مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية _ سلسلة العلوم الهندسية المجلد (31) العدد (1) 2009
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Engineering Sciences Series Vol. (31) No. (1) 2009

حساب احتمال الخطأ في نظام الاتصال الضوئي الليفي الرقمي

الدكتور علي احمد*
الدكتور عفيف صقور**
عمران الأزكي***

(تاريخ الإيداع 16 / 11 / 2008. قُبِل للنشر في 2009/3/25)

☐ الملخّص ☐

في أنظمة الاتصالات الرقمية بالألياف الضوئية وخلال عملية الاستقبال (الكشف الضوئي) ينتج ضجيج الطلقات، وهو عبارة عن ضجيج غير ثابت، وغير مستقل عن الرسالة الرقمية. وبالتالي فإن عملية تقدير متوسط احتمال الخطأ بوجود ذلك الضجيج، تأثير تداخل الرموز تكون ذات تأثير يجب أخذه بعين الاعتبار.

لحساب ذلك الضجيج هناك طريقتان: طريقة EXHAUSTIVE، وطريقة سلسلة GRAM-CHARLIER ، إذ يستحسن استخدام الطريقة الثانية عندما يكون عدد التداخلات كبيراً إلى حد ما.

يهدف البحث إلى حساب احتمال الخطأ الوسطي في نظام إرسال PAM بوجود تداخلات بالرموز، وسوف نقدم بعض الأمثلة الرقمية من أجل/ إرسال مستقل ثنائي بالرموز / بوصفها أمثلة تطبيقية في هذه المقالة.

الكلمات المفتاحية: عملية الترشيح المتوازنة – تعديل مطال النبضة – احتمال الخطأ الوسطي

---

* أستاذ مساعد – قسم هندسة الاتصالات والإلكترونيات– كلية الهندسة الميكانيكية & الكهربائية– جامعة تشرين– اللاذقية –سورية.
** مدرس – قسم هندسة الاتصالات والإلكترونيات – كلية الهندسة الميكانيكية & الكهربائية – جامعة تشرين– اللاذقية–سورية.
*** طالب دراسات عليا (ماجستير) – قسم هندسة الاتصالات والإلكترونيات – كلية الهندسة الميكانيكية & الكهربائية–جامعة تشرين– اللاذقية– سورية.

مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية _ سلسلة العلوم الهندسية المجلد (31) العدد (1) 2009
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Engineering Sciences Series Vol. (31) No. (1) 2009

Computing Error Probability in Digital Fiber Optic Communication System

Dr. Ali Ahmad *
Dr. Afif Sakour **
Omran Alazki***

(Received 16 / 11 / 2008. Accepted 25 / 3 / 2009)

□ ABSTRACT □

In digital fiber optic transmission systems and during the photo detection process, a shot noise is produced: it is a type of noise neither stationary nor independent of the digital message. Therefore, the evaluation of both the average error probability, in the presence of such a noise, and the effect of the symbol interference, brings about an impact to be taken into account.

This noise can be calculated in two methods: the EXHAUSTIVE and GRAM-CHARLIER series expansion. The latter is preferred, when the number of interfering factors is somehow large.

This research aims at calculating the average error probability in the PAM transmission system, including interfering symbols. The current writers will also present some numerical examples of binary independent-symbol transmission as illustrative cases.

Key Words: (MFPP) marked and filtered Poisson process- (PAM) Pulse amplitude modulation - average error probability

*** Associate Professor, Communications and electrons Department, Faculty of Mechanical and Engineering, Tishreen University, Lattakia, Syria.**
**** Assistant Professor, Communications and electrons Department, Faculty of Mechanical and Engineering, Tishreen University, Lattakia, Syria.**
*****Postgraduate Student, Communications and electrons Department, Faculty of Mechanical and Engineering, Tishreen University, Lattakia, Syria.**

مقدمة:

إن إرسال المعطيات عبر الألياف الضوئية يكون مترافقاً مع بعض الأخطاء المختلفة عما هو في إرسال المعطيات بالطرق التقليدية، التي يتمّ فيها حصر تقدير احتمال الخطأ لدرجة كبيرة. الفرق الأساسي في ذلك أنه بعملية نقل المعطيات بالألياف الضوئية ينتج ضجيج الطلقات الذي هو ضجيج غير ثابت وغير مستقل عن الرسالة الرقمية (النموذج). ويكون الهدف تقديرَ متوسطِ احتمال الخطأ في نظام إرسال PAM (Pulse Amplitude Modulation) بوجود تداخلات بالرموز، ووجود الضجيج الحراري الغوصي؛ ضجيج طلقات مترابط. ونقدم ذلك على الشكل التالي:

في المقطع (1) الخرج $v(t)$ في المستقبل الذي يتم الحصول عليه بوساطة الطاقة الضوئية، ويمكن عدّه بوصفه عملية ترشيح متوازنة ملحوظة (MFPP (Marked and Filtered Poisson Process [1]، والذي تظهر شدته الستاتيكية شكل المعطيات . في هذا الموديل $v(t)$ يجهز؛ ليكون عبارة عن (MFPP) عادية ضمن كل الحالات التي يكون فيها النموذج معطى.

في المقطع (2) عند حساب معدل الخطأ يكون العمل تحت شروط "النموذج المعطى"؛ إذ يسمح لنا باستخدام الستاتيكية (MFPP) العادية، والتي تقرب في النهاية إلى ستاتيكية غوصية [5],[6].

في المقطع (3) و (4) سوف نقدم تحليلاً لطريقتين حديثتين [7],[8]. وذلك لحساب احتمال الخطأ:

طريقة EXHAUSTIVE وطريقة سلسلة GRAM-CHARLIER إذ نتجنب في الطريقة الأخيرة الزيادات الواسعة في الحسابات التى نحتاجها في الطريقة الأولى، ويكمن أن تستخدم حتى عندما يكون عدد التداخلات كبيراً نوعاً ما(هناك طرق أخرى [4],[10]). ومن ثم سيتركز بحثنا الجديد بدايةً في استنتاج منهجية ثابتة لتقدير احتمال الخطأ في الطريقتين السابقتين ومن ثم الاستفادة من الأشكال الجيبية (المستطيلة–الغوصية–المفسرة) [2] وهو في صلب ماقمنا بدراسته، وتطبيق المعادلات الناتجة عنها وذلك بالإسقاط على دراستنا ومن ثم الرسم باستخدام لغة البرمجة MATLAP؛ إذ سنقوم بتخصيص النظرية عند الحالة التي يكون فيها النموذج مؤلفاً من رموز مستقلة، وبالتالي سنكون قد استفدنا من المعادلات المستنتجة سابقاً بأمثلة تطبيقية هي أقرب ماتكون للدراسة العملية.

أهمية البحث وأهدافه:

تتجلى أهمية البحث في دراسة احتمال الخطأ بوجود الضجيجين الحراري وضجيج الطلقات، وتقدير متوسط احتمال الخطأ الوسطي في إرسال PAM متجدد بوجود تداخلات بالرموز ، والضجيج الحراري الغوصي، وضجيج الطلقات المرتبط. وأيضا فتح الطريق لمحاولة البحث عن أنواع جديدة لاحتمال الخطأ (مثال: الضجيج الناتج عن وجود أنظمة تعديل مختلفة بقنوات متجاورة).

وبناءً على ما تقدم فإن الهدف من هذا البحث هو القدرة على استخلاص احتمالات الخطأ لما له تأثير بالغ في الاتصالات الضوئية واستنتاجها ووثوقية هذه النظم.

طريقة البحث ومواده:

اعتمد في هذا البحث طريقة المحاكاة الحاسوبية والنمذجة الرياضية؛ لذا تم إتباع المنهجية الآتية:

دراسة متكاملة تحليلية لاحتمالات الخطأ الناتجة عن أنواع الضجيج المعروفة.

- الاستفادة من معادلات رياضية مستنتجة سابقاً للحصول على دراسة عملية لاحتمال الخطأ الناتج عن ضجيج الطلقات في نظام الإرسال PAM وذلك في حالة تطبيق ثلاثة أشكال نبضية مختلفة.
- مناقشة نتائج الدراسة وصياغة الاستنتاجات باستخدام البرمجة بلغة MATLAP.

الموديل العام لنظام الاتصال الضوئي:

يتألف أي نظام اتصال ضوئي بشكل عام من مرسل ومستقبل وقناة معلومات؛ إذ يتم توليد الرسالة عند المرسل وتحويلها إلى شكل مناسب من أجل النقل خلال قناة المعلومات.

المرسل: ويتألف من قسمين الأول كهربائيDRIVER يحوي دارات ملائمة (تحديد–تكبير للإشارة–ترميز)، والثاني هو المنبع الضوئي الذي يقوم بتوليد إشارة ضوئية ملائمة للانتقال عبر الليف الضوئي، وقد يكون المنبع ثنائياً باعثاً للضوء LED أو LD ثنائي ليزر (LASER).

ترسل الإشارة الضوئية عبر قناة الاتصال الضوئية (الليف الضوئي(FIBER)) إلى جهة المستقبل عبر مكررات وسيطية

المستقبل: يتكون من قسمين: الأول يقوم بكشف الإشارة الضوئية وتحويلها إلى إشارة كهربائية ويتم ذلك بواسطة كواشف ضوئية (PHOTO DETECTORS)، والثاني عبارة عن قسم كهربائي خاص بالاستقبال يتضمن المضخم(AMPLIFIER) الذي يحدد الحساسية وعرض المجال الترددي ونسبة الإشارة إلى الضجيج وموازن (EQUALIZER) يقوم بإعادة تشكيل نبضات الإشارة وكشفها.

إن إشارة الخرج $v(t)$ تنتج عن نقطة القرار بواسطة كاشف ضوئي، وبالتالي يمكن أن تكتب بالشكل التالي (باعتبار الضجيج الحراري مهمل وحيث نموذج الرموز $A=(.....,a_{-1},a_0,a_1,....)$ هي المطال الذي يقوم بتعديل الاستطاعة الضوئية الناتجة عن جهاز الانبعاث (الإصدار) الضوئي):

$$v(t)=\sum_{h=-\infty}^{+\infty} g_k h_E(t-t_k) \qquad (1)$$

حيث t_k: زمن وصول الفوتون.

g_k : الربح في آلية الكشف (للكاشف من النوع Avalanche).

$h_e(t)$: تابع استجابة التوليد للشحن المفردة.

الشدة $\lambda(t)$ مرتبطة خطياً بطاقة الفوتون $p(t)$ الساقطة ضمن الكاشف وتكون كما يلي:

$$\lambda(t)=kp(t)+\lambda_0 \qquad (2)$$

ويكون لديها شكل تعديل مطال نبضي (PAM) ([2] ، [3]) كما هو بالمعادلة (3):

$$\lambda(t)=k\sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n h_R(t-nT)+\lambda_0 \qquad (3)$$

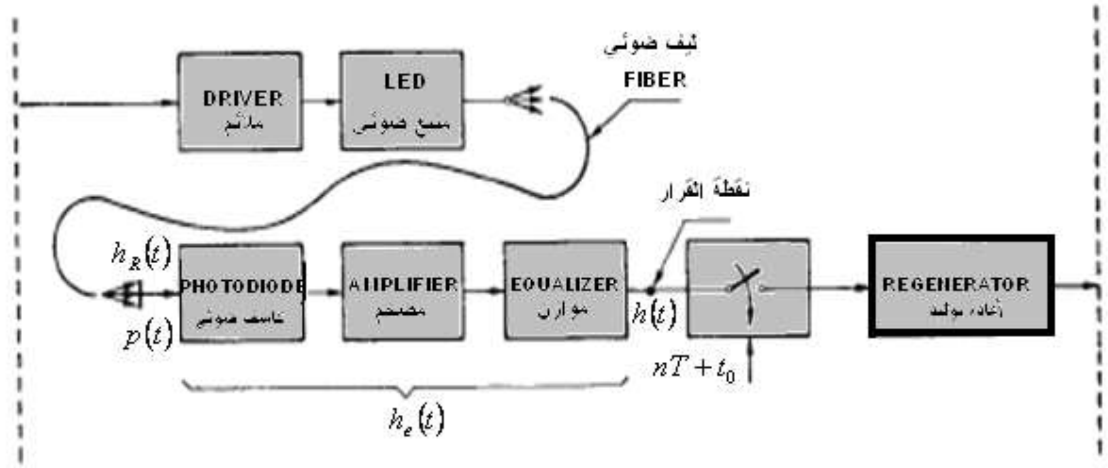
حيث k :عامل التعديل.

$h_R(t)$: الشكل النبضي الموجي في $p(t)$.

λ_0 : شدة تيار الظلام.

ومنه نجد أنّ $v(t)$ هو نتيجة لآليتين عشوائيتين غير مستقلتين:

الأولى: هي التي تنتج نموذجَ (ارتباط) المعلوماتِ A. والثانية: هي التي تحكم عملية الكشف الضوئي. والشكل (1) يوضح نظام إرسال الألياف الضوئية الرقمي:



الشكل (1) يوضح الجزء المتجدد لنظامِ إرسالِ الألياف الضوئيةِ الرقميِ.

إن الموديل الرياضي MFPP والذي شدته الستاتيكية معطاة بالمعادلة(3) يظهر من خلاله وجود توافق $\lambda \leftrightarrow A$ وذلك بسبب الاقتران الشرطي، وبالتالي فإن λ يمكن أن تستبدل بالمعامل A. و بشكل خاص من أجل الوسيلة الشرطية يكون الخرج المتغير $v(t)$ على النحو التالي:

$$V(t)=E[v(t)/A]=G\lambda(t)*h_E(t) \qquad (4)$$

$$Z|t|=E\left[\{v(t)-V(t)\}^2/A\right]=G_2\lambda(t)*h_E^2(t) \qquad (5)$$

حيث: $z|t|$ و $V(t)$ توابع تيار الظلام.

* يشير الى المرافق $G=E[g_k]$ و $G_2=E[g_k^2]$.

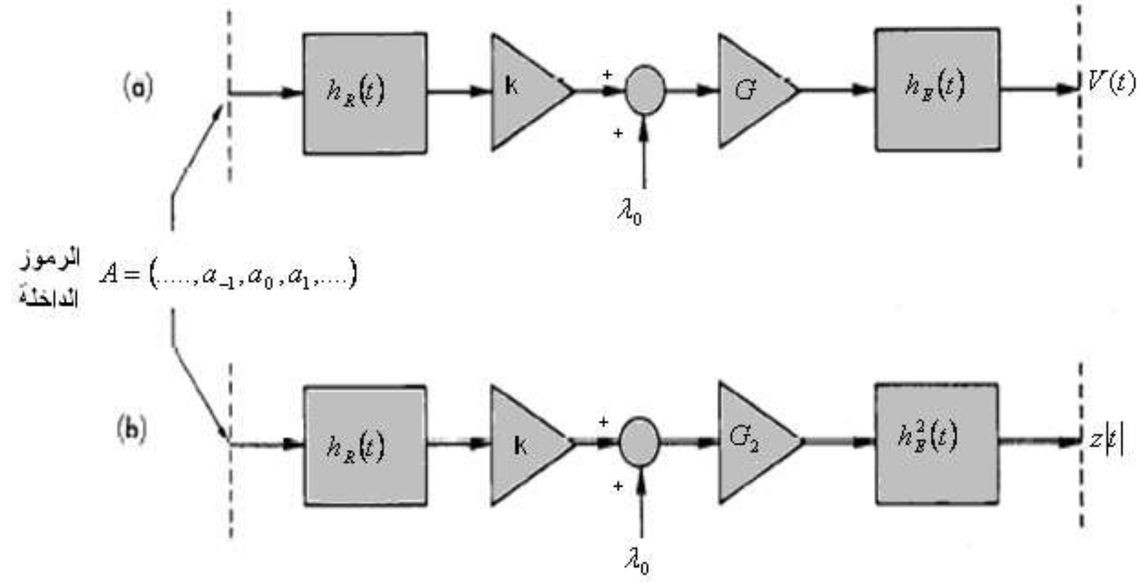
وباستخدام المعادلة(3) نجد أن الخرج يكون:

$$V(t)=E[v(t)/A]=\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty}a_n h(t-nT)+V_0$$
$$Z|t|=E\left[\{v(t)-V(t)\}^2/A\right]=\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty}a_n q(t-nT_0)+Z_0 \qquad (6)$$

حيث V_0 و Z_0 هما ثوابت تيار الظلام، وحيث لدينا:

$$h(t)=h_R(t)*[kGh_E(t)]\ ,\ \ q(t)=h_R(t)*[kG_2h_E^2(t)] \quad (7)$$

وهكذا الوسيلة الشرطية والتغير في أشكال الإشارات سيكون لها بنية PAM نفسها بأشكال نبضية موجية قياسية مختلفة ستوضح لاحقاً، والشكل العام موضح بوساطة النماذج المكافئة في الشكل (2) حيث $V(t)$ يمكن أن يعدّ كالإشارة عند خرج المستقبل:



الشكل (2) يوضح القسم المتجدد لنظامِ إرسالِ الألياف الضوئيةِ الرقميِ.
(a)النموذج المكافئ للقسمِ المتجدد للإشارةِ النظيفة .
(b) من أجل حالة الضجيج المستقل.

1. متوسط احتمال الخطأ:

نفترض أن عملية النمط $A=(.....,a_{-1},a_0,a_1,....)$ هي إدراك ثابت، وأن القرار العتبي على الرمز الصفري a_0 ماخوذ من خرج المستقبل عند عينات لحظية t_0 هو: $v(t_0)+n(t_0)$، حيث v معطى بالعلاقة (1) و n هي ضجيج غوصي وسطي صفري ثابت مع متغير σ^2.

إن الهدف الرئيس في هذا البحث هو تقدير احتمالية الخطأ الوسطي $p_e=E[p_e(a_0)]$ حيث $p_e(a_0)$ هو احتمال الخطأ الشرطي المعطى a_0 والذي قد تم إرساله، وهذا يتطلب المعرفة بالتوزيع الشرطي $F(c/a_0)=p[v(t_0)+n(t_0)\le c/a_0]$.

إن شرطية a_0 البسيطة هي ليست كافية لتحديد كامل القيمة للمعامل v ولكن الشرطية على كل النموذج A هي ضرورية. وهكذا ينتج التوزيع الشرطي النموذجي كما هو موضح بالعلاقة (8):

$$F(c/A)=p[v(t_0)+n(t_0)\le c/A] \quad (8)$$

إن ستاتيكية MFPP الاعتيادية يمكن أن تستخدم من اجل $v(t)$. وهذه الستاتيكية من ناحية أخرى تقرب بواسطة ستاتيكية غوصية كما في المرجع [6]. وضمن هذا التقريب فإن $v(t_0)+n(t_0)$ هو متغير عشوائي غوصي.

وسنعتبر فيه $V=V(t)$ ، $\sigma_{s+n}^2 = Z(t_0)+\sigma^2$. وهكذا فإن العلاقة(8) تصبح على النحو التالي:

$$F(c/A) = \Phi\left(\frac{c-V}{\sigma_{s+n}}\right) \quad (9)$$

حيث $\Phi(x)$ هو توزيع غوصي احتمالي ويعطى بالعلاقة $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{\frac{-t^2}{2}}dt$.

من التوزيع الشرطي للنموذج الذي تم إحصاؤه سابقا فإن التوزيع الشرطي للرموز المطلوبة يتم الحصول عليه بشكل وسطي مع تقدير للمعامل A مع a_0 ويكون معطى بالعلاقة (10):

$$F(c/a_0) = E[F(c/A)/a_0]$$

$$F(c/a_0) = E\left[\Phi\left(\frac{c-V}{(\sigma^2+Z)^{\frac{1}{2}}}\right)\Big/ a_0\right] \quad (10)$$

حيث: $Z = Z(t_0), V = V(t_0)$

2. طريقة EXHAUSTIVE:

إن عملية حساب التقدير (التوقع) تكون باستخدام طريقة EXHAUSTIVE التالية:

بعدّ الحقيقة الممكنة للنموذج A لديها رمز صفري a_0 معطى بحساب الكمية $\Phi(x)$، وذلك بأخذ المتوسط مع التقدير لكل الإدراكات المنمذجة الممكنة مع a_0 المعطاة. بالواقع تلك الطريقة تتطلب بأن تكون المتغيرات $Z = Z(t_0), V = V(t_0)$ تعتمد على رقم محدد من الرموز $A(n_1,n_2) = (a_{n_1},....,a_0,....,a_{n_2},)$ حيث $n_1 \le 0 \le n_2$ والتي تتضمن الشرط التالي على التوابع الزمنية $h(t), q(t)$ ، $h(t_0-nT), q(t_0-nT) = 0$ وذلك من أجل $n \prec n_1, n \succ n_2$.

في عملية الإرسال بالألياف الضوئية يكون عدد التداخلات (interferens) الذي هو $N = |n_1| + n_2$ محدد ليس فقط بالشكل الموجي الضوئي عند نقطة القرار بل أيضاً بالتابع الزمني $q(t)$ الظاهر عند التغير في ضجيج الطلقات. وبالتالي فإن التعقيدات الحسابية تزداد مع زيادة عدد التداخلات(interferens) N (N لا تكون صغيرة بشكل كاف.

الآن نلاحظ بأنه عندما $n_1 = 0 = n_2$ وعندما لايوجد تشويش بالرموز أي ($V_0 = Z_0 = 0$) نجد مايلي:

$$F(c/a_0) = \Phi\left(\frac{c-a_0h(t_0)}{\left|\sigma^2+a_0q(t_0)\right|^{\frac{1}{2}}}\right) \quad (11)$$

هذه الحالة تحظى باهتمام عملي قليل وذلك بسبب ذلك الشرط بعدم وجود تشويش بالرموز[4],[5] .

3. الطرق اللحظية:

A – نشر سلاسل Gram_Gharlier

سنقوم بحساب نشر سلاسل القدرة التالية [8]:

$$\Phi\left(\frac{c-V}{\left(\sigma^2+Z\right)^{\frac{1}{2}}}\right)=\sum_{k=0}^{\infty}\Phi_k\left(\frac{c}{\sigma}\right)\frac{(-1)^k}{\sigma^k}\sum_{m=0}^{k/2}\frac{V^{k-2m}Z^m}{(k-2m)!\,m!\,2^m} \quad (12)$$

حيث $\Phi_k(x)$ هو المشتق k_{th} للتابع $\Phi(x)$

بعد ذلك وبأخذ التوقع $E[x/a_0]$ نجد مايلي:

$$F(c/a_0)=\sum_{k=0}^{\infty}\Phi_k\left(\frac{c}{\sigma}\right)\frac{L_k(a_0)}{\sigma^k} \quad (13)$$

حيث:

$$L_k(a_0)=(-1)^k\sum_{m=0}^{k/2}\frac{M_{k-2m,m}(a_0)}{(k-2m)!\,m!\,2^m} \quad (14)$$

$$M_{rs}(a_0)=E\left[V^rZ^s/a_0\right]$$

وهكذا نجد أننا أخذنا حالة التشويش بالرموز بعين الاعتبار ولكن مازالت هناك مشكلة موجودة وهي مشكلة بقاء التقدير للحظات الشرطية المشتركة للمتغيرات العشوائية V,Z في المعادلة $E\left[V^rZ^s/a_0\right]$.

يمكن أن نعدّ أنه في تطبيقات عملية بسيطة فإن التقريب المختصر للسلسلة بالمعادلة(13) قابل للاستخدام؛ إذ إنّ عدد التوقعات الشرطية قد اختير مسبقاً للحصول على الدرجة المرغوب فيها من الدقة. إن سرعة التقارب أو مايمكن عدّه معدل الدقة يتحدد بشكل أساسي بواسطة المطالات لـ M_{rs} .

الآن يمكن الملاحظة بسهولة بأن المعادلة (13) ليست المعادلة الأنسب لتقدير احتمال الخطأ. وذلك بسبب حقيقة أنه حتى في الحالة الحدية في المعادلة (10), والتي فيها الكميات الشرطية V,Z مأخوذة عند قيم ثابتة:

$$Z=a_0q(t_0)+Z_0,V=a_0h(t_0)+V_0 \quad (15)$$

فإن عدد التوقعات الشرطية يجب إن يكون كبيراً ولا نستطيع تقديره بشكل كامل مسبقاً قبل عملية الارسال.

B – اللحظات المركزية [7]:

لكي نزيد معدل التقارب أو التقديرات الشرطية يجب أن نقوم بإزالة التوقعات الشرطية $E[V/a_0], E[Z/a_0]$ بشكل كامل، وهكذا بدلاً من V,Z يجب علينا أن نأخذ المشتق لكل منهما:

$$\Delta V(a_0)=V-E[V/a_0]=\sum{}'\left[a_n-E[a_n/a_0]\right]h(t_0-nT) \quad (16)$$

و

$$\Delta Z(a_0)=Z-E[Z/a_0]=\sum{}'\left[a_n-E[a_n/a_0]\right]q(t_0-nT) \quad (17)$$

حيث هنا $\sum'$ يشير إلى حذف الفترات الصفرية ويمكن رؤيته بشكل واضح في المرجع[12]، وبالتالي المعادلة (13) تصبح على النحو التالي:

$$F(c/a_0)=\sum_{k=0}^{\infty}\Phi_k\left(\frac{c-E[V/a_0]}{\sigma(a_0)}\right)\frac{\Delta L_k(a_0)}{\sigma^k(a_0)} \qquad (18)$$

حيث $\sigma^2(a_0)=\sigma^2+E[Z/a_0]$ و $\Delta l_k(a_0)$ تم الحصول عليهما من المعادلة (14) وذلك باستبدال $M_{rs}(a_0)$ باللحظات المركزية كما هو بالمعادلة (19):

$$\Delta M_{rs}(a_0)=E[\Delta V^r(a_0)\Delta Z^s(a_0)/a_0] \qquad (19)$$

ونجد أنه من أجل الحالة الحدية في حال عدم وجود تشويش رمزي (تشويش بالرموز)، ومن أجل كل من $\Delta V(a_0),\Delta Z(a_0),h(t),q(t)$ فإنه يزول التطابق، وتتناقص السلسلة بالمعادلة (18) إلى فتراتها الموجبة. حتى من أجل الحالات اللاحدية فإن المعادلة (18) تتقارب بسرعة أكبر من المعادلة (13) بسبب أن اللحظات المركزية $\Delta M_{rs}(a_0)$ هي أصغر من اللحظات اللامركزية $M_{rs}(a_0)$، وأيضاً بسبب أن الكمية غير المتساوية $\sigma^k(a_0)$الظاهرة في المعادلة (18) هي اكبر من الكميات المطابقة σ^k.

4. التطبيق العملي على الرموز المستقلة التبادلية:

إن المناقشة السابقة بالفقرة السابقة (3) هي دراسة عامة مع عدّ الرسالة الرقمية ستاتيكية. لتسهيل الدراسة يمكن عدّ الحالة الأولية (الأصلية) التي تتألف فيها الرسالة من رموز مستقلة تبادلية وبكافة الأحوال، نصل إلى التحليل السابق نفسه. إذ سنعد بشكل عملي الاحتمالية النموذجية يتم تمثيلها بوساطة احتمالية رمزية $P(\alpha)=P[a_n=\alpha],\alpha\in \mathrm{A}$ حيث $\mathrm{A}=\{\alpha_0,\alpha_1,.......,\alpha_{M-1}\}$ هي أي أبجدية برموز ليست سالبة.

A – الطريقة العامة:

الافتراض بأن $h(t_0-nT),q(t_0-nT)=0$ وذلك من أجل $n\prec n_1,n\succ n_2$ يقود إلى أن تابعية النموذج لـV,Z هي محددة الى السلسلة $A(n_1,n_2)=(a_{n1},.....,a_0,....,a_{n2})$، ومنه المعادلة(10) تصبح من أجل رموز مستقلة على الشكل التالي:

$$F(c/a_0)=\sum\Phi\left(\frac{c-V}{(\sigma^2+Z)^{\frac{1}{2}}}\right)P[A(n_1n_2)/a_0] \qquad (20)$$

حيث $P[A(n_1,n_2)/a_0]=P(a_{n1}).........P(a_{-1})P(a_1)........P(a_{n2})$، ويكون المجموع فوق احتمالية $A(n_1,n_2)(M^{|n_1|+n_2})$ مع a_0 ، و M هو حجم الأبجدية.

B – التكنولوجيا اللحظية

إن الشرطية التي توقعت قيمة الرموز يمكن تبسيطها إلى المعادلة (21):

$$E[a_n/a_0]=\begin{cases}a_0, & n=0\\ E[a_n]=m_a, & n\neq 0\end{cases} \quad (21)$$

وهكذا

$$E[V/a_0]=a_0h(t)+m_a\sum{}'h(t_0-nT)+V_0$$
$$E[Z/a_0]=a_0q(t)+m_a\sum{}'q(t_0-nT)+Z_0 \quad (22)$$

ومنه نجد أنّ اللحظات المركزية الشرطية المشتركة(19) تصبح مستقلة عن a_0 ، أكثر من ذلك فإنه سيتم الإشارة اليها ببساطة بالمعاملات $\Delta M_{rs},\Delta V,\Delta Z$ ، حيث التبسيطات الرئيسة بسبب استقلالية الرموز تحدث في اللحظات ΔM_{rs} بافتراض أن عدد التداخلات هو $N=|n_1|+n_2$ من أجل كل من $h(t),q(t)$ كما هي ضمن الشرط $h(t_0-nT),q(t_0-nT)=0$. عندئذ بسبب الاستقلالية والثبات للمعامل a_n نجد مايلي:

$$\Delta V=\sum_{n=1}^{N}\Delta(a_nh_n)\ ,\quad \Delta Z=\sum_{n=1}^{N}\Delta(a_nq_n) \quad (23)$$

حيث $\Delta a_n=a_n-E[a_n]$ و h_n,q_n هي قيم عينية مناسبة من أجل $h(t),q(t)$ بالتتالي. ومن أجل التقدير العددي للحظات $\Delta M_{rs}=E[\Delta V^r\Delta Z^S]$ ، يكون الإجراء التالي هو عبارة عن مشتق إذا كانت ΔM_{rs} مطلوبة لأجل (R,S)، عندئذ نتبع الخوارزمية التالية:

1- حساب

$$N_P=E[\Delta a_n^p]\ ,\quad p=0,1,....,R+S$$

2- إعطاء قيم ابتدائية

$$D_{rs}^{(1)}=\mu_{r+s}\frac{h_1^rq_1^s}{s!\,r!};\qquad 0\le r\le R\ ,\quad 0\le s\le S$$

3- حساب

$$D_{rs}^{(m)}=\sum_{p=0}^{r}\sum_{q=0}^{s}\ \mu_{p+q}\frac{h_m^pq_m^q}{p!\,q!}D_{r-p,s-q}^{(m-1)}$$

4- اللحظات المشتقة معطاة بالعلاقة

$$D_{rs}^{(N)}=\Delta M_{rs}/(r!\,s!)$$

وبالتالي تتم عملية تأكيد صحتها بواسطة الفحص ؛ إذ إن تعقيد الحسابات في الإجراء الحدي من أجل قيم أعظمية ثابتة (R,S) تزداد فقط خطياً بعدد من التداخلات N. وإذا استخدمنا تشذيب الحد (K+1) كما في الطرق المستخدمة بالمرجعين ([4],[10]) للسلسلة بالمعادلة (18) من أجل تقدير البارمترات نجد مايلي:

$$\Delta L_k=(-1)^k\sum_{m=0}^{k/2}D_{k-2m,m}^{(N)}2^{-m}\quad k=1,\ldots,K، \quad (24)$$

ثم بتطبيق الإجراء بالمعادلة (24) مع $R = K$ ، $S = \left\lfloor k/2 \right\rfloor$، وباتخاذ الخطوات لحساب احتمال الخطأ مع رموز مستقلة تبادلية يمكن أن تلخص هذه الخطوات على الشكل التالي:

1.نعطي قيماً للمعامل N لنكون رقم التداخلات و K+1 هو عدد مرات تشذيب السلسلة.

2.حساب $h(t), q(t)$ من $h_n, q_n;\quad 1 \le n \le N$

3.حساب $E[Z/a_0], m_a, E[V/a_0]$ من المعادلة (22) وأيضاً $\sigma^2(a_0) = \sigma^2 + E[Z/a_0]$

4.حساب اللحظات باستخدام الأجراء الأسرع مع $R = K$, $S = \left\lfloor k/2 \right\rfloor$

5.حساب ΔL_k من المعادلة(24).

6.حساب $F\left(c/a_0 \right)$ من المعادلة (18).

7.حساب $P_e(a_0)$ و P_e

حيث الكميات التالية يجب تحديدها:

- أبجدية الرموز $\mathrm{A} = \{\alpha_0, \alpha_1\}$
- الاحتماليات $1 - P = P(\alpha_0)$, $P = P(\alpha_1)$
- عتبة القرار C
- أزمنة العينات $\{t_0 + nT\}$ حيث $n_1 \le 0 \le n_2$
- متغيرات الضجيج الحراري σ^2
- متغيرات ضجيج الطلقات (تيار الظلام) Z_0

في الحساب العددي من أجل أداء بعض السويات يجب إنقاص عدد البارمترات؛ نقوم بإعطاء الرموز لتصبح مساوية لقيمهم العظمى لتكون $\alpha_1 = 1$, $0 \le \alpha_0 \le 1$ ، ونعطي $h(0), q(0)$ لإيجاد $h(t), q(t)$ بالتعاقب. عندئذ نعرف مايلي: $\tilde{q}(t) = \dfrac{q(t)}{q(0)}$, $\tilde{h}(t) = \dfrac{h(t)}{h(0)}$, $\tilde{C} = \dfrac{C}{h(0)}$ وهو يقود الى التناسب (الإشارة إلى الضجيج) $\rho_s = \dfrac{h^2(0)}{q(0)}$, $\rho_t = \dfrac{h^2(0)}{\sigma^2 + Z_0}$ والتي يمكن تسميتها أيضاً بالشدة الحسابية (متعلقة ببارمترات فيزيائية).

وبالتالي المناقشة للتابع $\Phi(x)$في المعادلة (20) من أجل c=C تصبح على الشكل التالي:

$$\frac{C - V}{\left(\sigma^2 + Z\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{\tilde{C} - \tilde{V}}{\left(\rho_t^{-1} + \tilde{Z}\rho_s^{-1}\right)^{\frac{1}{2}}} \tag{25}$$

حيث $\tilde{Z} = \sum_{n=n_1}^{n_2} \alpha_n q(t_0 - nT)$, $\tilde{V} = \sum_{n=n_1}^{n_2} \varepsilon_n \tilde{h}(t_0 - nT)$

ايضاً لا نخصص $\tilde{h}(t), \tilde{q}(t)$ بشكل مستقل بل نخصص $\tilde{h}(t), \tilde{h}_R(t)$ بوصفها أشكالاً نبضية متساوية ومن ثم نقود الى $\tilde{q}(t)$ بوساطة المعادلة (7).

النتائج والمناقشة:

سنستخدم في دراستنا العملية الأشكال النبضية الثلاثة التالية والمسماة بالعائلات الثلاثة للأشكال المستقبلة النبضية [2] والموضحة بالشكل (3):

1- نبضات مستطيلة

$$\tilde{h}_R(t)=1\ ,\ |t|\prec \gamma T/2\ ,\ \tilde{h}_R(t)=0\ \ otherwise,$$

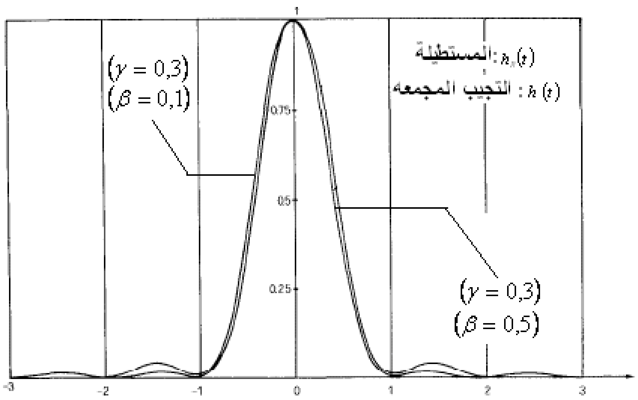
2- نبضات غوصية

$$\tilde{h}_R(t)=\exp\left[-t^2/2(\gamma T)^2\right]$$

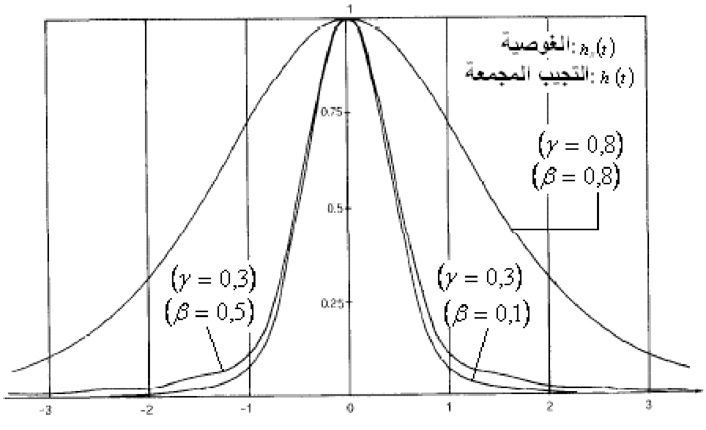
3- نبضات مفسّرة

$$\tilde{h}_R(t)=\exp\left[-t/\gamma T\right],\quad t\geq 0$$

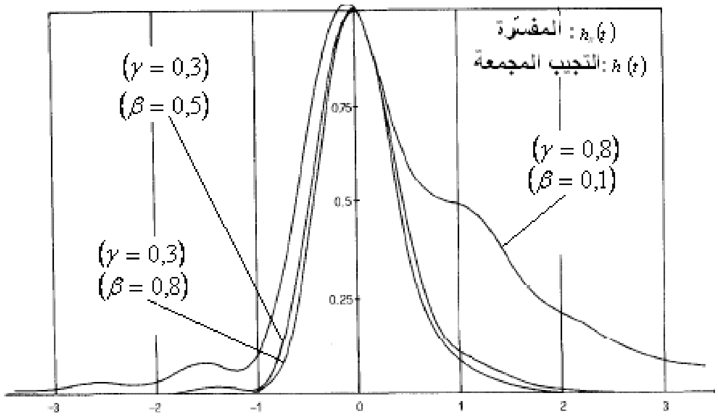
$$\tilde{h}_R(t)=0, otherwise$$



a



b



c

الشكل (3): يوضح علاقة الأشكال النبضية $\tilde{q}(t)$ مع نبضات التجيب المجمعة المكافئة بالنسبة إلى الزمن t/T (β : عامل الـRoll-of للنبضة المجمعة، γ : تمثل بارمتر النبضة المستقبلة)

a- بالنسبة للنبضة المستطيلة

b- النبضة الغاوصية

c- النبضة المفسرة

أيضاً سنستخدم النبضة $\tilde{h}(t)$ والتي سنسميها نبضة التجيب المجمعة [2]:

تعطى تلك النبضة $\tilde{h}(t)$ كالتالي:

$$\tilde{h}(t) = \sin\left(\frac{\pi t}{T}\right)\cos\left(\frac{\pi\beta t}{T}\right)\cdot\left[\frac{\pi t}{T}\left(1-\left(\frac{2\beta t}{T}\right)^2\right)\right]^{-1}$$

وهي متساوية من أجل $t_0 = 0$، وأيضاً من أجل التداخلات ذات الرموز البارزة عند أزمنة تقطيع عامة $\{t_0 + nT\}$.

من أجل العائلات الموضحة بالشكل (3) فإنه حسابيا قد تم تقدير العائلات الثلاث لنبضات $\tilde{q}(t)$ من أجل بعض قيم البارمترات. وبما أنه يتطلب أن يكون عدد التداخلات محدوداً حيث كل من $\tilde{h}(t), \tilde{q}(t)$ هي أزمنة غير محدودة فإنه يتطلب معياراً مختصراً مناسباً.

بالنهاية نستطيع أن نقول: إنّ البارمترات الأساسية في الحسابات العددية لمعدل الخطأ برموز مستقلة تبادلية ثنائية(بواسطة التقريب الغوصي لضجيج الطلقات) هي:

$$\alpha_0, P(\alpha_0), \tilde{C}, t_0/T, \tilde{h}(t), h_R(t), \rho_t, \rho_s \qquad (26)$$

الآن لتوضيح كيفية حصولنا على الأشكال التالية:

انطلاقاً من المعادلة (20): $F(c/a_0) = \sum \Phi\left(\frac{c-V}{(\sigma^2+Z)^{\frac{1}{2}}}\right)P[A(n_1n_2)/a_0]$ والتي سنعتمدها في جميع الرسومات والاستنتاجات التالية وحيث:

$$P[A(n_1, n_2)/a_0] = P(a_{n1})........P(a_{-1})P(a_1).......P(a_{n2})$$

لتسهيل الدراسة نفرض فقط رمزين هما α_0, α_1 حيث $\alpha_0 = 0.01, \alpha_1 = 1$ باعتبار أن $0 \le \alpha_0 \le 1$

وبفرض بقية البارمترات كالتالي: $P(\alpha_0) = \frac{1}{2}, \tilde{C} = 0,04$

- بالاستفادة من قوانين الاحتمالات ينتج $P(\alpha 1) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ وبالتالي تصبح المعادلة (20) كالتالي $F(c/a_0) = \frac{1}{2}\Phi\left(\frac{c-V}{(\sigma^2 + Z)^{\frac{1}{2}}}\right)$

- بتعويض العلاقة (25) ينتج $F(c/a_0) = \frac{1}{2}\Phi\left(\frac{\tilde{c}-\tilde{V}}{(\rho_t^{-1} + \tilde{Z}\rho_s^{-1})^{\frac{1}{2}}}\right)$ حيث $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{\frac{-t^2}{2}} dt$

- من العلاقتين $\tilde{Z} = \sum_{n=n_1}^{n_2} \alpha_n \tilde{q}(t_0 - nT)$, $\tilde{V} = \sum_{n=n_1}^{n_2} a_n \tilde{h}(t_0 - nT)$ حيث $\tilde{h}(t)$ يحسب من العلاقة للنبضة المجمعة بعد اختيار القيم التالية β=0.5 ، γ=0.3 وبالتالي يمكن ببساطة حساب قيمة $\tilde{V}$ و $\tilde{q}(t)$ تحسب بالاسقاط على الشكل (3) ومنه أيضاً نحسب $\tilde{Z}$.

وكل ذلك يتم وفق نوع النبضة المختارة التي سأقوم باختيارها، مثلا سنختار النبضة المفسرة للحصول على الجدول(1) //؛ أي سنقوم بتطبيق نبضات موجية محددة قمنا شخصياً باختيارها لتتلائم مع موضوع الدراسة على إحدى المعادلات الرياضية المستنتجة لاحتمال الخطأ(المعادلة 20) وهي النقطة المركزية في دراستنا الجديدة//

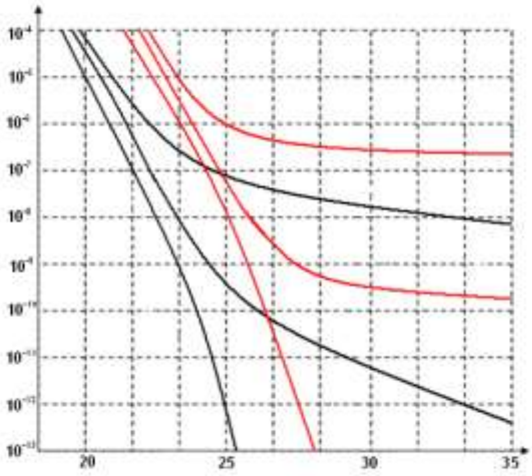
- بالتعويض ستنتج لدينا المعادلة النهائية $F(c/a_0)$ والتي هي احتمال الخطأ P_e بدلالة نسبة الإشارة للضجيج ρ_t وذلك عند قيم مختلفة لـ ρ_s كما بالشكل (4,a)، وفي (4,b) فإن المنحني a يعاد رسمه كاحتمال خطأ مكافئ بخطوط محدودة بالمستوي (ρ_t, ρ_s).

الآن بالاستفادة من كل ماسبق لدينا الجدول التالي الذي حصلنا عليه:

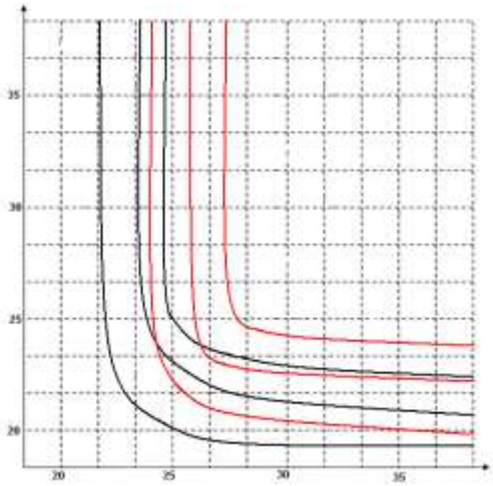
الجدول (1) يوضع علاقة احتمال الخطأ P_e إلى (dB) ρ_t من أجل قيم لـ $\rho_s = 20,22,\infty[dB]$ ومن أجل t_0/T=0

(db) ρ_s	$\tilde{q}(t)$(بالإسقاط)	P_e	(db) ρ_t
∞	0.175	10^{-4}	12.5
∞	0.175	10^{-6}	22.8
∞	0.175	10^{-8}	23.7
∞	0.175	10^{-10}	24.1
∞	0.175	10^{-12}	25
20	0.175	10^{-4}	14
20	0.175	10^{-6}	23.4
20	0.175	10^{-8}	29.7
20	0.175	10^{-10}	-
20	0.175	10^{-12}	-
22	0.175	10^{-4}	16.2
22	0.175	10^{-6}	22.4
22	0.175	10^{-8}	24
22	0.175	10^{-10}	26
22	0.175	10^{-12}	33.9

```
r=[1:5:40];
h1=20;
x=0.04./(((r.^-1)+0.175*(h1^-1)).^1/2);
t1=-inf;
d1=(1/sqrt(2*pi))*1/2*pi^(1/2)*2^(1/2)*erf(1/2*2^(1/2)*t1);
f1=exp((1/2*(1/sqrt(2*pi))*d1)/20);
t2=x;
d2=(1/sqrt(2*pi))*1/2*pi^(1/2)*2^(1/2)*erf(1/2*2^(1/2)*t2);
f2=exp((1/2*(1/sqrt(2*pi))*d2)/20);
f=f1-f2;
r=[1:5:40];
h2=22;
x1=0.04./(((r.^-1)+0.175*(h2^-1)).^1/2);
t1=-inf;
d1=(1/sqrt(2*pi))*1/2*pi^(1/2)*2^(1/2)*erf(1/2*2^(1/2)*t1);
f3=exp((1/2*(1/sqrt(2*pi))*d1)/20);
t2=x1;
d2=(1/sqrt(2*pi))*1/2*pi^(1/2)*2^(1/2)*erf(1/2*2^(1/2)*t2);
f4=exp((1/2*(1/sqrt(2*pi))*d2)/20);
f5=f3-f4;
figure
plot(r,f)
hold on
plot(r,f5)
```



-a-



-b-

الشكل (4) : a- يوضع علاقة احتمال الخطأ P_e إلى (dB) ρ_t من أجل قيم مختلفة لـ ρ_s وقيمتين لـ t_0/T =0

(باللون الأسود) و t_0/T =0.1 (باللون الأحمر)

b- الخطوط المحددة لاحتمال الخطأ المكافئ $P_s(dB)$ في المستوي (ρ_t, ρ_s) مرسوم بالبارمترات نفسه للشكل a

يمكن الحصول على منحنيات أكثر أهمية بواسطة ربط الإشارة الحسابية بنسب الضجيج إلى بارمترات فيزيائية كما هو ملاحظ بالعلاقتين التاليتين:

$$\rho_t = \frac{n_P^2}{I_2 n_d F_e + n_{th}^2/G^2} \quad , \quad \rho_s = \frac{n_P}{F_e I_1}$$

حيث n_P هو عدد الإلكترونات الابتدائية المرتبطة بنبضة مستقبلة في حالة ON ($a_n = 1$)، لذلك فإن $n_P G$ هي عدد الالكترونات البدائية لتيار الظلام.

n_{th} هو ضجيج حراري في الوحدات الإلكترونية الثانوية.

$F_e = G_2/G^2$ هو شعاع الضجيج الزائد (المفرط)،

I_1, I_2 هما المتممان [2] واللذان يعتمدان فقط على $\tilde{h}(t), \tilde{h}_R(t)$.

I_1, I_2 يأخذان القيم على الشكل التالي:

$I_1 = 1 \ , I_2 = 0.89$ في الشكل (a) 5

$I_1 = 1.06 \ , I_2 = 1.17$ في الشكل (b) 5

$I_1 = 1.06 \ , I_2 = 1.1$ في الشكل (c) 5

الآن بتعويض ρ_t و ρ_s بدلالة عدد الإلكترونات الأولية n_P بعد تعويض بقية الثوابت بدلالة قيم محددة(ربح انهيار وسطي G=50، شعاع ضجيج زائد $F_e = 3{,}6$ ، عدد إلكترونين أولية لتيار الظلام $n_d = 2$).

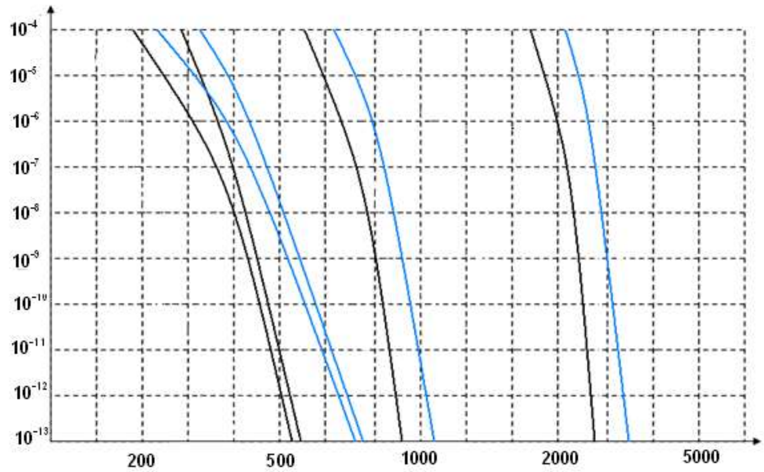
نستطيع ببساطة وبعد التعويض بالطريقة السابقة نفسها الحصول على الجدول التالي:

الجدول (2) يوضع علاقة احتمال الخطأ P_e إلى n_P (عدد الإلكترونات الابتدائية) من أجل قيم مختلفة للإلكترونات الثانوية للضجيج الحراري n_{th} وذلك في حالة النبضة المستطيلة.

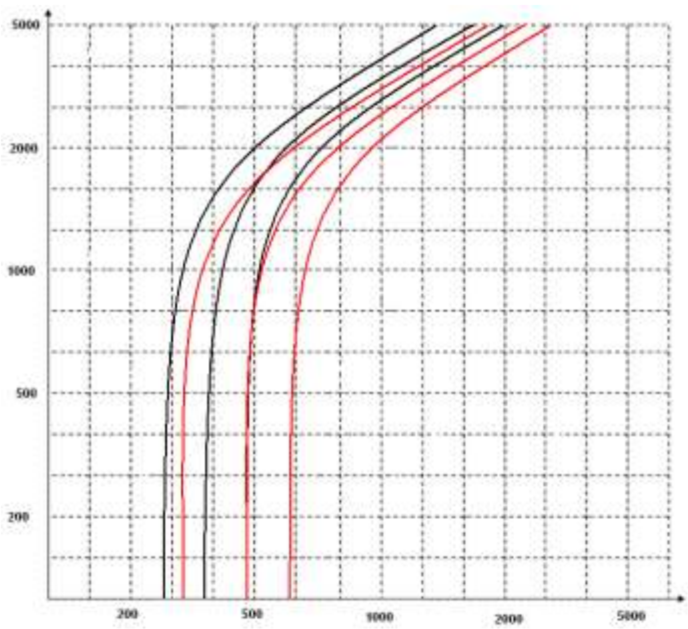
n_P (عدد الإلكترونات الابتدائية)	P_e	$\tilde{q}(t)$ (بالإسقاط)	n_{th} (عدد الإلكترونات الثانوية المرتبطة بالضجيج الحراري)
155	10^{-4}	0.83	63
287	10^{-6}	0.83	63
430	10^{-8}	0.83	63
620	10^{-10}	0.83	63
705	10^{-12}	0.83	63
200	10^{-4}	0.83	630
331	10^{-6}	0.83	630
487	10^{-8}	0.83	630
654	10^{-10}	0.83	630
732	10^{-12}	0.83	630
450	10^{-4}	0.83	2000
680	10^{-6}	0.83	2000
794	10^{-8}	0.83	2000
800	10^{-10}	0.83	2000
895	10^{-12}	0.83	2000
1392	10^{-4}	0.83	6000
1720	10^{-6}	0.83	6000
2711	10^{-8}	0.83	6000
2844	10^{-12}	0.83	6000

في الشكل (5,a) إن منحنيات احتمال الخطأ بدلالة عدد الإلكترونات الأولية n_P هي مرسومة من أجلِ قيم مختلفة للمعامل n_{th} (ضجيج حراري في وحدات الإلكترونات الثانوية) وقيمتين لـ t_0/T كما بالشكل السابق، ومع وضع البارمترات الأخرى عند قيم ثابتة ($\tilde{c} = 0,4$, $\alpha_0 = 0,01$, $P(\alpha_0) = \frac{1}{2}$ ، ربح انهيار وسطي G=50، شعاع ضجيج زائد $F_e = 3,6$ ، عدد الكترونان أولية لتيار الظلام $n_d = 2$)وكل ذلك في حالة النبضة المستطيلة.

وفي الشكل(5,b) فان المنحنيات نفسها يعاد رسمها بوصفها محيط احتمال الخطأ المتساوي في المستوي (n_P ,n_{th}).



-a-



-b-

الشكل (5) : a- يوضح علاقة احتمال الخطأ P_e إلى n_P (عدد الإلكترونات الابتدائية) من أجل قيم مختلفة للضجيج الحراري n_{th} وذلك في حالة النبضة المستطيلة ومن أجل قيمتين لـ t_0/T =0 (باللون الأسود) و t_0/T =0.1 (باللون الأحمر).

b- يوضح علاقة n_P (عدد الإلكترونات الابتدائية) إلى الضجيج الحراري n_{th} عند البارمترات نفسه لـ a.

في الأشكال السابقة كلها (5) و(6) يمكن أيضاً حساب استطاعة الخرج $P_{out}(dbm)$ من العلاقة $n_P = TKP_{opt}$ مع افتراض بأن $T = 20$, $K = 0,38.10^{19}$ (استجابة الديود $0,61 \ A/W$).

الاستنتاجات والتوصيات:

تم عرض الطرق الرياضية لحساب احتمال الخطأ في نظم إرسال معطيات بوساطة الألياف الضوئية بوجود ضجيج غوصي متداخل الرموز وبضجيج طلقات بنموذج مرتبط. هذه الطرق استخدمت في هذه المقالة لأداء بعض الأنظمة ، باختيار بعض الأشكال النبضية الأكثر استخداماً في هذا المجال ومن أجل بحوث مستقبلية فإنه يمكن تضمين التقدير لاتجاهات الخطأ المختصر في السلسلة Gram-Charlier ، والتقارب للسلاسل والامتداد للتكنولوجيا اللحظية وبقية العلاقات المستنتجة في هذا المجال.

المراجع:

1- SNYDER.D. L, *"Random Point Processes"*. New York: Wiley, 1975,Ch. 6.

2- PERSONICK.S, "*Receiver design for digital fiber optic communication systems: I, II,"* Bell Sys. Tech. J. July-Aug., vol. 52, 1973. 843-886.

3- GARDNER.W. A, "*An eauivalent linear model for marked and filtered doubly stochastic Poisson processes with application to MMSE linear estimation for synchronous M-ary optical data signals,"* IEEE Trans. Comm. Aug., vol. COM-24, 1976. 917-921.

4- HO.E. Y; YEH.Y. S, *"A new approach for evaluating the error probability in the presence of intersymbol interference and additive Gaussian noise,"* Bell Sys. Tech. J., vol. 49, 1999. 2249-2265.

5- CELEBILER.M. I, *"The probability of error due to intersymbol interference and Gaussian noise in digital communication systems,"* IEEE Trans. Comm., vol. COM-19, 1988. 113-119.

6- MIDDLETON.D, *Introduction to Statistical Communication Theory*. New York: McGraw-Hill, 1960, 492-506.

7- PERSONICK.S. D; BALABAN.P, J. H, *"A detailed comparison of four approaches to the calculating of error rates of optical fiber system receivers,"* ZEEE Trans. Comm, May, vol. COM-25, 1977, 541-548.

8- BENEDETTO.S; VINCENTIS. G. D, *"Error probability in the presence of intersymbol interference and additive noise for multilevel digital signals,"*ZEEE Trans. Comm , Mar., vol. COM-21, 1973. 181-190.

9- BALABAN.P, *"Statistical evaluation of the error rate of the fiber-guide repeater using importance sampling,"* Bell Sys. Tech. J. July, vol. 55. 1976.

10- HO.E. Y; YEH.Y. S, *"Error probability of a multilevel digital system with intersymbol interference and Gaussian noise,"* Bell Sys. Tech. J, Mar., vol. 50,. 1971,1017-1023.