مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية _ سلسلة العلوم الهندسية المجلد (32) العدد (1) 2010
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Engineering Sciences Series Vol. (32) No. (1) 2010

التحليل الزلزالي النمطي لنماذج المنشآت الخاصة (الصوامع) بشكلها الفراغي و مقارنتة مع التحليل الزلزالي لنموذج مبسط بالاعتماد على مبدأ الكتل المكافئة

الدكتور عصام ناصر*

(تاريخ الإيداع 30 / 8 / 2009. قُبِل للنشر في 2010/2/7)

□ ملخّص □

يناقش البحث مسألة التحليل الزلزالي النمطي لنماذج المنشآت الخاصة ثلاثية الأبعاد، كالصوامع و الخزانات العالية وغيرها، عند تعرضها لتسارعات أرضية ناجمة عن فعل الزلازل. و يتجلى ذلك بإيجاد الترددات وأنماط الاهتزاز الطبيعية، تعيين الاستجابات النمطية، و بيان مدى تقارب نتائج التحليل النمطي لنموذج الجملة الحقيقي ذات **N** درجة حرية، مع نتائج التحليل لنموذج مبسط يملك ثلاث درجات حرية. وذلك من خلال مقارنة قيم المواصفات الديناميكية المتمثلة بالترددات وأدوار الاهتزاز الناتجة عن الحل الفراغي للجملة، مع القيم المماثلة لها لحالة النموذج المبسط ذي الكتل المكافئة الثلاث، التي تم حسابها وفق الحالتين التاليتين:

- بالاعتماد على انتقالات أنماط الاهتزازالطبيعية الثلاثة الأولى للنموذج الحقيقي
- بالجمع المباشر لقيم الكتل الجزئية العائدة لهذا المستوي

كما أجرينا محاولة لتقييم أثر انتظام الصلابة وتوزع الكتلة على قيم الدور والاهتزازات الطبيعية من خلال دراسة هيكل الصومعة، باعتباره موثوقاً بالأرض ومنتظم المقطع على كامل الارتفاع. و قد أظهرت نتائج الدراسة أن هناك فارقاً كبيراً في قيم النتائج، وهذا عائد لتأثير الأنماط من مراتب عليا على قيم الاستجابة الديناميكية.

بالتالي يمكن القول إنه لايمكن اعتماد نتائج الحل المبسط للمنشأ، ولابد من إجراء التحليل الدقيق لنموذجه الحقيقي.

الكلمات المفتاحية: التحليل الزلزالي، التحليل الزلزالي المبسط، منشآت الصوامع ، الكتل المكافئة.

* أستاذ – قسم الهندسة الإنشائية – كلية الهندسة المدنية – جامعة تشرين – اللاذقية – سورية.

مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية _ سلسلة العلوم الهندسية المجلد (32) العدد (1) 2010
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Engineering Sciences Series Vol. (32) No. (1) 2010

The Modal Seismic Analysis of 3-D Special Structures (Silos) and Comparing It With The Seismic Analysis of Its Simplified Model By The Equivalent Masses

Dr. Issam Nasser*

(Received 30 / 8 / 2009. Accepted 7 / 2 / 2010)

□ ABSTRACT □

The research discusses the seismic model analysis for the models of the 3 - D special structures, such as Silos, when exposing to earth-born accelerations as results of earthquakes action, by finding the natural vibration frequencies, modes, model responses, and demonstrating the convergence accurateness of the results of the modal analysis for the model of the real - N freedom degrees system, with the results of the analysis for a simplified model which has three freedom degrees, in comparison between the values of the frequencies and periods of vibration as results from the two previous models.

The three equivalent masses have been computed in the next two cases:

- By studying the first three natural modes of vibration for the real model
- By the direct aggregating of the values of partial masses subordinate to this level.

Also, we tried to evaluate the stiffness regularity trail and the mass distribution on the period values and natural vibrations by studying silo shell considering it fixed by earth.

The results of the study showed that there is a big difference in the values of results. And we must rely on the results of accurate analysis for its real model.

Key words: Seismic analysis: Simplified seismic analysis: Silos: Equivalent Masses

***Professor , structural engineering department, faculty of civil engineering, Tishreen University, Lattakia , Syria**

مقدمة:

تعتبر منشآت الصوامع (**Silos**) من المنشآت الخاصة والهامة في الحياة العملية نظراً لشكلها الهندسي وخصوصيتها الوظيفية في تخزين المواد الصلبة والسائلة. بالتالي من الضروري دراسة كافة المؤثرات الخارجية التي ستتعرض لها خلال مرحلة الاستثمار، وخاصة التأثيرات الزلزالية منها بهدف حمايتها و تأمين استقرارها الهندسي والمحافظة على ديمومتها، حيث تعتبر المركبات الأفقية للهزات الأرضية بفعل الزلازل هي الأكثر ضرراً على المنشآت **[1 , 2]**.

في كثير من التطبيقات العملية يتم تحليل هذا النوع من المنشآت الخاصة على القوى الديناميكية، بما فيها الزلازل باستخدام نموذج مبسط ، يتمثل بظفر شاقولي له صلابة أفقية مكافئة لصلابة المنشأ الحقيقي، ومحمل بكتل مركزة وفق ارتفاعه ومكافئة لكتلة المنشأ الحقيقي **[1]**. حيث أغلب هذه التطبيقات تعتمد على منشأ ظفري ذي كتل مجمعة في ثلاثة مقاطع محددة منه .

في هذا البحث سنتطرق إلى مسألة التحليل الزلزالي النمطي لهذا النوع من المنشآت الخاصة و كيفية إيجاد الترددات الطبيعية وأنماط الاهتزاز الموافقة بالإضافة إلى قيم القوى و الانتقالات النمطية، من خلال التحليل الفراغي للنموذج الحقيقي لها. كما جرت محاولة لتبيان مدى صلاحية التحليل وفق الموديل الرياضي المبسط، الذي يملك ثلاث كتل مكافئة لكتلة المنشأ الحقيقية ومركزة في مقاطع محددة منه، حيث تم تحديد هذه الكتل استناداً إلى علاقات، تم استنتاجها بالاعتماد على مبادئ الطاقة الحركية أو بالحساب التقليدي الذي يستند إلى تحديد قيم الكتل المكافئة في كل مقطع من مقاطع المنشأ بجمع الكتل الجزئية العائدة لهذا المقطع. وبالنتيجة تم الحكم على دقة التحليل من خلال مقارنة المواصفات الديناميكية للاهتزاز المتمثلة بقيم الترددات وأدوار الاهتزاز.

أهمية البحث وأهدافه:

تكمن أهمية البحث في إجراء التحليل الزلزالي الدقيق للمنشآت الخاصة بشكلها الفراغي، بما فيها منشآت الصوامع، وذلك باستخدام طريقة التحليل النمطي **(Modal Analysis)** وبمساعدة البرنامج الهندسي **Sap 2000**. ويهدف البحث إلى بيان مدى صلاحية استخدام نتائج الحل التحليلي الزلزالي للنماذج المبسطة لهذه المنشآت، التي يتم اعتمادها وفق مبدأ الكتل المكافئة ، و ذلك من خلال دراسة انتقالات أنماط الاهتزاز الثلاثة الأولى للنماذج الحقيقية. و تتجلى هذه الصلاحية بمقارنة قيم المواصفات الديناميكية للاهتزاز المتمثلة بالدور وبالترددات الطبيعية

طرائق البحث ومواده:

سنبيّن فيما يلي استجابة المنشآت الخطية كتابع للزمن عند تعرضها لتسارع أرضي $\mathbf{ii_g(t)}$. وهذه الاستجابة وفق التحليل الزمني **(Response History Analysis)** أو اختصاراً **(RHA)** يصح تطبيقها على أي منشأ ذات شكل هندسي كيفي . كما سنتطرق إلى مسألة تشكيل مصفوفة الكتل المكافئة و النموذج المبسط للتحليل الزلزالي .

1- معادلات الحركة:

المعادلات التفاضلية الحاكمة لاستجابة الجمل متعددة درجات الحرية **(MDF)** بفعل الهزات الأرضية هي من الشكل **[3]:**

$$[m]\{\ddot{u}\}+[c]\{\dot{u}\}+[k]\{u\} = \{p_{eff}(t)\} \qquad \textbf{(1)}$$

حيث :

[m] – مصفوفة الكتلة وهي متناظرة أي : $m_{ij} = m_{ji}$ ، **[c]** – مصفوفة تخامد المنشأ

[k] – مصفوفة الصلابة وهي متناظرة أي : $k_{ij} = k_{ji}$ ، $\{\ddot{u}\}$ – شعاع التسارع

$\{\dot{u}\}$ – شعاع السرعة ، $\{u\}$ – شعاع الانتقال

$\{p_{eff}(t)\} = m l \ddot{u}_g(t)$ – شعاع القوى الزلزالية الفعّالة **Effective Earthquake Forces**

l – شعاع تأثير يمثل انتقالات الكتل العائدة لتطبيق انتقال أرضي واحدي بشكل ستاتيكي: $u^s(t) = l\,u_g(t)$

$u^s(t)$ – الانتقال الستاتيكي ، $u_g(t)$ – الانتقال الأرضي

نشير هنا إلى أنه من غير العملي ان يتم حساب المعاملات c_{ij} لمصفوفة النمط **c** مباشرة من أبعاد المنشأ و حجم عناصره ، إذ يكفي أن يتم تعيينها بالقيم العددية لنسب التخامد، استناداً إلى المعطيات التجريبية على منشأت مشابه حيث تسمح هذه الطريقة بإنشاء مصفوفة التخامد من نسب التخامد المعلومة .

2- الترددات وأنماط الاهتزاز الطبيعية

سنتطرق إلى مسألة القيم الخاصة **Eigenvalues Problem** التي بحلها نحصل على الترددات الطبيعية وأنماط اهتزاز الجملة، وذلك من خلال دراسة جملة غير متخامدة وذات درجتي حرية .

يمكن التعبير عن الانتقال لجملة غير متخامدة وفق احد أنماط اهتزازها بالشكل **[3]** :

$$u(t) = q_n(t)\varphi_n \qquad (2)$$

حيث شكل الانزياح φ_n لا يتغير مع الزمن .علاقة تغير الانتقالات مع الزمن تعطى بالتابع التوافقي البسيط كالأتي :

$$q_n(t) = A_n \cos\omega_n t + B_n \sin\omega_n t \qquad (3)$$

ثوابت التكامل A_n و B_n تحدد من الشروط الأولية عند بدء الحركة .

بتبديل المساواة (3) في (2) ينتج :

$$u(t) = \varphi_n \left(A_n \cos\omega_n t + B_n \sin\omega_n t\right) \qquad (4)$$

بتعويض علاقة **u(t)** في معادلة الحركة **(1)** وبعد إهمال التخامد و اعتبار الطرف الأيمن مساوياً للصفر نجد:

$$\left[-\omega_n^2 m\,\varphi_n + k\varphi_n\right]q_n(t) = 0$$

هذه المساواة تكون محققة بطريقتين :

- عندما $q_n(t) = 0$ هذا يعني ضمنياً أن $u(t) = 0$ بالتالي الجملة ساكنة وهذ الحل يسمى بالتافه
- عندما $-\omega_n^2 m\,\varphi_n + k\varphi_n = 0$ أي أن :

$$k\varphi_n = \omega_n^2 m\,\varphi_n \qquad (5)$$

المساواة الناتجة تسمى بمسألة القيم الخاصة . المسألة تكمن في تحديد القيم العددية لـ ω_n^2 و للشعاع φ_n .

بهدف منهجية حل المعادلة **(5)** نعيد كتابتها بالشكل :

$$\left[k - \omega_n^2 m\right]\varphi_n = 0 \qquad (6)$$

التي يمكن أن تؤول إلى **N** معادلة جبرية متجانسة ذات **N** عنصر $(\varphi_{jn}\ (j = 1, 2, \ldots\ldots, N)$ ، و هذه الجملة تملك دائماً حلاً تافهاً : $\varphi_n = 0$ و هو غير مفيد لأنه يدل ضمناً على غياب الحركة . الحل غير التافه يكون:

$$\det\left[k - \omega_n^2 m\right] = 0 \qquad (7)$$

أو بالصيغة التالية بعد تحويل مصفوفة الصلابة :

$$\det\left[k^{-1}m - \lambda_i I\right] = 0 \qquad (7\text{- a})$$

حيث : K^{-1} ـ مقلوب مصفوفة الصلابة ، m – مصفوفة الكتلة ، $\lambda_i = \frac{1}{\omega_i^2}$ القيم المميزة

ω_i – تردد الاهتزاز الحر للجملة ، I – المصفوفة الواحدية

عند نشر هذه المحددة نحصل على كثير حدود من الدرجة **N** بالنسبة لـ ω_n^2 أو بالنسبة لـ λ_i .

تسمى الصيغة **(7)** بالمعادلة المميزة أو معادلة الترددات، حيث تمتلك هذه المعادلة **N** جذراً حقيقياً موجباً لأن مصفوفتي الكتلة **m** و الصلابة **k** للمنشأ متناظرتان و معينهما موجب . جذور المعادلة المميزة هذه تعرف بالقيم الخاصة **Eigen-values** أو القيم المميزة **Characteristic values** وهي تحدد **N** تردد طبيعي للاهتزاز φ_n $(n = 1, 2, \ldots\ldots, N)$. بالتوافق مع **N** تردد طبيعي φ_n للجملة ذات **N** درجة حرية يوجد **N** شعاع مستقل φ_n و التي تعرف بالأنماط الطبيعية للاهتزازحيث الرقم **n** يشير إلى رقم النمط ، والنمط الأول يعرف بالنمط الأساسي . ترتب الترددات الطبيعية بالتسلسل من الأصغر إلى الأكبر $(\omega_1 < \omega_2 < \cdots\cdots < \omega_n)$ بالتطابق مع الأدوار الطبيعية و الأنماط الطبيعية .

3– النمط الموسع للانتقالات و القوى

يمكن التعبير عن الانتقال **u** للجمل ذات **N** درجة حرية كمجموع للمساهمات النمطية **[3]** :

$$u(t) = \sum_{n=1}^{N} \varphi_n q_n(t) \qquad (8)$$

هنا : φ_n – شعاع النمط ، $q_n(t)$ – الإحداثيات النمطية

التوزيع المكاني للقوى الزلزالية الفعّالة $p_{eff}(t)$ يحدد بـ $s = m\,l$. حيث يمكن نشر هذه القوى الموزعة كمجموع لقوى العطالة النمطية الموزعة s_n :

$$ml = \sum_{n=1}^{N} \Gamma_n m \varphi_n \qquad (9)$$

في هذه الصيغة :

$$\Gamma_n = \frac{L_n}{M_n}, \quad L_n = \varphi_n^T ml, \quad M_n = \varphi_n^T m \varphi_n \qquad (10)$$

مساهمة النمط **n** في شعاع التحريض **ml** هي :

$$s_n = \Gamma_n m \varphi_n \qquad (11)$$

و هي مستقلة عن كيفية تهذيب النمط

4– المعادلات النمطية

ذكرنا سابقاً بانه يمكن نشر الانتقال **u** للجمل **MDF** بدلالة المساهمات النمطية ، بالتالي يمكن التعبير عن الاستجابة الديناميكية لهكذا جمل كما يلي :

$$\mathbf{u(t)} = \sum_{n=1}^{N} \boldsymbol{\varphi}_n \mathbf{q}_n(t) = \boldsymbol{\Phi}\, \mathbf{q(t)} \qquad \mathbf{(12)}$$

يمكن تحويل المعادلات المرتبطة إلى جملة من المعادلات غير المرتبطة و ذات إحداثيات نمطية $\mathbf{q_n(t)}$.

بتبديل المساواة الناتجة **(12)** في العلاقة **(1)** ينتج :

$$\sum_{n=1}^{N} \mathbf{m}\boldsymbol{\varphi}_n \ddot{\mathbf{q}}_n + \sum_{n=1}^{N} \mathbf{c}\,\boldsymbol{\varphi}_n \dot{\mathbf{q}}_n + \sum_{n=1}^{N} \mathbf{k}\,\boldsymbol{\varphi}_n \mathbf{q}_n = \mathbf{p_{eff}(t)} \qquad \mathbf{(13)}$$

بجداء كل حد من حدود العلاقة الناتجة بـ $\boldsymbol{\varphi}_n^T$ تصبح بالشكل :

$$\sum_{n=1}^{N} \boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{m}\boldsymbol{\varphi}_n \ddot{\mathbf{q}}_n + \sum_{n=1}^{N} \boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{c}\,\boldsymbol{\varphi}_n \dot{\mathbf{q}}_n + \sum_{n=1}^{N} \boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{k}\,\boldsymbol{\varphi}_n \mathbf{q}_n = \boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{p_{eff}(t)} \qquad \mathbf{(14)}$$

يمكن إعادة كتابة العلاقة السابقة كالآتي :

$$\mathbf{M_n}\,\ddot{\mathbf{q}}_n + \mathbf{C_n}\,\dot{\mathbf{q}}_n + \mathbf{K_n}\,\mathbf{q}_n = \mathbf{P_{eff}(t)} \qquad \mathbf{(15)}$$

و هي المعادلة الحاكمة لاستجابة الجمل متعددة درجات الحرية **(MDF)** عند تعرضها لتسارع أرضي .

في هذه العلاقة :

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{M_n} &= \boldsymbol{\varphi}_n^T\, \mathbf{m}\, \boldsymbol{\varphi}_n \\ \mathbf{C_n} &= \boldsymbol{\varphi}_n^T\, \mathbf{c}\, \boldsymbol{\varphi}_n \\ \mathbf{K_n} &= \boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{k}\, \boldsymbol{\varphi}_n \\ \mathbf{P_{eff}}(t) &= \boldsymbol{\varphi}_n^T\, \mathbf{p_{eff}}(t) \end{aligned}\right\} \qquad \mathbf{(16)}$$

وهي الكتلة المعممة ، ثابت التخامد المعمم، الصلابة المعممة و القوة الفعّالة المعممة على الترتيب

نكتب العلاقة **(15)** بالشكل المصفوفي:

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{q}}\} + [\mathbf{C}]\{\dot{\mathbf{q}}\} + [\mathbf{K}]\{\mathbf{q}\} = [\mathbf{P_{eff}}] \qquad \mathbf{(17)}$$

هنا :

[M] – مصفوفة الكتل النمطية المعممة $\mathbf{M_n}$ و هي قطرية

[C] – مصفوفة لا قطرية عناصرها الثوابت النمطية المعممة $\mathbf{c_{nr}}$

[K] – مصفوفة الصلابات النمطية المعممة $\mathbf{k_n}$ و هي قطرية أيضاً

[$\mathbf{P_{eff}}$] – شعاع عمود القوى النمطية المعمم $\mathbf{p_{eff}(t)}$

بتقسيم حدود المعادلة **(15)** على $\mathbf{M_n}$ نجد **[4, 3]** :

$$\ddot{\mathbf{q}}_n + 2\xi_n\omega_n\,\dot{\mathbf{q}}_n + \omega_n^2\,\mathbf{q}_n = -\Gamma_n\,\ddot{\mathbf{u}}_g(t) \qquad \mathbf{(18)}$$

حيث : ζ_n – نسبة التخامد للنمط $\mathbf{n}$ و تحسب من الصيغة : $\zeta_n = \dfrac{\mathbf{C_n}}{2\mathbf{M_n}\,\omega_n}$

ω_n – التردد الطبيعي للاهتزاز الجملة وفق النمط $\mathbf{n}$

يمكن الحصول على الحل $\mathbf{q_n(t)}$ بسهولة إذا قارنا المعادلة **(18)** بمعادلة الحركة الحاكمة لاهتزاز جملة بدرجة حرية واحدة **(SDF)** و معرضة لتسارع أرضي $\ddot{\mathbf{u}}_g(t)$. إذ نستبدل $\mathbf{u}$ بـ $\mathbf{D_n}$ لتأكيد صلتها بالنمط $\mathbf{n}$ ، أي:

$$\ddot{\mathbf{D}}_n + 2\xi_n\omega_n\,\dot{\mathbf{D}}_n + \omega_n^2\,\mathbf{D}_n = -\ddot{\mathbf{u}}_g(t) \qquad \mathbf{(19)}$$

بالمقارنة بين العلاقتين **(19)** و **(18)** ينتج :

$$\mathbf{q_n(t) = \Gamma_n D_n(t)} \qquad \mathbf{(20)}$$

و هكذا يمكن حل المعادلة **(19)** لأجل $\mathbf{D_n(t)}$ باستخدام الطرق العددية بالخطوة الزمنية .

5- الاستجابات النمطية:

إن مساهمة النمط **n** بالانتقال $\mathbf{u(t)}$ هي **[3]** :

$$\mathbf{u_n(t) = \varphi_n q_n(t) = \Gamma_n \varphi_n D_n(t)} \qquad \mathbf{(21)}$$

استناداً إلى الانتقال الناتج، يمكن تعيين القوى المؤثرة في مختلف عناصر المنشأ بالتحليل الستاتيكي . في حالة التحليل الزلزالي يفضل الحصول على القوى الستاتيكية المكافئة، لأنه يسهل عملية المقارنة مع التحليل الديناميكي بالقوى التصميمية الزلزالية الموصَفة في كودات البناء . هذه القوى الستاتيكية المكافئة المرافقة لنمط الاستجابة **n** تحسب من الصيغة التالية :

$$\mathbf{f_n(t) = k u_n(t) = \omega_n^2 m \varphi_n q_n(t)} \qquad \mathbf{(22)}$$

بتبديل $\mathbf{q_n(t)}$ بقيمتها من الصيغة **(20)** و بالاستعانة بعلاقة $\mathbf{s_n}$ (العلاقة **11**) تأخذ المساواة السابقة الشكل:

$$\mathbf{f_n(t) = s_n A_n(t)} \qquad \mathbf{(23)}$$

حيث :

$$\mathbf{A_n(t) = \omega_n^2 D_n(t)} \qquad \mathbf{(24)}$$

يتضح مما سبق أن القوى الستاتيكية المكافئة $\mathbf{f_n(t)}$ هي نتاج لمقدارين :

- المساهمة $\mathbf{s_n}$ للنمط **n** في التوزع المكاني **ml** للقوى الفعّالة $\mathbf{p_{eff}}$
- استجابة التسارع الزائف للنمط **n** للجملة **SDF** على التسارع الأرضي $\mathbf{\ddot{u}_g(t)}$

تحدد المساهمة $\mathbf{r_n(t)}$ النمط **n** في أية استجابة $\mathbf{r(t)}$ بالتحليل الستاتيكي للمنشأ المعرض للقوى الخارجية $\mathbf{f_n(t)}$. حيث الاستجابة الستاتيكية النمطية $\mathbf{r_n^{st}}$ تشير إلى القيمة الستاتيكية لـ **r** ، العائدة لتأثير القوى الخارجية $\mathbf{s_n}$ وهذه القيمة يمكن أن تكون موجبة أو سالبة، وهي مستقلة عن الطريقة التي تم بها تسوية النمط .عندئذٍ سيكون :

$$\mathbf{r_n(t) = r_n^{st} \omega_n^2 D_n(t) = r_n^{st} A_n(t)} \qquad \mathbf{(25)}$$

يمكن تطبيق العلاقة **(25)** على استجابة الانتقال أيضاً. إذ إن الانتقالات الستاتيكية العائدة للقوى $\mathbf{s_n}$ تحقق المساواة التالية :

$$\mathbf{k u_n^{st} = s_n} \qquad \mathbf{(26)}$$

بتبديل قيمة $\mathbf{s_n}$ من الصيغة **(11)** في هذه العلاقة و بالاستعانة بصيغة القيم الخاصة **(5)** ينتج :

$$\mathbf{u_n^{st} = k^{-1}(\Gamma_n m \varphi_n) = \frac{\Gamma_n}{\omega_n^2}\varphi_n} \qquad \mathbf{(27)}$$

الآن بتبديل هذه المساواة في المعادلة **(25)** نجد :

$$\mathbf{u_n(t) = \frac{\Gamma_n}{\omega_n^2}\varphi_n A_n(t)} \qquad \mathbf{(28)}$$

6- الاستجابة الكلية

بتراكب مساهمات الاستجابة لكافة الأنماط نحصل على الاستجابة الكلية للمنشأ بفعل الحركة الأرضية . بالتالي الانتقالات العقدية ستكون **[4, 3]** :

$$\mathbf{u(t) = \sum_{n=1}^{N} u_n(t) = \sum_{n=1}^{N} \Gamma_n \Phi_n D_n(t)} \qquad \mathbf{(29)}$$

و باستخدام المساواة **(25)** نحصل على النتيجة العامة التي تصح لأية استجابة :

$$\mathbf{r(t) = \sum_{n=1}^{N} r_n(t) = \sum_{n=1}^{N} r_n^{st}\, A_n(t)} \qquad \mathbf{(30)}$$

يمكن تحديد مساهمات الاستجابة لبعض الأنماط من مرتبة أعلى بتحليل ستاتيكي أبسط عوضاً عن التحليل الديناميكي . لأجل الجمل وحيدة درجة الحرية **(SDF)** ذات أدوار الاهتزازالقصيرة يكون التسارع الزائف مساوياً $\mathbf{A(t) \approx -\ddot{u}_g(t)}$. و لأجل الطيف التصميمي يكون : $\mathbf{A = \ddot{u}_{go}}$ حيث قيم الدور $\mathbf{T_n \le \frac{1}{33} Sec}$ ، و $\mathbf{\ddot{u}_{go}}$ ذروة تسارع الحركة الأرضية . إذا تضمن مجال الدور هذا الأدوار الطبيعية من N_d+1 و حتى N عندئذٍ يمكن التعبير عن العلاقة **(30)** بالشكل :

$$\mathbf{r(t) = \sum_{n=1}^{Nd} r_n^{st} A_n(t) - \ddot{u}_g(t) \left(r^{st} - \sum_{n=1}^{Nd} r_n^{st} \right)} \qquad \mathbf{(31)}$$

في هذه المساواة $\mathbf{r^{st}}$ القيمة الستاتيكية لـ **r** و العائدة للقوى الخارجية **s** و تساوي :

$$\mathbf{r^{st} = \sum_{n=1}^{N} r_n^{st}}$$

هذا الحل مكون من جزأين : الحد الأول يمثل الاستجابة الديناميكية التي تأخذ بعين الاعتبار أنماط الاهتزاز الأولى . و الحد الثاني هو الاستجابة الستاتيكية للأنماط العليا .

7- تفسير التحليل النمطي

في الطور الأول من هذا التحليل الديناميكي يتم حساب خصائص الاهتزاز التي هي الترددات والأنماط الطبيعية للمنشأ، ويتم نشر شعاع القوة الموزعة **ml** داخل مكوناتها النمطية $\mathbf{s_n}$. ومن ثم يتم حساب المساهمات النمطية للاستجابة الديناميكية.

يتم الحصول على مساهمة النمط **n** في الاستجابة الديناميكية من جداء نتائج التحليلين التاليين :

1 – التحليل الستاتيكي للمنشأ الخاضع لتأثير القوى المطبقة $\mathbf{s_n}$.

2 – التحليل الديناميكي للجملة وحيدة درجة الحرية ذات النمط **n** المثارة بالتسارع الأرضي $\mathbf{\ddot{u}_g(t)}$.

بالتالي يتطلب التحليل النمطي للمنشأ تحليلاً ستاتيكياً لأجل **N** مجموعة من القوى $\mathbf{s_n\ (n = 1, 2, ..., N)}$ ، وتحليلاً ديناميكياً لـ **N** جملة بدرجة حرية واحدة مختلفة . بتراكب الاستجابات النمطية نحصل على الاستجابة الزلزالية للمنشأ .

يمكن أن نلخص مراحل الاستجابة الديناميكية للجمل المتعددة درجات الحرية **(MDF)** عند تعرضها لتسارع أرضي $\mathbf{\ddot{u}_g(t)}$ بالخطوات التالية :

1 – تحديد خصائص المنشأ المدروس:

– تشكيل مصفوفة الكتلة **m** و مصفوفة الصلابة **k**

– تقدير نسب الخامد النمطية ζ_n

2 – تعيين الترددات الطبيعية ω_n و الأنماط φ_n

3 – حساب الاستجابة لكل نمط و فق ما يلي:

– تشكيل المعادلات **(19)** و إيجاد حلولها $\mathbf{q_n(t)}$

– حساب الانتقالات العقدية $\mathbf{u_n\ (t)}$ من العلاقة **(21)**

– حساب القوى في العناصر المرافقة للانتقالات العقدية $\mathbf{u_n\ (t)}$ باستخدام العلاقة **(23)**

4 – إيجاد مساهمة كل نمط من أنماط الاهتزاز بمساعدة الصيغتين: **(25)** و **(28)**

5 – تراكب مساهمات كافة الأنماط للحصول على الاستجابة الكلية (العلاقة **30**) ، و بالتحديد الانتقالات العقدية و القوى العنصرية.

8 – مصفوفة الكتل المكافئة:

عند حساب مسائل ديناميك المنشآت بالطرق العددية يتم استبدال الجملة الحقيقية التي تملك عدداً لا نهائياً من درجات الحرية بجملة ذات عددٍ محدود من درجات الحرية . حيث يتم استبدال الكتلة الموزعة لكل عنصر من المنشأ و بشكل مستقل ، بكتل مركزة في العقد و ذلك اعتماداً على شرط مساواة العمل الافتراضي لقوى العطالة المركزة و الموزعة. و نشير هنا إلى أن الباحثين يستخدمون 80% من كتلة المادة المخزّنة في الصوامع كوزن فعّال يد خل في الحساب الأساسي للقوة الجانبية المكافئة **[5]** .

يتم إنجاز العملية المشار إليها بالصيغة المصفوفية، حيث رتبة المصفوفة يحددها عدد درجات الحرية للعنصر المفرد، آخذين بعين الاعتبار انتقالاته كجسم صلب. وتسمى المصفوفة الناتجة عندئذٍ بمصفوفة الكتل المكافئة .

لتوضيح ذلك ندرس الاهتزاز الخطي فقط دون اعتبار عطالة الدوران . بالتالي يمكن أن نعتبر تابع الانتقال العام للعنصر المنعزل (المفرد) كجداء لتابعين: أحدهما يتعلق بالإحداثيات الخطية فقط و الثاني خاص بالزمن **[6]:**

$$\mathbf{u(s,t) = u(s)\,u_g(t) = \Omega[}\boldsymbol{f}_n\mathbf{]u_g(t)} \qquad \textbf{(32)}$$

$\mathbf{[}\boldsymbol{f}_n\mathbf{]}$ – شعاع البارامترات المستقلة التي تحدد عدد درجات الحرية للعنصر، وتعين من الشروط الطرفية .

فكما هو معروف يعبر عن تابع الانتقال بالصيغة المصفوفية في جملة الإحداثيات القائمة بالشكل :

$$\mathbf{u = \Omega(x,y,z)[}\boldsymbol{f}_n\mathbf{] = A[}\boldsymbol{f}_n\mathbf{]}$$

[A] – يتم تشكيلها بتبديل الإحداثيات العقدية في تابع الانتقال و هي مصفوفة مربعة

من الصيغة السابقة نجد أن : $\mathbf{[}\boldsymbol{f}_n\mathbf{] = A^{-1}u}$

عند تعيين $\mathbf{[}\boldsymbol{f}_n\mathbf{]}$ تعطى للانتقالات $\mathbf{u_i}$ قيماً واحدية بشكل متسلسل، بالتالي ستكون مصفوفة الانتقالات مساويةً للمصفوفة الواحدية : **[I] = [u]** و هذا يعني أن : $\mathbf{[}\boldsymbol{f}_n\mathbf{] = A^{-1}}$.

العمل الافتراضي لقوى العطالة المركزة بالصيغة المصفوفية هو من الشكل **[6]** :

$$\mathbf{W_{c,i} = \bar{v}^T M_e \frac{d^2 u_g(t)}{dt^2}} \qquad \textbf{(33)}$$

حيث : $\mathbf{M_e}$ – مصفوفة الكتل المكافئة للعنصر المفرد ، $\mathbf{\frac{d^2 u_g(t)}{dt^2}}$ – التسارع

$\mathbf{\bar{v}}$ – مصفوفة الانتقالات الافتراضية و التي تؤخذ مساويةً للمصفوفة الواحدية أي : $\mathbf{\bar{v} = I}$. بالتالي :

$$\mathbf{W_{c,i} = M_e \frac{d^2 u_g(t)}{dt^2}} \qquad \textbf{(34)}$$

العمل الافتراضي لقوى العطالة الموزعة بالصيغة المصفوفية ستملك الشكل **[6]** :

$$\mathbf{W_{d,i} = \int_s [\bar{u}(s)]^T m(s) \frac{\partial^2 u(s,t)}{\partial t^2} ds} \qquad \textbf{(35)}$$

في هذه العلاقة :

m(s) – كتلة واحدة الحجوم و فق اتجاه الاهتزاز :

$$\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{s}) = \mathbf{\Omega}[f_n] = \mathbf{\Omega A^{-1}}\bar{\mathbf{v}} = \mathbf{\Omega A^{-1}} \quad \text{. لان : } \bar{\mathbf{v}} = \mathbf{I}$$

$$\left. \frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{s},\mathbf{t})}{\partial \mathbf{t}^2} = \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{s})\frac{\mathbf{d}^2\mathbf{u_g}}{\mathbf{dt}^2} = \mathbf{\Omega A^{-1}}\frac{\mathbf{d}^2\mathbf{u_g}}{\mathbf{dt}^2} \quad \text{. } \right)$$

بتبديل هذه القيم في علاقة $\mathbf{W_{d,i}}$ ينتج :

$$\mathbf{W_{d,i}} = \frac{\mathbf{d}^2\mathbf{u_g}(\mathbf{t})}{\mathbf{dt}^2}\int_s \left(\mathbf{\Omega A^{-1}}\right)^{\mathbf{T}} \mathbf{m}(\mathbf{s})\mathbf{\Omega A^{-1}}\mathbf{ds} \qquad \mathbf{(36)}$$

من شرط مساواة علاقتي العمل : $\mathbf{W_{c,i}} = \mathbf{W_{d,i}}$ ، وبعد الاختصار على الحد $\frac{\mathbf{d}^2\mathbf{u_g}(\mathbf{t})}{\mathbf{dt}^2}$ نحصل على علاقة مصفوفة الكتل المكافئة لعنصر كيفي كالآتي **[6]** :

$$\mathbf{M_g} = \int_s \left(\mathbf{A^{-1}}\right)^{\mathbf{T}} \mathbf{\Omega}^{\mathbf{T}}\mathbf{m}(\mathbf{s})\,\mathbf{\Omega A^{-1}}\mathbf{ds} \qquad \mathbf{(37)}$$

بمعرفة المصفوفة $\mathbf{M_g}$ التي هي مربعة و متناظرة يمكن تشكيل مصفوفة الكتلة **M** لكامل الجملة .

لدى حساب المنشآت غير المعقدة الشكل الهندسي، يكتفى أحياناً بدراسة أنماط الاهتزاز الثلاثة الأولى **[7]**، حيث يمكن الانتقال من جملة تملك **n** درجة حرية إلى جملة تملك ثلاث درجات حرية، بالاعتماد على مبدأ الكتل المكافئة، وفي هذه الحالة يتم تحديد قيم الكتل المكافئة ومكان توضعها من مساواة الطاقة الحركية للجملة المدروسة ذات **n** درجة حرية و الجملة المكافئة لها والتي تملك ثلاث درجات حرية . و بمقتضى ذلك نحصل على ثلاث معادلات وفق الأنماط الثلاثة الأولى، حيث المجاهيل فيها قيم الكتل المكافئة :

$$\begin{aligned}
\sum_{K=1}^{3} \mathbf{M_K}\,\mathbf{\Phi}_{K1}^2 &= \sum_{j=1}^{n} \mathbf{m_j}\,\varphi_{j1}^2 \\
\sum_{K=1}^{3} \mathbf{M_K}\,\mathbf{\Phi}_{K2}^2 &= \sum_{j=1}^{n} \mathbf{m_j}\,\varphi_{j2}^2 \qquad \mathbf{(38)} \\
\sum_{K=1}^{3} \mathbf{M_K}\,\mathbf{\Phi}_{K3}^2 &= \sum_{j=1}^{n} \mathbf{m_j}\,\varphi_{j3}^2
\end{aligned}$$

في هذه العلاقات :

$\mathbf{M_K}$ – الكتل المركزة المكافئة ، $\mathbf{m_j}$ – الكتل المركزة للجملة المدروسة

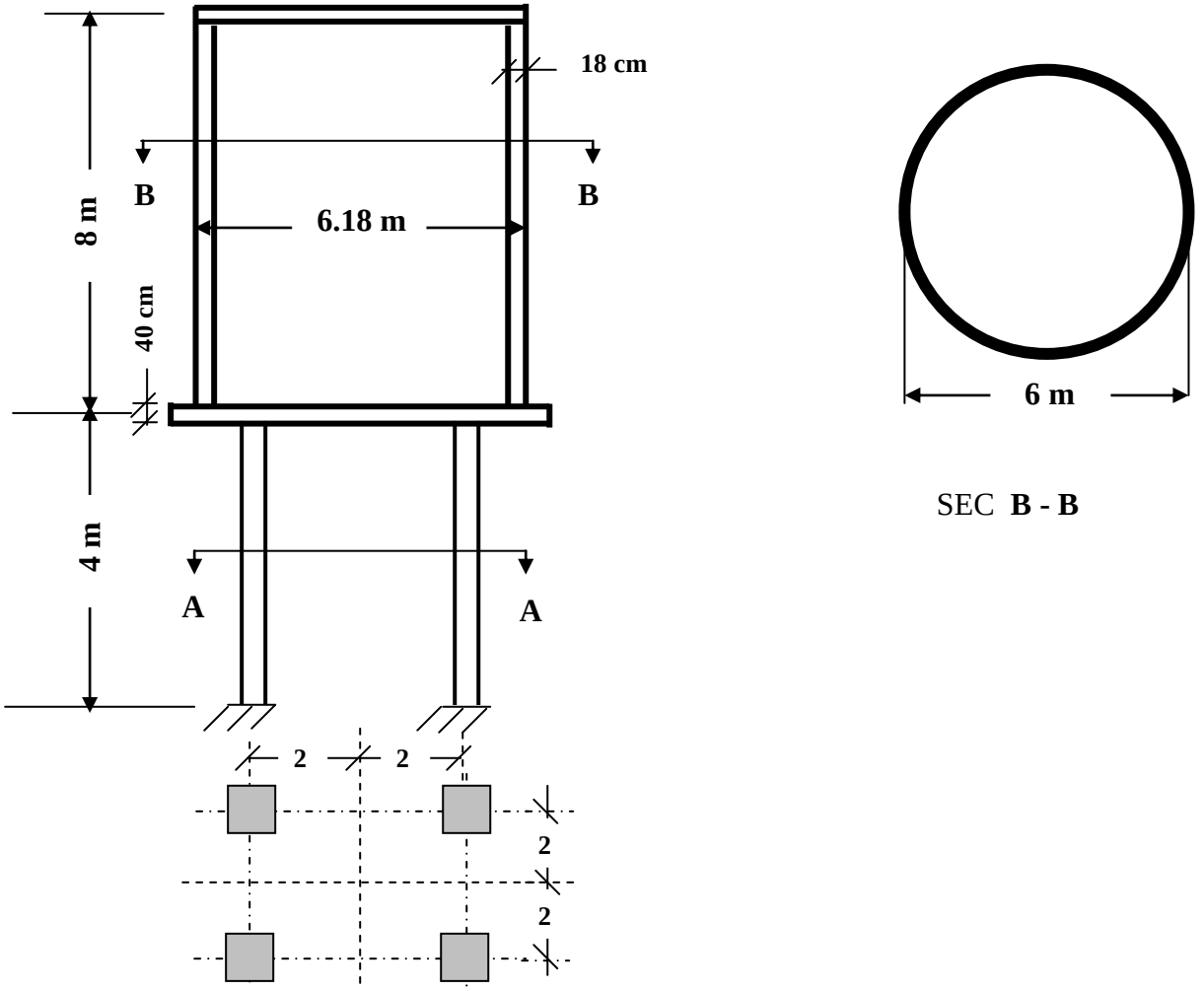
$\mathbf{\Phi_{Ki}}$ – شعاع انتقالات الكتل المكافئة ، φ_{ji} – شعاع انتقالات الكتل المركزة

و قد يكتفى عند تحليل الخزانات المستندة على جملة إطارية أو على أعمدة بدراسة نموذج مبسط شائع الاستخدام ذي كتلتين مجمعتين (two-lumped-mass) تتضمنان كتلة السائل **[8]** .

النتائج والمناقشة:

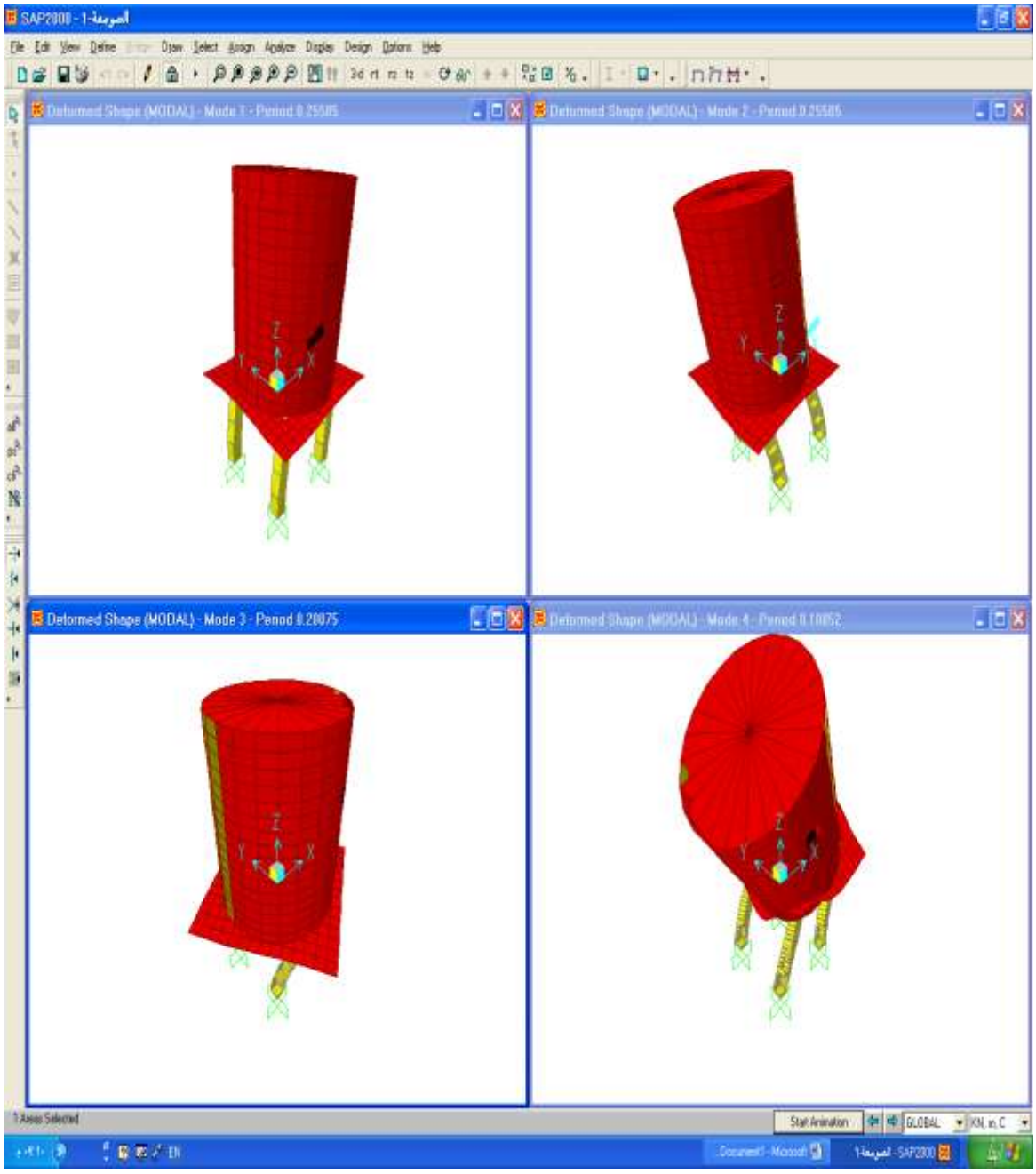
كتطبيق عملي سنقوم بإجراء التحليل الزلزالي لهيكل صومعة من البيتون المسلح محمول على أربعة أعمدة بيتونية و ذلك باعتماد طريقة التحليل النمطي و بمساعدة البرنامج الهندسي **SAP 2000** .

الأعمدة موثوقة من الأسفل ، ارتفاعها **4 m** و مقطعها العرضي مربع الشكل، أبعاده **60 x 60 Cm** ، ارتفاع هيكل الصومعة **8 m** ، و سماكة جدار الهيكل Cm **18** ، سماكة البلاطة السفلية عند المنسوب العلوي للأعمدة **40 Cm** ، و سماكة بلاطة التغطية **16 Cm** ، قطر الصومعة الخارجي **6,18 m** ، و قطرها الداخلي **5.82 m** ، كما هو موضح بالشكل (1) ، معامل مرونة البيتون $\mathbf{E = 2,48 \cdot 10^7\ kN/m^2}$.



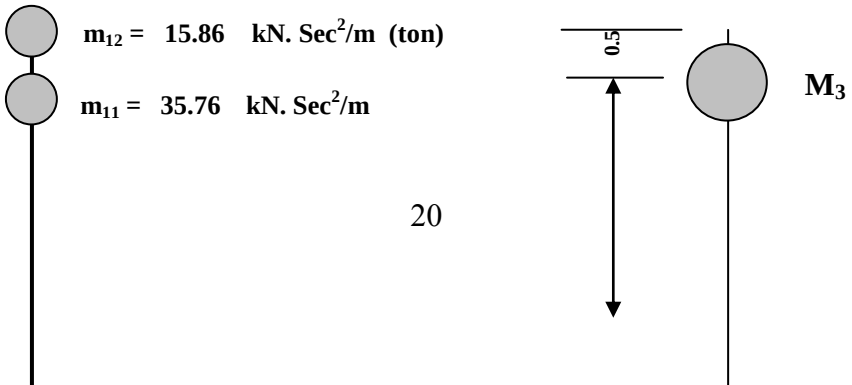
الشكل (1): مقطع شاقولي في هيكل الصومعة

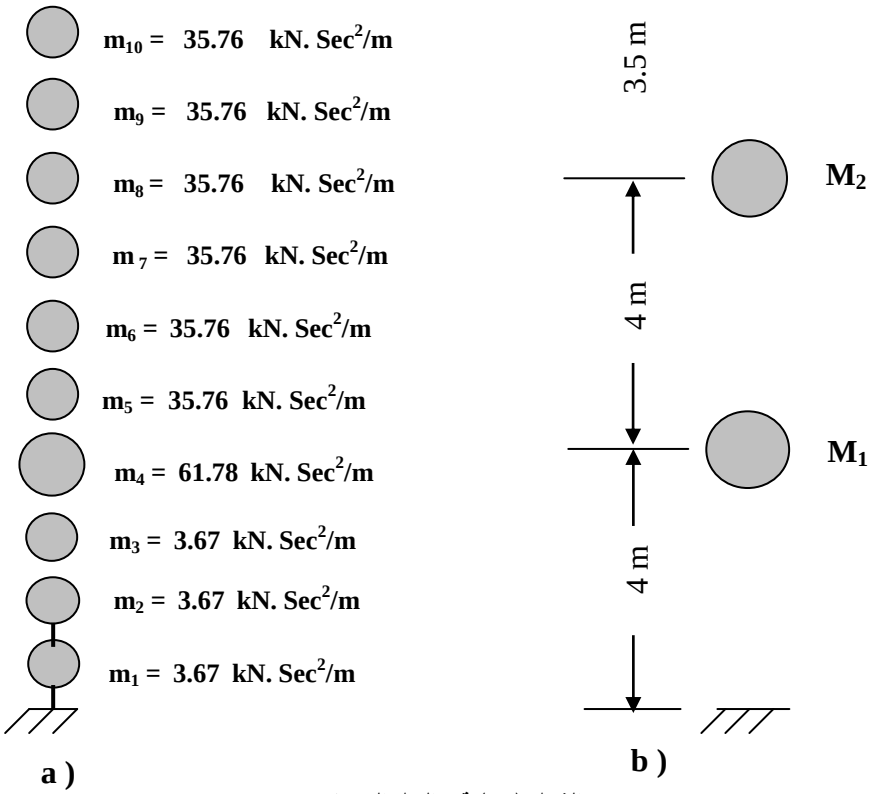
قمنا بنمذجة المنشأ بالشكل الفراغي، وأجرينا التحليل الديناميكي الدقيق له وفق أشعة Ritz، كما حددنا قيم الترددات وأنماط الاهتزاز، وبالتالي قيم الدور الموافق لكل نمط. نبّين في الشكل (2) أنماط الاهتزاز الأربعة الأولى و قيم الدور الموافقة الناتجة عن التحليل النمطي الفراغي لنموذج الصومعة .



الشكل (2) أنماط الاهتزاز الأربعة الأولى الناتجة عن التحليل النمطي للنموذج الفراغي

تم حساب قيم الكتل المركزة و فق ارتفاع المنشأ **[7]** بتباعد **1m** كما هو موضح بالشكل (a - 3)





الشكل (3) قيم الكتل المركزة :

a) – النموذج الدقيق للمنشأ ، b) – النموذج التقريبي

بالاستناد إلى قيم إنتقالات الأنماط الثلاثة الأولى الأكثر مساهمةً في قيم الاستجابة ، الناتجة عن التحليل النمطي والموافقة للكتل المركزة (شكل a - 3) و باستخدام العلاقات (38) تمت دراسة عدة حالات للنموذج المبسط و كانت النتائج كما يلي :

– <u>الحالة الأولى:</u> الأنماط المدروسة : الأول ، الثاني و الرابع باتجاه x

حيث نسب الكتلة المساهمة النمطية كانت : **70.2%، 16.54%، 7.2%** على الترتيب من نتائج التحليل الفراغي

1 – نوجد قيم الكتل المكافئة من المعادلات (38) بعد التعويض بقيم الانتقالات الموافقة لأنماط الاهتزازالمدروسة:

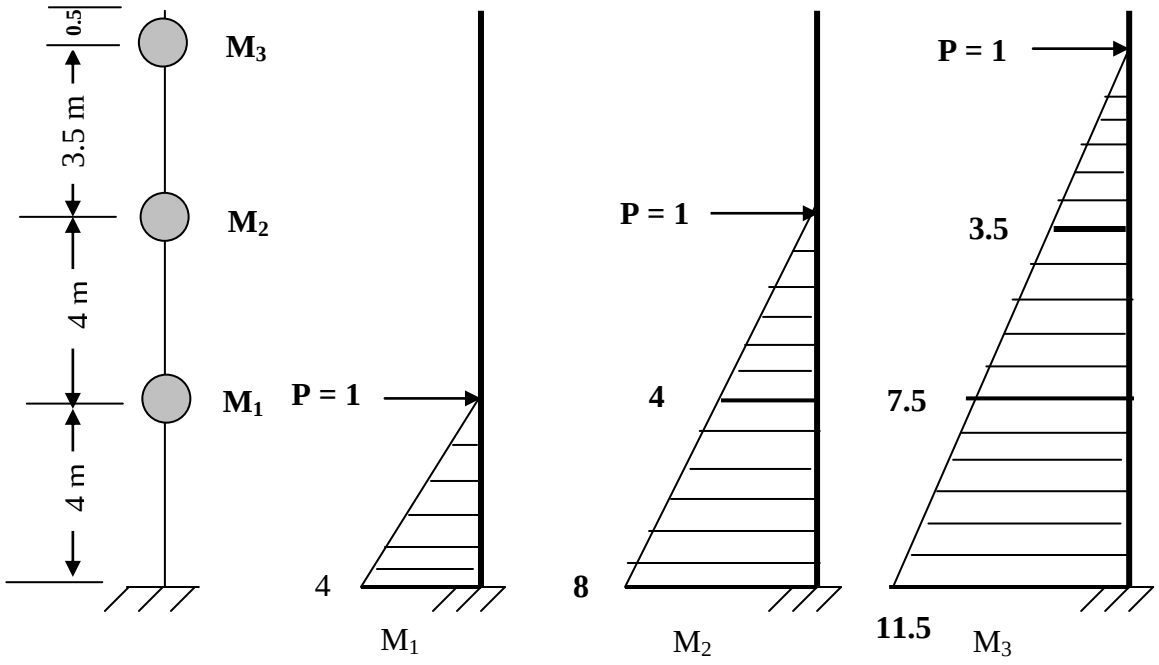
$$2.9052\cdot10^{-3}M_1+7.01155\cdot10^{-3}M_2+0.011886\,M_3=2.19565$$

$$6.8445\cdot10^{-4}M_1+1.65193\cdot10^{-3}M_2+2.80042\cdot10^{-3}M_3=0.51698$$

$$7.6022\cdot10^{-3}M_1+5.7264\cdot10^{-6}M_2+6.72203\cdot10^{-3}M_3=1.1423$$

بالحل ينتج أن : **M_3 = -41.225 ton ، M_2 = 305.574 ton ، M_1 =186.481 ton**

2 – نشكل المساواة (a - 7): لأجل ذلك نوجد قيم الانتقالات الواحدية بطريقة جداء المخططات، وذلك بعد تطبيق قوى واحدية في مركز اهتزازالكتل المكافئة وإيجاد مخطط عزوم الانعطاف العائدة لها. كما في الشكل (4).



الشكل (4) – مخطط عزوم الانعطاف الناتجة عن تطبيق قوى واحدية في مركز الكتل

$$\delta_{11}=\int\frac{M_1 M_1}{EI}dx=1.51087\cdot10^{-7}\,m/kN\ ,\quad \delta_{12}=\delta_{21}=\int\frac{M_1 M_2}{EI}dx=4.5913\cdot10^{-7}\,m/kN$$

$$\delta_{13}=\delta_{31}=\int\frac{M_1 M_3}{EI}dx=7.2867\cdot10^{-7}\,m/kN\ ,\quad \delta_{22}=\int\frac{M_2 M_2}{EI}dx=7.968\cdot10^{-6}\,m/kN$$

$$\delta_{23}=\delta_{32}=\int\frac{M_2 M_3}{EI}dx=1.4636\cdot10^{-5}\,m/kN\ ,\quad \delta_{33}=\int\frac{M_3 M_3}{EI}dx=2.7071\cdot10^{-5}\,m/kN$$

نشكل المحددة (7-a) :

$$\begin{bmatrix}(\delta_{11}M_1-\lambda) & \delta_{12}M_2 & \delta_{13}M_3\\ \delta_{21}M_1 & (\delta_{22}M_2-\lambda) & \delta_{23}M_3\\ \delta_{31}M_1 & \delta_{32}M_2 & (\delta_{33}M_3-\lambda)\end{bmatrix}=0$$

بالتبديل ينتج :

$$\begin{bmatrix}(2.81777\cdot10^{-5}-\lambda) & 1.4031\cdot10^{-4} & 3.00212\cdot10^{-5}\\ 8.56277\cdot10^{-5} & (2.43514\cdot10^{-3}-\lambda) & 6.03003\cdot10^{-4}\\ 1.35897\cdot10^{-4} & 4.47276\cdot10^{-3} & (1.11532\cdot10^{-3}-\lambda)\end{bmatrix}=0$$

3 – بنشر المحددة الناتجة نحصل على المعادلة المميزة التالية :

$$-\lambda^3+3.57863\cdot10^{-3}\lambda^2-1.02845\cdot10^{-7}\lambda+1.93733\cdot10^{-13}=0$$

4– إيجاد جذور هذه المعادلة، ومن ثم قيم التردرات وأدوار الاهتزازالطبيعية:

$$\lambda_1 = 0.0035496\,,\quad \omega_1 = \sqrt{1/\lambda_1} = 16.784\,\text{rad/Sec}\,,\quad T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 0.374\ \text{Sec}$$

$$\lambda_2 = 2.6931\cdot 10^{-5}\,,\quad \omega_2 = \sqrt{1/\lambda_2} = 192.700\ \text{rad/Sec}\,,\quad T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 0.0326\ \text{Sec}$$

$$\lambda_3 = 3.0265\cdot 10^{-6}\,,\quad \omega_3 = \sqrt{1/\lambda_3} = 574.817\ \text{rad/Sec}\,,\quad T_3 = \frac{2\pi}{\omega_3} = 0.0109\ \text{Sec}$$

– الحالة الثانية : الأنماط المدروسة : الأول ، الثاني و الرابع بإتجاه y

هنا نسب الكتلة المساهمة النمطية كانت: **16.54%، 70.20%، 0.99%** على الترتيب من نتائج التحليل الفراغي

1 – المعادلات الخاصة بالكتل المكافئة:

$$6.8896\cdot 10^{-4}M_1 + 1.64836\cdot 10^{-3}M_2 + 2.79703\cdot 10^{-3}M_3 = 0.51683$$

$$2.9242\cdot 10^{-3}M_1 + 6.9963\cdot 10^{-3}M_2 + 0.01187\,M_3 = 2.19223$$

$$1.0505\cdot 10^{-3}M_1 + 6.3043\cdot 10^{-7}M_2 + 9.24281\cdot 10^{-4}M_3 = 015667$$

بالحل ينتج أن : $M_1 = -130.172$ ton ، $M_2 = -170.917$ ton ، $M_3 = 317.569$ ton

2 – معين الأمثال:

$$\begin{bmatrix} (1.9667\cdot 10^{-5} - \lambda) & 7.84745\cdot 10^{-5} & 2.31403\cdot 10^{-4} \\ 5.97649\cdot 10^{-5} & (1.36196\cdot 10^{-3} - \lambda) & 4.64795\cdot 10^{-3} \\ 9.48509\cdot 10^{-5} & 2.50158\cdot 10^{-3} & (8.59693\cdot 10^{-3} - \lambda) \end{bmatrix} = 0$$

3 – بنشر المحددة الناتجة نحصل على المعادلة المميزة التالية:

$$-\lambda^3 + 9.97855\cdot 10^{-3}\lambda^2 - 2.50542\cdot 10^{-7}\lambda + 5.80832\cdot 10^{-13} = 0$$

4– إيجاد جذور هذه المعادلة و من ثم قيم الترددات وأدوار الاهتزاز:

$$\lambda_1 = 9.9533\cdot 10^{-3}\,,\quad \omega_1 = \sqrt{1/\lambda_1} = 10.023\,\text{rad/Sec}\,,\quad T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 0.627\ \text{Sec}$$

$$\lambda_2 = 2.258\cdot 10^{-5}\,,\quad \omega_2 = \sqrt{1/\lambda_2} = 210.444\ \text{rad/Sec}\,,\quad T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 0.030\ \text{Sec}$$

$$\lambda_3 = 2.584\cdot 10^{-6}\,,\quad \omega_3 = \sqrt{1/\lambda_3} = 622.090\ \text{rad/Sec}\,,\quad T_3 = \frac{2\pi}{\omega_3} = 0.010\ \text{Sec}$$

– الحالة الثالثة : الأنماط المدروسة : الأول وفق x ، الثاني وفق y والرابع بإتجاه x

نسب الكتلة المساهمة النمطية كانت: **70.20%، 70.20%، 7.2 %** على الترتيب

1 – المعادلات الخاصة بالكتل المكافئة:

$$2.9052\cdot 10^{-3}M_1 + 7.01155\cdot 10^{-3}M_2 + 0.01188\ M_3 = 2.19565$$

$$2.9242\cdot 10^{-3}M_1 + 6.9963\cdot 10^{-3}M_2 + 0.01188\,M_3 = 2.19223$$

$$7.6022\cdot 10^{-3}M_1 + 5.7264\cdot 10^{-6}M_2 + 6.72203\cdot 10^{-3}M_3 = 1.1423$$

بالحل ينتج أن : $M_1 = -28.436$ ton ، $M_2 = -18.169$ ton ، $M_3 = 202.108$ ton

2– المعادلة المميزة كانت:

$$-\lambda^3 + 5.6204\cdot 10^{-3}\lambda^2 - 2.64821\cdot 10^{-7}\lambda + 8.58823\cdot 10^{-14} = 0$$

3 – جذور المعادلة المميزة و بالتالي قيم الدور والتردد لهذه الحالة:

$$\lambda_1 = 5.5728\cdot 10^{-3}\ ,\quad \omega_1 = 13.395\ \text{rad/Sec}\ ,\quad T_1 = 0.469\ \text{Sec}$$

$$\lambda_2 = 4.7190\cdot 10^{-5}\ ,\quad \omega_2 = 145.571\ \text{rad/Sec}\ ,\quad T_2 = 0.043\ \text{Sec}$$

$$\lambda_3 = 3.2656\cdot 10^{-6}\ ,\quad \omega_3 = 553.373\ \text{rad/Sec}\ ,\quad T_3 = 0.0113\ \text{Sec}$$

– الحالة الرابعة : حساب الكتل المكافئة بطريقة الجمع المباشر لقيم الكتل الجزئية العائدة للمقاطع المشارإليها

$$M_1 = m_2/2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6/2 = 120.93\ \text{ton}$$
$$M_2 = m_6/2 + m_7 + m_8 + m_9 + m_{10}/2 = 143.04\ \text{ton}$$
$$M_3 = m_{10}/2 + m_{11} + m_{12} = 69.50\ \text{ton}$$

2 – معين الأمثال:

$$\begin{bmatrix} (1.82709\cdot 10^{-5}-\lambda) & 6.56739\cdot 10^{-5} & 5.06425\cdot 10^{-5} \\ 5.55226\cdot 10^{-5} & (1.1398\cdot 10^{-3}-\lambda) & 1.01720\cdot 10^{-3} \\ 8.81180\cdot 10^{-5} & 2.0935\cdot 10^{-3} & (1.88143\cdot 10^{-3}-\lambda) \end{bmatrix} = 0$$

3 – بنشر المحددة الناتجة نحصل على المعادلة المميزة التالية:

$$-\lambda^3 + 3.0395\cdot 10^{-3}\lambda^2 - 6.20328\cdot 10^{-8}\lambda + 9.9174\cdot 10^{-14} = 0$$

4– إيجاد جذور هذه المعادلة، ومن ثم قيم الترددات وأدوار الاهتزاز:

$$\lambda_1 = 3.0189\cdot 10^{-3}\ ,\quad \omega_1 = 18.20\ \text{rad/Sec}\ ,\quad T_1 = 0.345\ \text{Sec}$$

$$\lambda_2 = 1.8788\cdot 10^{-5}\ ,\quad \omega_2 = 230.706\ \text{rad/Sec}\ ,\quad T_2 = 0.0272\ \text{Sec}$$

$$\lambda_3 = 1.9784\cdot 10^{-6}\ ,\quad \omega_3 = 710.956\ \text{rad/Sec}\ ,\quad T_3 = 0.009\ \text{Sec}$$

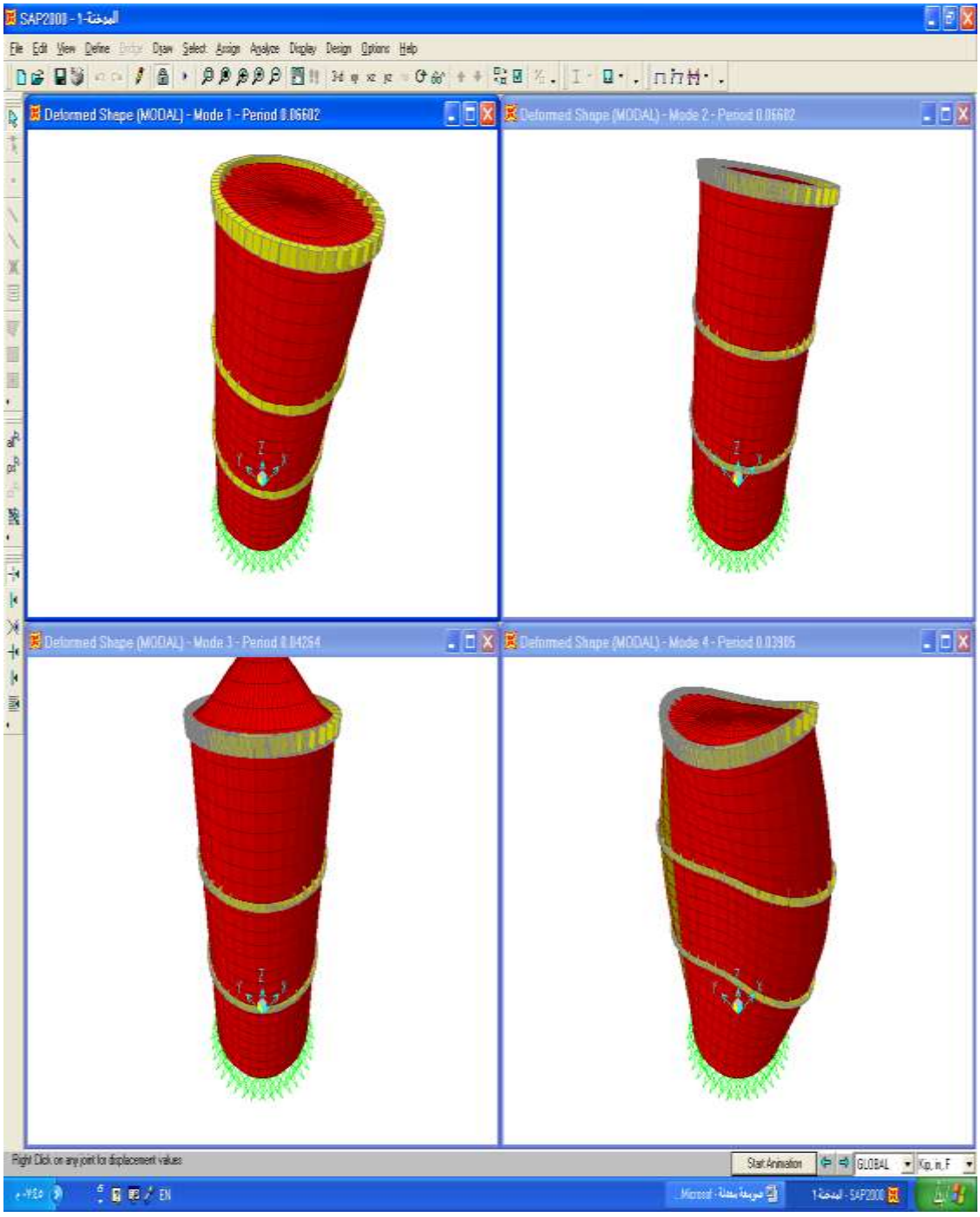
نرتب النتائج النهائية في الجدول (1):

الجدول (1) قيم الترددات الطبيعية و أدوارالاهتزاز لحالتي النموذج الحقيقي و المبسط

الحالة المدروسة	النمط الأول		النمط الثاني		النمط الثالث	
	ω_1 (rad/Sec)	T_1 (Sec)	ω_2 (rad/Sec)	T_2 (Sec)	ω_3 (rad/Sec)	T_3 (Sec)
الأنماط الثلاثة وفق x	16.784	0.374	192.70	0.0326	574.817	0.0109
الأنماط الثلاثة باتجاه y	10.023	0.627	210.444	0.030	622.090	0.010
النمط الأول وفق x،الثاني وفق y و الثالث باتجاه x	13.395	0.469	145.571	0.043	553.373	0.0113
حساب الكتل المكافئة بالجمع المباشر للكتل الجزئية	18.20	0.345	230.706	0.0272	710.956	0.009
نتائج الحل الدقيق	24.563	0.2558	24.563	0.2558	62.519	0.1005

لتقييم أثر انتظام الصلابة وتوزع الكتلة لهيكل الصومعة المدروسة قمنا بالتحليل النمطي لهذا الهيكل فراغياً، باعتباره موثوقاً بالأرض**[9]** و منتظم الصلابة على كامل الارتفاع (أي دون أعمدة) مع وضع جوائز تقوية في ثلاثة

مستويات، وأوجدنا قيم التردد والدور الموافقين لكل نمط من أنماط الاهتزاز. نبيّن بالشكل (5) أنماط الاهتزاز الأربعة الأولى، و قيم الدور الموافقة لكل نمط ، العائدة للتحليل النمطي الفراغي لهذه للصومعة .



الشكل (5) أنماط الاهتزاز الأربعة الأولى الناتجة عن التحليل النمطي للنموذج دون أعمدة

ثم أوجدنا قيم الكتل المكافئة للنموذج المبسط بالطريقة السابقة ذاتها ، حيث اكتفينا عند تحديد هذه القيم بدراسة انتقالات الأنماط الثلاثة الأولى لحالة واحدة متمثلة بأخذ انتقالات الأنماط الأكثر مساهمة في الاستجابة .

أخذنا النمط الأول باتجاه y ، الثاني باتجاه x و الرابع ياتجاه x ، الموافقة لنسب الكتلة المساهمة النمطية التالية: 69.755% , 69.755% 4.6% على الترتيب. وكانت النتائج كالآتي:

المعادلات الخاصة بالكتل المكافئة:

$$1.3074\cdot10^{-4}M_1+8.2685\cdot10^{-4}M_2+2.1678\cdot10^{-3}M_3=0.2554$$
$$1.44\cdot10^{-4}M_1+8.5054\cdot10^{-4}M_2+2.1674\cdot10^{-3}M_3=0.26458$$
$$1.061\cdot10^{-8}M_1+1.1236\cdot10^{-8}M_2+5.76\cdot10^{-6}M_3=3.13\cdot10^{-4}$$

بالحل ينتج أن : $M_1 = 544.6$ ton ، $M_2 = 83.37$ ton ، $M_3 = 53.18$ ton

2 – معين الأمثال:

$$\begin{bmatrix} (3.0655\cdot10^{-5}-\lambda) & 1.1733\cdot10^{-5} & 1.1974\cdot10^{-5} \\ 7.6641\cdot10^{-5} & (3.7985\cdot10^{-5}-\lambda) & 4.1911\cdot10^{-5} \\ 1.2263\cdot10^{-4} & 6.5703\cdot10^{-5} & (8.083\cdot10^{-5}-\lambda) \end{bmatrix}=0$$

3 – بنشر المحددة الناتجة نحصل على المعادلة المميزة التالية:

$$-\lambda^3+1.4947\cdot10^{-4}\lambda^2-1.59127\cdot10^{-9}\lambda+1.84246\cdot10^{-15}=0$$

4– إيجاد جذور هذه المعادلة، ومن ثم قيم الترددات وأدوار الاهتزاز:

$$\lambda_1=1.3803\cdot10^{-4}\ ,\quad \omega_1=\sqrt{1/\lambda_1}=85.116\ \text{rad/Sec}\ ,\quad T_1=\frac{2\pi}{\omega_1}=0.074\ \text{Sec}$$
$$\lambda_2=1.01109\cdot10^{-5}\ ,\quad \omega_2=\sqrt{1/\lambda_2}=314.488\ \text{rad/Sec}\ ,\quad T_2=\frac{2\pi}{\omega_2}=0.020\ \text{Sec}$$
$$\lambda_3=1.3200\cdot10^{-6}\ ,\quad \omega_3=\sqrt{1/\lambda_3}=870.388\ \text{rad/Sec}\ ,\quad T_3=\frac{2\pi}{\omega_3}=0.0072\text{Sec}$$

نرتب النتائج في الجدول (2)

الجدول (2) قيم الترددات الطبيعية و أدوارالاهتزاز لحالة هيكل الصومعة الموثوق بالأرض

الحالة المدروسة	النمط الأول		النمط الثاني		النمط الثالث	
	ω_1 (rad/Sec)	T_1 (Sec)	ω_2 (rad/Sec)	T_2 (Sec)	ω_3 (rad/Sec)	T_3 (Sec)
النمط الأول باتجاه y ،الثاني باتجاه x و الثالث باتجاه y	85.116	0.074	314.488	0.020	870.388	0.0072
نتائج الحل الدقيق	95.20	0.0660	95.20	0.0660	147.493	0.0390

الاستنتاجات والتوصيات:

1 – نظراً لتناظر الشكل الهندسي لهيكل الصومعة و التوزع المنتظم للكتلة و الصلابة بالاتجاهين، فقد جاء نمطا الاهتزاز الأول وفق x و الثاني و فق y متماثلين من حيث قيم الدور والترددات الطبيعية والانتقالات النمطية لحالتي النموذج الحقيقي: الصومعة المحمولة على أعمدة أو الموثوقة بالأرض مباشرة.

2 – في بعض الحالات المدروسة جاءت قيمة إحدى الكتل المكافئة M_i سالبة، وهذا يدل على أنها تعمل على تقييد الجملة على الحركة بدلاً من مساهمتها في الاستجابة الفعلية للمنشأ، كما قد يكون اختيار مواقع تركيز الكتل المكافئة له دور في هذا المجال، من حيث القيم و التأثير على السلوك الفعلي للنموذج المبسط.وهذا ما تجلى لنا عند إجراء التحليل للنموذج المبسط ذي الكتلة المكافئة العلوية المركزة في نهاية الظفر و بالنتيجة كانت الفروقات في قيم النتائج أكبر منه في حالة النموذج المعتمد.

3 – من الجدول (1) يتضح أن الفارق بين قيم دور الاهتزاز الناتج عن الحل الدقيق، والحل المبسط كان أقل في حالة النمط الأول، ويزداد هذا الفارق أكثر فأكثر لأجل النمطين الثاني والثالث. وهذا مقبول في التطبيقات العملية لأجل المنشآت ذات الهيكل الإنشائي التقليدي المستوي، حيث النمط الأول هو المسيطر بدرجة كبيرة، ولكن قد لايكون مقبولاً لأجل المنشآت الخاصة بشكلها الفراغي، حيث تأثير الأنماط من مراتب عليا على قيم الإستجابة ذو أهمية .

4– هذا الاختلاف في قيم النتائج لحالة النموذجين: الدقيق والمبسط يعود إلى إهمال تأثير أنماط الاهتزاز من مراتب عليا و أنماط الاهتزاز الفتلية على قيم الأستجابة الديناميكية، وقد تزداد دقة النتائج عند تحليل المنشآت الخاصة بدراسة نماذج مبسطة لها ذات كتل مكافئة تأخذ بعين الاعتبار عدداً من الأنماط أكثر من ثلاثة.

5 – إن انتظام الصلابة و توزع الكتلة على كامل ارتفاع المنشأ قد ساهم فعلياً في مقاربة النتائج لحالتي النموذجين المذكورين في البند (1) وتحديداً بين قيمتي دور الاهتزازللنمطين الأول والثاني وهذا يدل على تأثير انتظام الصلابة و توزع الكتلة على دقة الحل باستخدام النموذج المبسط لهيكل الصومعة المدروس، كما هو واضح من خلال قيم الجدول (2).

6 – من خلال نتائج الدراسة السابقة يتضح أن التحليل الزلزالي وفق النماذج المبسطة للمنشآت الخاصة كالصوامع وخزانات المياه العالية لا يحقق الدقة المطلوبة لهكذا نوع من المنشآت، ولذلك يوصي البحث لأغراض التحليل و التصميم بدراسة النموذج الفراغي الحقيقي لها.

7– بهدف إعطاء استنتاج عام حول موثوقية نتائج الحساب وفق النماذج المبسطة للمنشآت الخاصة يوصي البحث بإجراء دراسة أكثر شمولية على أكثر من نموذج فراغي مختلف للمنشآت الخاصة من حيث: الشكل، الأبعاد و قيم الصلابات ، وكذلك بنماذج مبسطة ذات عدد كتل و درجات حرية أكبر من ثلاثة.

المراجع:

1. EDWARD, L .W. *Three-Dimensional static and dynamic analysis of structures,* a *physical Approach with emphasis on Earthquake Engineering*, Berkeley, California, - USA, 2002 , 423.
2. YANG, J.N.; DANIELIANS, A. *Seismic hybrid control systems for building structures,*. Journal of engineering mechanics, U S A. vol. 117, N^0. 4 , 1991, 36-53 .
3. ANILI, K. C. *Dynamics of structures. Theory and applications to earthquake engineering,* California - USA, 1995, 729.
4. CLOUGH, R.W.; PENZIEN, J. *Dynamics of structures International Editions,* California, Berkeley ,1993, 738.
5. SAFARIAN. ; S . S. ; HARRIS, E . C,- *Design and construction of Silos and bunkers,* Colorado, V N R, 1998 , 359.
6. MASLENNEKOF, A . M . *Computation of the engineering structures by numerical methods* , Leningrad ,1987, 225.
7. LIVAOGLU, R.; DOGANGUN, A. *Simplified seismic analysis procedures for elevated tanks considering fluid-structure-soil interaction* .- Journal of fluids and structures ,U S A. Vol. 22, ,2006, 421-439.
8. SEZEN, H.; LIVAOGLU, R.; DOGANGUN, A. *Dynamic analysis and seismic performance evaluation of above-ground liquid-containing tanks.*- Engineering Structures, U S A. vol. 30, 2008, 794-803 .
9. ABDEL-FATTAH, M.; MOORRE, I. D. *A numerical investigation into the behavior of ground- supported concrete Silos filled with saturated solids.*- International Journal of Solids and Structures, Canada. Vol. 43, 2006, 723 – 3738.