^i = 0 \right]_{j=m+1,3n} \Rightarrow \\ I_F^B = 0 & \Rightarrow a^2 I_6^1 + a I_6^2 + I_6^0 = \varphi_2^1 I_6^1 + \varphi_2^2 I_6^2 + \varphi_2^0 I_6^0 = 0; \\ I_F^C = 0 & \Rightarrow a I_6^1 + a^2 I_6^2 + I_6^0 = \varphi_3^1 I_6^1 + \varphi_3^2 I_6^2 + \varphi_3^0 I_6^0 = 0; \end{aligned} \quad (20)$$

حيث الرمز J في العلاقة (20) يمثل ترتيب تسلسل الشروط الحدية للعطل مع الأخذ بعين الاعتبار ترتيب الشروط الحدية k في العلاقة (16). ومن العلاقة (20) نجد:

$$I_6^B = 0 \Rightarrow \varphi_2^1 = a^2, \varphi_2^2 = a, \varphi_2^0 = 1$$

أما من أجل الشرط الحدي للتيار بالنسبة للطور C فنجد:

$$I_6^C = 0 \Rightarrow \varphi_3^1 = a, \varphi_3^2 = a^2, \varphi_3^0 = 1$$

وبهذا الشكل نكون قد حصلنا على المعادلات الست التي تصف العطل عند العقدة (6) بالشكل المصفوفي التالي:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & Z_{66}^1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & Z_{66}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & Z_{66}^0 \\ \psi_1^1 & \psi_1^2 & \psi_1^0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varphi_2^1 & \varphi_2^2 & \varphi_2^0 \\ 0 & 0 & 0 & \varphi_3^1 & \varphi_3^2 & \varphi_3^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_6^1 \\ U_6^2 \\ U_6^0 \\ I_6^1 \\ I_6^2 \\ I_6^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_6^* \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

الآن بتعويض قيم $Z_{66}^1, Z_{66}^2, Z_{66}^0$ من المصفوفة Y^1, Y^2, Y^0 بعد تطبيق جوردان على عقد الحمولة والعتل، وكذلك تعويض قيم $\varphi_1^1, \varphi_1^2, \varphi_1^0, \varphi_2^1, \varphi_2^2, \varphi_2^0, \varphi_3^1, \varphi_3^2, \varphi_3^0$ وتعويض قيم a, a^2 حيث: $a = -0.5 - J0.866, a^2 = -0.5 + J0.866$ فتأخذ المعادلة (21) الشكل:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.5324J & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0.5324J & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0.1270J \\ 0 & 0 & 0 & -0.5+0.866J & -0.5-0.866J & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -0.5-0.866J & -0.5+0.866J & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_6^* \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

حيث: $Z_{66}^1 = Z_{66}^2 = 0.5324J, Z_{66}^0 = 0.1270J$ ويتم الحصول على هذه القيم من مصفوفة السماحيات للتسلسل الموجب والسالب والصفري $Y_{66}^1, Y_{66}^2, Y_{66}^0$ أما $U_6^* = 1PU$ فتحدد قيمتها من مصفوفة العمل على فراغ بعد إجراء تبديل جوردان، وبحل المعادلة المصفوفية (22) نجد:

$$\begin{bmatrix} U_6^1 \\ U_6^2 \\ U_6^0 \\ I_6^1 \\ I_6^2 \\ I_6^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5533 \\ -0.4467 \\ -0.1066 \\ -0.8390J \\ -0.8390J \\ -0.8390J \end{bmatrix} \quad (23)$$

تمثل المصفوفة (23) قيم المركبات المتناظرة للجهود والتيارات في عقدة العطل (6) لحالة عطل أحادي الطور ويمكن التأكد من صحة الحل من ملاحظة توافق الشروط الحدية لهذا العطل. الآن وبالعودة إلى النموذج الموصوف في العلاقات (9)، (8)، (7) نجد أن مركبة العمل على فراغ تأخذ

الشكل التالي:

$$\begin{bmatrix} I_1^* \\ I_2^* \\ I_3^* \\ U_4^* \\ U_5^* \\ U_6^* \\ U_7^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.6791J & 0.4932J & 0.1859J & -0.2589 & -0.3113 & -0.3370 & -0.4754 \\ 0.4932J & -0.7022J & 0.2090J & -0.6314 & -0.3498 & -0.4335 & -0.3810 \\ 0.1859J & 0.2090J & -0.3949J & -0.1097 & -0.3389 & -0.2295 & -0.1436 \\ 0.2589 & 0.6314 & 0.1097 & 0.3315J & 0.1837J & 0.2276J & 0.2000J \\ 0.3113 & 0.3498 & 0.3389 & 0.1837J & 0.5673J & 0.3841J & 0.2405J \\ 0.3370 & 0.4335 & 0.2295 & 0.2276J & 0.3841J & 0.5324J & 0.2604J \\ 0.4754 & 0.3810 & 0.1436 & 0.2000J & 0.2405J & 0.2604J & 0.3672J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

أما مركبة هبوط الجهد في دارة التسلسل الموجب فتعطي بالشكل:

$$[Y_1]' \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.8390J \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.2827J \\ -0.3637J \\ -0.1926J \\ -0.1910 \\ -0.3223 \\ -0.4467 \\ -0.2185 \end{bmatrix} \quad (25)$$

حيث : $I_6^1 = -0.8390J$ وتمثل المركبة المتناظرة الموجبة لتيار العطل.

وبالتالي نحصل على المركبة التسلسل الموجب للنظام أثناء عطل أحادي الطور مع الأرض من العلاقتين (24) و (25) بالشكل التالي:

$$\begin{bmatrix} I_1^1 \\ I_2^1 \\ I_3^1 \\ U_4^1 \\ U_5^1 \\ U_6^1 \\ U_7^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.2827J \\ -0.3637J \\ -0.1926J \\ -0.1910 \\ -0.3223 \\ -0.4467 \\ -0.2185 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.2827J \\ -0.3637J \\ -0.1926J \\ 0.8090 \\ 0.6777 \\ 0.5533 \\ 0.7817 \end{bmatrix} \quad (26)$$

و

تأخذ مركبة التسلسل السالب الشكل التالي:

$$\begin{bmatrix} I_1^2 \\ I_2^2 \\ I_3^2 \\ U_4^2 \\ U_5^2 \\ U_6^2 \\ U_7^2 \end{bmatrix} = [Y_2]' \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.8390J \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.2827J \\ -0.3637J \\ -0.1926J \\ -0.1910 \\ -0.3223 \\ -0.4467 \\ -0.2185 \end{bmatrix} \quad (27)$$

حيث : $I_6^2 = -0.8390J$ وتمثل المركبة المتناظرة السالبة لتيار العطل.

أما مركبة التسلسل الصفري فتأخذ الشكل:

$$\begin{bmatrix} I_1^0 \\ I_2^0 \\ I_3^0 \\ U_4^0 \\ U_5^0 \\ U_6^0 \\ U_7^0 \end{bmatrix} = [Y_0]' \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.8390J \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.0053 \\ -0.0091 \\ -0.1066 \\ -0.0050 \end{bmatrix} \quad (28)$$

حيث : $I_6^0 = -0.8390J$ وتمثل المركبة المتناظرة السالبة لتيار العطل.

أما النظام بشكل كامل على الطور A فيأخذ الشكل التالي:

$$\begin{bmatrix} I_1^A \\ I_2^A \\ I_3^A \\ U_4^A \\ U_5^A \\ U_6^A \\ U_7^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1^1 \\ I_2^1 \\ I_3^1 \\ U_4^1 \\ U_5^1 \\ U_6^1 \\ U_7^1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_1^2 \\ I_2^2 \\ I_3^2 \\ U_4^2 \\ U_5^2 \\ U_6^2 \\ U_7^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_1^0 \\ I_2^0 \\ I_3^0 \\ U_4^0 \\ U_5^0 \\ U_6^0 \\ U_7^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.2827J \\ -0.3637J \\ -0.1926J \\ 0.8090 \\ 0.6777 \\ 0.5533 \\ 0.7817 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.2827J \\ -0.3637J \\ -0.1926J \\ -0.1910 \\ -0.3223 \\ -0.4467 \\ -0.2185 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.0053 \\ -0.0091 \\ -0.1066 \\ -0.0050 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5655J \\ -0.7274J \\ -0.3851J \\ 0.6128 \\ 0.3464 \\ 0.0000 \\ 0.5582 \end{bmatrix} \quad (29)$$

عطل ثنائي الطور مع الأرض: بافتراض حصول عطل ثنائي الطور على الطورين B, C مع الأرض في العقدة 6 من الشكل (1)، من أجل الحصول على معادلات المركبات المتناظرة للجهود والشروط الحدية للتيارات في عقدة العطل للعطل المذكور، وبما أن عقدة العطل لم تتغير ولكن نوع العطل فقط تغير تبقى الأسطر الثلاثة العلوية في المصفوفة (21) كما هي، ويتم استبدال فقط الأسطر الثلاثة السفلية التي تصف الشروط الحدية للعطل، ويتم استنتاجها من العلاقتين (12)، (13). يمتاز هذا العطل بشرطين حديين للجهود أي $k = 2$ يأخذ الشكل:

$$\begin{aligned} \left[\sum_{i=1,2,0} \psi_k^i U_F^i = 0 \right]_{j=1,2} &\Rightarrow \\ U_6^B = 0 &\Rightarrow \\ a^2 U_6^1 + a U_6^2 + U_6^0 = \psi_1^1 U_6^1 + \psi_1^2 U_6^2 + \psi_1^0 U_6^0 = 0; &\quad (30) \\ U_6^C = 0 &\Rightarrow \\ a U_6^1 + a^2 U_6^2 + U_6^0 = \psi_2^1 U_6^1 + \psi_2^2 U_6^2 + \psi_2^0 U_6^0 = 0; \end{aligned}$$

وبالتالي نجد:

$$\begin{aligned} \psi_1^1 = a^2, \psi_1^2 = a, \psi_1^0 = 1; \\ \psi_2^1 = a, \psi_2^2 = a^2, \psi_2^0 = 1 \end{aligned} \quad (31)$$

كما نجد أن عدد الشروط الحدية للتيارات بالنسبة للعطل المدروس $m = 3n - k = 3 - 2 = 1$ ويعطى بالشكل التالي:

$$\begin{aligned} \left[\sum_{i=1,2,0} \phi_j^i I_F^i = 0 \right]_{j=k+1,3n} &\Rightarrow \left[\sum_{i=1,2,0} \phi_j^i I_F^i = 0 \right]_{j=3,3} \Rightarrow \\ I_6^A = 0 &\Rightarrow I_6^1 + I_6^2 + I_6^0 = \phi_3^1 I_6^1 + \phi_3^2 I_6^2 + \phi_3^0 I_6^0 = 0 \end{aligned}$$

من العلاقة الأخيرة نجد: $\phi_3^1 = \phi_3^2 = \phi_3^0 = 1$ ، وبهذا الشكل نكون قد حصلنا على المعادلات الست التي تصف العطل بالشكل المصفوفي التالي:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & Z_{66}^1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & Z_{66}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & Z_{66}^0 \\ \psi_1^1 & \psi_1^2 & \psi_1^0 & 0 & 0 & 0 \\ \psi_2^1 & \psi_2^2 & \psi_2^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \phi_3^1 & \phi_3^2 & \phi_3^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_6^1 \\ U_6^2 \\ U_6^0 \\ I_6^1 \\ I_6^2 \\ I_6^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_6^* \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

الآن بتعويض قيم $Z_{66}^1, Z_{66}^2, Z_{66}^0$ و $\psi_1^1, \psi_1^2, \psi_1^0, \psi_2^1, \psi_2^2, \psi_2^0, \phi_3^1, \phi_3^2, \phi_3^0$ نحصل على المعادلة المصفوفية للمركبات المتناظرة للجهود والتيارات بالشكل التالي:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.5324J & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0.5324J & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0.1270J \\ -0.5+0.866J & -0.5-0.866J & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -0.5-0.866J & -0.5+0.866J & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_6^* \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

وبحل المعادلة المصفوفية الأخيرة نحصل على:

$$\begin{bmatrix} U_6^1 \\ U_6^2 \\ U_6^0 \\ I_6^1 \\ I_6^2 \\ I_6^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1615 \\ 0.1615 \\ 0.1615 \\ -1.5750J \\ 0.3033J \\ 1.2716J \end{bmatrix} \quad (34)$$

تمثل المصفوفة (34) قيم المركبات المتناظرة للجهود والتيارات في عقدة العطل (6) لحالة عطل ثنائي الطور مع الأرض ويمكن التأكد من صحة الحل من ملاحظة توافق الشروط الحدية لهذا العطل. وينفس الشكل السابق كما تم حساب النظام أثناء حدوث عطل أحادي الطور يتم حساب الأعطال الأخرى مع مراعاة أخذ قيم المركبات المتناظرة للجهود والتيارات في عقدة العطل (6) لحالة عطل ثنائي الطور مع الأرض. فنجد أنه بالنسبة لعطل ثنائي الطور مع الأرض تأخذ مركبة هبوط الجهد في دائرة التسلسل الموجب الشكل التالي:

$$[Y_1]' \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1.5750J \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5308J \\ -0.6828J \\ -0.3615J \\ -0.3585 \\ -0.6050 \\ -0.8385 \\ -0.4101 \end{bmatrix} \quad (35)$$

حيث : $I_6^1 = -1.5750J$ وتمثل المركبة المتناظرة الموجبة لتيار العطل.

وبالتالي نحصل على المركبة التسلسل الموجب للنظام أثناء عطل ثنائي الطور مع الأرض من العلاقتين بالشكل:

$$\begin{bmatrix} I_1^1 \\ I_2^1 \\ I_3^1 \\ U_4^1 \\ U_5^1 \\ U_6^1 \\ U_7^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + = \begin{bmatrix} -0.5308J \\ -0.6828J \\ -0.3615J \\ -0.3585 \\ -0.6050 \\ -0.8385 \\ -0.4101 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5308J \\ -0.6828J \\ -0.3615J \\ 0.6415 \\ 0.3950 \\ 0.1615 \\ 0.5901 \end{bmatrix} \quad (36)$$

وتأخذ مركبة التسلسل السالب الشكل:

$$\begin{bmatrix} I_1^2 \\ I_2^2 \\ I_3^2 \\ U_4^2 \\ U_5^2 \\ U_6^2 \\ U_7^2 \end{bmatrix} = [Y_2]^t \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.3033J \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1022J \\ 0.1315J \\ 0.0696J \\ 0.0690 \\ 0.1165 \\ 0.1615 \\ 0.0790 \end{bmatrix} \quad (37)$$

حيث : $I_6^2 = 0.3033J$ وتمثل المركبة المتناظرة السالبة لتيار العطل.

أما مركبة التسلسل الصفري فتأخذ الشكل:

$$\begin{bmatrix} I_1^0 \\ I_2^0 \\ I_3^0 \\ U_4^0 \\ U_5^0 \\ U_6^0 \\ U_7^0 \end{bmatrix} = [Y_0]^t \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1.2716J \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.0080 \\ 0.0137 \\ 0.1615 \\ 0.0075 \end{bmatrix} \quad (38)$$

حيث : $I_6^0 = 1.2716J$ وتمثل المركبة المتناظرة السالبة لتيار العطل.

أما النظام بشكل كامل على الطور A فيصبح:

$$\begin{bmatrix} I_1^A \\ I_2^A \\ I_3^A \\ U_4^A \\ U_5^A \\ U_6^A \\ U_7^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1^1 \\ I_2^1 \\ I_3^1 \\ U_4^1 \\ U_5^1 \\ U_6^1 \\ U_7^1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_1^2 \\ I_2^2 \\ I_3^2 \\ U_4^2 \\ U_5^2 \\ U_6^2 \\ U_7^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_1^0 \\ I_2^0 \\ I_3^0 \\ U_4^0 \\ U_5^0 \\ U_6^0 \\ U_7^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5308J \\ -0.6828J \\ -0.3615J \\ 0.6415 \\ 0.3950 \\ 0.1615 \\ 0.5901 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.1022J \\ 0.1315J \\ 0.0696J \\ 0.0690 \\ 0.1165 \\ 0.1615 \\ 0.0790 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.0080 \\ 0.0137 \\ 0.1615 \\ 0.0075 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.4286J \\ -0.5513J \\ -0.2919J \\ 0.7186 \\ 0.5253 \\ 0.4844 \\ 0.6766 \end{bmatrix} \quad (39)$$

- عطل ثنائي الطور: يمتاز هذا العطل بشرط حدي للجهود وشرطين حديين للتيار، يتم تحديد الشروط الثلاث كما تم في حالتين العطل السابقتين فنحصل على:

$$\left[\sum_{i=1,2,0} \psi_k^i U_F^i = 0 \right]_{j=1,1} \Rightarrow \quad (40)$$

$$U_B = U_C = U \Rightarrow (a^2 - a)U_6^1 + (a - a^2)U_6^2 = 0$$

$$\psi_1^1 = 1.732J, \psi_1^2 = -1.732J, \psi_1^0 = 0;$$

أما بالنسبة للشرطين الحديين للتيار فيعطى الشرط الأول وفقاً للعلاقة (13) كما يلي:

$$\left[\sum_{i=1,2,0} \varphi_j^i I_F^i = 0 \right]_{j=k+1,3n} \Rightarrow \left[\sum_{i=1,2,0} \varphi_j^i I_F^i = 0 \right]_{j=2,3} \Rightarrow$$

$$I_6^A = 0 \Rightarrow I_6^1 + I_6^2 + I_6^0 = \varphi_3^1 I_6^1 + \varphi_3^2 I_6^2 + \varphi_3^0 I_6^0 = 0 \Rightarrow$$

$$\varphi_2^1 = \varphi_2^2 = \varphi_2^0 = 1$$

أما الشرط الثاني فيكتب بالشكل التالي:

$$I_6^A + I_6^B + I_6^C = 0 \Rightarrow I_6^1 + I_6^2 + I_6^0 + a^2 I_6^1 + a I_6^2 + I_6^0 +$$

$$a I_6^1 + a^2 I_6^2 + I_6^0 = 0 \Rightarrow I_6^0 = 0 \Rightarrow$$

$$\varphi_3^1 = 1, \varphi_3^2 = 1, \varphi_3^0 = 0$$

وبهذا يمكن الحصول على المعادلات الست التي تصف العطل بالشكل المصفوفي التالي:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & Z_{FF}^1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & Z_{FF}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & Z_{FF}^0 \\ \psi_1^1 & \psi_1^2 & \psi_1^0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varphi_2^1 & \varphi_2^2 & \varphi_2^0 \\ 0 & 0 & 0 & \varphi_3^1 & \varphi_3^2 & \varphi_3^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_F^1 \\ U_F^2 \\ U_F^0 \\ I_F^1 \\ I_F^2 \\ I_F^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_F^* \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (41)$$

بتعويض قيم $Z_{66}^1, Z_{66}^2, Z_{66}^0$ و $\psi_1^1, \psi_1^2, \psi_1^0, \psi_2^1, \psi_2^2, \psi_2^0, \varphi_3^1, \varphi_3^2, \varphi_3^0$ نحصل على المعادلة المصفوفية للمركبات المتناظرة للجهود والتيارات للعطل المدروس بالشكل التالي:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.5324J & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0.5324J & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0.1270J \\ 1.7320J & -1.7320J & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_6^* \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (42)$$

ويحل هذه المعادلة المصفوفية نحصل على قيم المركبات المتناظرة للجهود والتيارات في عقدة العطل لعطل ثنائي الطور في العقدة للعطل المدروس في العقدة (6) من الشبكة المبنية في الشكل (1) كما يلي:

$$\begin{bmatrix} U_6^1 \\ U_6^2 \\ U_6^0 \\ I_6^1 \\ I_6^2 \\ I_6^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5000 \\ 0.5000 \\ 0 \\ -0.9391J \\ 0.9391J \\ 0 \end{bmatrix} \quad (43)$$

وبإجراء العمليات الحسابية كما في الحالتين السابقتين مع تغيير قيم المركبات المتناظرة للتيارات والتي تؤخذ في حالة العطل المدروس من (43) فنحصل على:

$$\begin{bmatrix} I_1^A \\ I_2^A \\ I_3^A \\ U_4^A \\ U_5^A \\ U_6^A \\ U_7^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1^1 \\ I_2^1 \\ I_3^1 \\ U_4^1 \\ U_5^1 \\ U_6^1 \\ U_7^1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_1^2 \\ I_2^2 \\ I_3^2 \\ U_4^2 \\ U_5^2 \\ U_6^2 \\ U_7^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_1^0 \\ I_2^0 \\ I_3^0 \\ U_4^0 \\ U_5^0 \\ U_6^0 \\ U_7^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.3165J \\ -0.4071J \\ -0.2155J \\ 0.7863 \\ 0.6393 \\ 0.5000 \\ 0.7557 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.3165J \\ -0.4071J \\ -0.2155J \\ 0.7863 \\ 0.6393 \\ 0.5000 \\ 0.7557 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1.5726 \\ 1.2786 \\ 1 \\ 1.5114 \end{bmatrix} \quad (44)$$

عطل ثلاثي الطور مع الأرض: يتميز هذا العطل بثلاثة شروط حدية للجهود ولا يحوي شرطاً حدياً للتيار فبالنالي يتم استنتاج $\psi_1^1, \psi_1^2, \psi_1^0, \psi_2^1, \psi_2^2, \psi_2^0, \psi_3^1, \psi_3^2, \psi_3^0$ من العلاقة (16)، أي $k = 3$ وبالاعتماد على هذه العلاقة نجد:

$$\begin{aligned} \left[\sum_{i=1,2,0} \psi_i U^i = 0 \right]_{j=1,k} &\Rightarrow \\ U_6^A = U_6^B = U_6^C = 0 &\Rightarrow \\ U_6^A = 0 &\Rightarrow \psi_1^1 U_6^1 + \psi_1^2 U_6^2 + \psi_1^0 U_6^0 = 0 \Rightarrow \\ \psi_1^1 = \psi_1^2 = \psi_1^0 = 1; & \quad (45) \\ U_6^B = 0 &\Rightarrow \psi_2^1 U_6^1 + \psi_2^2 U_6^2 + \psi_2^0 U_6^0 = 0 \Rightarrow \\ \psi_2^1 = a^2, \psi_2^2 = a, \psi_2^0 = 1; & \\ U_6^C = 0 &\Rightarrow \psi_3^1 U_6^1 + \psi_3^2 U_6^2 + \psi_3^0 U_6^0 = 0 \Rightarrow \\ \psi_3^1 = a, \psi_3^2 = a^2, \psi_3^0 = 1. & \end{aligned}$$

وبإضافة هذه الشروط إلى معادلات المركبات المتناظرة بالنسبة لعقدة العطل نحصل على المعادلات الست التي تصف العطل بالشكل المصفوفي التالي:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & Z_{FF}^1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & Z_{FF}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & Z_{FF}^0 \\ \psi_1^1 & \psi_1^2 & \psi_1^0 & 0 & 0 & 0 \\ \psi_2^1 & \psi_2^2 & \psi_2^0 & 0 & 0 & 0 \\ \psi_3^1 & \psi_3^2 & \psi_3^0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_F^1 \\ U_F^2 \\ U_F^0 \\ I_F^1 \\ I_F^2 \\ I_F^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_F^* \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (46)$$

بتعويض قيم $Z_{66}^1, Z_{66}^2, Z_{66}^0$ و $\psi_1^1, \psi_1^2, \psi_1^0, \psi_2^1, \psi_2^2, \psi_2^0, \psi_3^1, \psi_3^2, \psi_3^0$ بالنسبة للعطل المدروس نحصل على المعادلة المصفوفية التي تصف العطل عند عقدة العطل بالشكل التالي:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.5324J & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0.5324J & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0.1270J \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -0.5-0.866J & -0.5+0.866J & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -0.5+0.866J & -0.5-0.866J & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_6^1 \\ U_6^2 \\ U_6^0 \\ I_6^1 \\ I_6^2 \\ I_6^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_6^* \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (47)$$

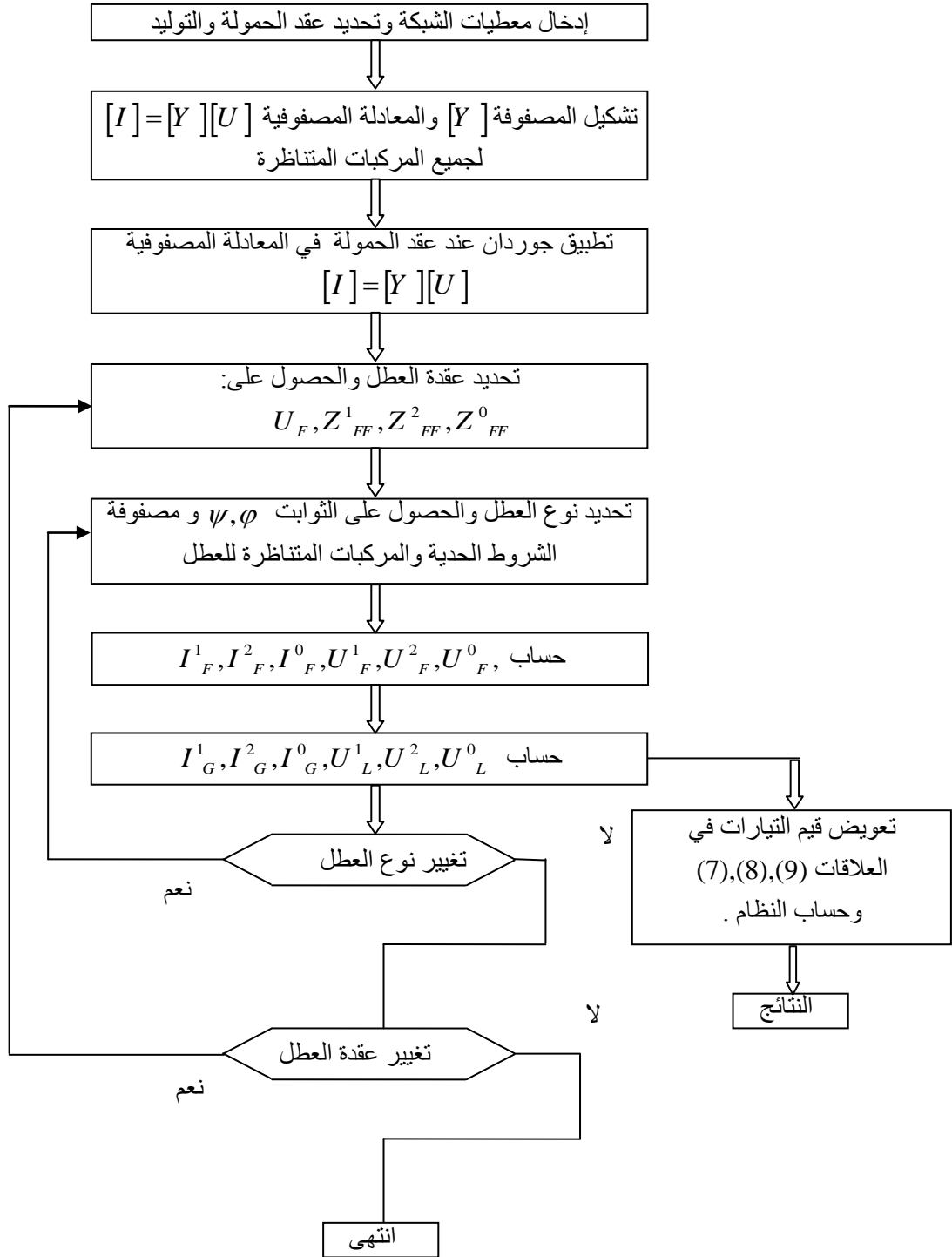
يتم الحصول على قيم المركبات المتناظرة للجهود والتيارات نتيجة جداء مقلوب مصفوفة معادلات المركبات المتناظرة والشروط الحدية بمصفوفة العمل على فراغ كما فنحصل على:

$$\begin{bmatrix} U_6^1 \\ U_6^2 \\ U_6^0 \\ I_6^1 \\ I_6^2 \\ I_6^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1.8783J \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (48)$$

تمثل المصفوفة أعلاه قيم المركبات المتناظرة للجهود والتيارات في عقدة العطل (6) لحالة عطل ثلاثي الطور مع الأرض. وإجراء العمليات الحسابية كما في الحالات السابقة مع تغيير قيم المركبات المتناظرة للتيارات والتي تؤخذ في حالة العطل المدروس من (48) فنحصل على:

$$\begin{bmatrix} I_1^A \\ I_2^A \\ I_3^A \\ U_4^A \\ U_5^A \\ U_6^A \\ U_7^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1^1 \\ I_2^1 \\ I_3^1 \\ U_4^1 \\ U_5^1 \\ U_6^1 \\ U_7^1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_1^2 \\ I_2^2 \\ I_3^2 \\ U_4^2 \\ U_5^2 \\ U_6^2 \\ U_7^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_1^0 \\ I_2^0 \\ I_3^0 \\ U_4^0 \\ U_5^0 \\ U_6^0 \\ U_7^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.6330J \\ -0.8142J \\ -0.4311J \\ 0.5725 \\ 0.2785 \\ 0 \\ 0.5109 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.6330J \\ -0.8142J \\ -0.4311J \\ 0.5725 \\ 0.2785 \\ 0 \\ 0.5109 \end{bmatrix} \quad (49)$$

تم تنفيذ برنامج حساب الأعطال المذكورة أعلاه باستخدام لغة البرمجة Visual basic6 وفقاً للمخطط النهجي المبين في الشكل (8) المبين أدناه.



الشكل (8) المخطط النهجي المقترح في حسابات الأعطال البسيطة.

الاستنتاجات والتوصيات:

- مما تقدم نجد أنه باستخدام الطريقة المقترحة يمكن تنفيذ ما يلي:
- دراسة أي عطل كان في شبكة كهربائية وفي أي عقدة كانت دون العودة إلى تحميل البرنامج بعد تحميله لأول مرة، حيث يتم اختيار العقدة المراد حساب العطل فيها وتحديد المركبات المتناظرة للجهود والتيارات بعد تشغيل البرنامج مرة واحدة فقط، ويتم التعامل مع البرنامج بتحديد عقدة العطل أو نوع العطل بعد تحميله وليس من بداية تحميل البرنامج، ومن أجل الحصول على النظام أثناء حدوث العطل يتم تعويض تأثير هذه المركبات على النظام بشكل كامل فنحصل على جهود عقد الحمولة إضافة إلى التيارات الناتجة عن عقد التوليد وبالتالي الحصول على النظام كاملاً.
 - الحصول على قيم المركبات المتناظرة للجهود والتيارات في عقدة العطل دون تحميل كامل البرنامج وذلك فقط من خلال معرفة الممانعات المكافئة بالنسبة لدارات التسلسل الموجب والسالب والصفري ومعرفة جهد عقدة العطل قبل حدوثه، إضافة إلى الشروط الحدية الخاصة بالعطل المدروس.
 - حساب مؤشرات النظام أثناء حدوث العطل مع الأخذ بعين الاعتبار الحملات التي تُهمل في أغلب حسابات الأعطال الكلاسيكية.
 - يمكن تطوير هذه الطريقة من أجل حساب مؤشرات النظام الكهربائي أثناء حدوث الأعطال التسلسلية أيضاً إضافة إلى الأعطال في أكثر من عقدة بأن واحد.

المراجع:

1. CHARAM A. General model of n degree simulation electrical faults & Calcu them by PC. Sciences Direct. 2012.
2. NATARAJAN R., MARCEL Dekker AG. Eastern Hemisphere Distribution Marcel Aided Power System Analysis. 2002.
3. IEEE..Calculating Short-Circuit Currents in Industrial and Commercial Power Systems. American National Standards Institute. 2006 . Std 551.
4. DAS J. C. Eastern Hemisphere Distribution Marcel Dekker AG. Power System Analysis 2002.
5. NASSER D. TLEIS . Power System Modeling and fault Analysis . 2008.
6. MURTY P. S. R. Power System Analysis. 2007.
7. ARRILLAJA J., JOHN WILEY , SONS ARNOLD C. P. Computer Analysis of Power Systems. 1994 .