مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية _ سلسلة العلوم الهندسية المجلد (29) العدد (1) 2007
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research- Engineering Sciences Series Vol. (29) No. (1) 2007

تقييم دقة أشعة الانزياحات عند تحديد التشوهات الأفقية

الدكتور أديب محمود القاموع*

(تاريخ الإيداع 31 / 10 / 2006. قبل للنشر في 2007/1/25)

□ الملخّص □

تتعرض المنشآت الهندسية طيلة فترة التنفيذ والاستثمار، بشكل عام ، إلى تشوهات أفقية وشاقولية .

تم التطرُق في هذا البحث إلى دراسة مفهوم تقييم دقة تحديد أشعة الانزياحات الأفقية فقط .وذلك عند دراسة التشوهات في المنشآت الهندسية ، وتم تحديد الأخطاء المتوسطة التربيع لأشعة الانزياحات الأفقية، باستخدام طريقتين مختلفتين .

الطريقة الأولى : استخدمت فيها علاقة الخطأ المتوسط التربيع لتابع المتحولات المترابطة Function of Correlated Arguments .

والطريقة الثانية : من خلال استخدام مصفوفة معاملات الارتباط Matrix of Coefficient of Correlation لأشعة الانزياحات ، والتي ينظر إليها كمجموعة من القيم العرضية .

وخلُص البحث إلى بعض الاستنتاجات والتوصيات .

كلمات مفتاحية: المنشآت الهندسية ، تشوهات أفقية ، طرق قياس مساحية ، خطأ متوسط تربيع، مصفوفة معاملات الارتباط.

* أستاذ مساعد في قسم الهندسة الطبوغرافية – كلية الهندسة المدنية – جامعة تشرين – اللاذقية – سورية.

مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية _ سلسلة العلوم الهندسية المجلد (29) العدد (1) 2007
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research- Engineering Sciences Series Vol. (29) No. (1) 2007

Evaluation of the Accuracy of the Shifts Vectors during Determination of the Horizontal Deformations

Dr. Adib M. Al-Kamouh*

(Received 31 / 10 / 2006. Accepted 25/1/2007)

□ ABSTRACT □

The engineering projects are exposed for horizontal and vertical deformations, during the period of execution and exploitation.

The research discussed the valuation of the accuracy of the horizontal shifting only during examination of the deformations of the engineering projects It determined the average square errors of the horizontal shifts vectors, which were determined in two different ways. The first way is by using the formula for the average square error of the function of correlated arguments. The second way is by deducting the matrix of coefficient of correlation for the shifts vectors, which are viewed as a system of accidental quantities.

The research has some conclusions and recommendations.

Keywords: Engineering projects, Horizontal deformations, Methods of survey measurement, Average square error, Matrix of coefficient of correlation.

***Associate Professor, Department of Topographic Engineering, Faculty of Civil Engineering, Tishreen University, Lattakia, Syria.**

مقدمة:

تعتبر الأعمال المساحية من أهم الأعمال الهندسية التي ترافق دراسة وتنفيذ المشاريع الهندسية، وتسهم طرق القياس والأجهزة المساحية المختلفة في تنفيذ المنشآت الهندسية حسب المواصفات الفنيةSpecification المدروسة وبالدقة المطلوبة Requested accuracy . كما تسهم في مراقبة ومتابعة سلوكية المبنى وتحديد الانزياحاتShifts والتشوهات Deformations الحاصلة طيلة فترة الاستثمار المفترضة . ولهذا أمكن القيام بالدراسة البحثية للمساهمة في رصد ومراقبة التشوهات لبعض المنشآت الهندسية في محافظة اللاذقية ، وفي فترات زمنية مختلفة من الأعوام 2002 م وحتى 2006 م .

أهمية البحث وأهدافه:

تتعرَض المنشآت الهندسية (المباني السكنية والخدمية ، السدود ، صوامع الحبوب ، ...... وغيرها) طيلة فترة التنفيذ والاستثمار إلى تشوهات مختلفة (أفقية ، شاقولية) . وأن التنفيذ الصحيح للمنشأ الهندسي ، حسب المواصفات الفنية المدروسة وبالدقة المطلوبة ، تسهم به طرق وقياسات مساحية مختلفة وباستخدام أجهزة مساحية مناسبة لكل مرحلة من مراحل التنفيذ . كما أن للعلوم المساحية أيضاً دوراً مهماً في مراقبة ومتابعة سلوكية المبنى، طيلة فترة الاستثمار، وتحديد الانزياحات والتشوهات الحاصلة ، واستباق مرحلة الخطر ولحظ مسبباته. وبالاعتماد على النتائج والقيم المستخلصة يمكن للاختصاصات المختلفة : ميكانيك التربة والأساسات ، الإنشائية،....وغيرها، اقتراح الحلول والمعالجات الهندسية المناسبة . من هنا أتت الأهمية القصوى لموضوع البحث.

طريقة البحث ومواده:

يعتمد البحث على محاولة وضع منهجية تحليلية رياضية متكاملة ، في دراسة موضوع التشوهات في المنشآت الهندسية ، والتركيز في الدراسة البحثية على مفهوم تقييم دقة تحديد أشعة الانزياحات الأفقية فقط . وتحديد الأخطاء المتوسطة التربيع لأشعة الانزياحات الأفقية ، وأيضاً دراسة مصفوفة معاملات الارتباط وصفوفة أمثال الأوزان لأشعة الانزياحات . واعتمدت الدراسة على الأعمال المساحية المنجزة لمشاريع هندسية مختلفة في مراقبة ومتابعة التشوهات في مرحل التنفيذ المختلفة وفي مرحلة الاستثمار . ومن إمكانية المعالجة الرياضية، بطريقة التربيعات الصغرى ، لنتائج القياسات لشبكة الاستناد المساحية للقياسات الأفقية (شبكة المثلثات المختلطة ، والتي تقاس فيها الأضلاع و الاتجاهات) مستخدمين أجهزة المحطات الشاملة Total Station في القياسات . ومن ثم الحصول على القيم الأقرب للقيم الحقيقية أو القيم الأكثر احتمالا Most Probable Values ، وهي قيم الإحداثيات المعدَلة Adjusted coordinates لنقاط المراقبة (K = 1, 2 , 3 , ……, n) باستخدام البرامج الكمبيوترية Software المناسبة للتعديل . وهذا يتم إنجازه في كل جولة من جولات القياس المساحية .

الخطأ المتوسط التربيع لأشعة الانزياحات عند دراسة التشوهات الأفقية(الطريقة الأولى):

إن قيمة شعاع الانزياح Value of shift's vector ($\vec{d}_k$) لنقطة المراقبة (k) Control Point بين كل من جولات القياس (دورات الرصد) Measurements cycles (i و j) تحدد بالعلاقة :

$$d_k^{ij} = \sqrt{(\delta x_k^{ij})^2 + (\delta y_k^{ij})^2} \quad k = 1,2,3\ldots n \qquad (1)$$

حيث إن : $k = 1, 2,3, \ldots, n$ هي عدد نقاط المراقبة ، المثبتة في أماكن مناسبة من المنشأ الهندسي .
وأما القيم δx_k^{ij} و δy_k^{ij} فتحدد بالعلاقتين :

$$\delta x_k^{ij} = X_k^j - X_k^i ; \; \delta y_k^{ij} = Y_k^j - Y_k^i \qquad (2)$$

إن قيم الإحداثيات المعدَلة Adjusted coordinates (X_k^i, Y_k^i) لنقطة المراقبة k والتي تم الحصول عليها من معالجة القياسات المساحية Survey measurements processing بطريقة التربيعات الصغرى Least square method لجولات القياس i هي قيم مترابطة Correlated فيما بينها , وكذلك الأمر بالنسبة لقيم الإحداثيات المعدلة (X_k^j, Y_k^j) لنقطة المراقبة k والتي تم الحصول عليها أيضاً من معالجة القياسات المساحية بطريقة التربيعات الصغرى لجولات القياس j هي قيم مترابطة فيما بينها .أما مجموعتا الإحداثيات (X_k^i, X_k^j) و (Y_k^i, Y_k^j) فغير مترابطة Non Correlated فيما بينها .

يحدد الخطأ المتوسط التربيع Average square error للقيم δx_k^{ij} و δy_k^{ij} من علاقة الخطأ المتوسط التربيع لتابع عناصره مستقلة Independent ، وهي : [1]

$$m_{\delta x_k^{ij}} = \sqrt{m_{X_k^i}^2 + m_{X_k^j}^2} ; \quad m_{\delta y_k^{ij}} = \sqrt{m_{Y_k^i}^2 + m_{Y_k^j}^2} \qquad (3)$$

حيث إن الخطأ المتوسط التربيع لقيم الإحداثيات المعدلة لنقطة المراقبة k في كل من جولات القياس i و j تحسب بالعلاقات :

$$m_{X_k^i} = \mu_i \sqrt{Q_{X_k^i, X_k^i}} ; \quad m_{Y_k^i} = \mu_i \sqrt{Q_{Y_k^i, Y_k^i}} ; \quad m_{X_k^j} = \mu_j \sqrt{Q_{X_k^j, X_k^j}} ; \quad m_{Y_k^j} = \mu_j \sqrt{Q_{Y_k^j, Y_k^j}} \qquad (4)$$

نتيجة معالجة القياسات المساحية بطريقة التربيعات الصغرى لكل من جولات القياس i و j تم الحصول على قيم الإحداثيات المعدلة لنقاط المراقبة لجولات القياس نفسها. وكذلك تم الحصول على مصفوفات معاملات الارتباط Matrix of coefficient of correlation ، وعلى مصفوفات أمثال الأوزان Weight matrix، وكذلك على الأخطاء المتوسطة التربيع لواحدة الوزن μ_i و μ_j لجولتي القياس .

إن القيم $Q_{Y_k^j, Y_k^j}$ ، $Q_{X_k^i, X_k^i}, Q_{Y_k^i, Y_k^i}, Q_{X_k^j, X_k^j}$ هي عناصر مصفوفة أمثال الأوزان(مقلوب الأوزان) المقابلة لقيم الإحداثيات المعدلة ، عندئذ تأخذ العلاقات (3) المقابلة لقيم الإحداثيات المعدلة الصيغة الآتية :

$$m_{\delta x_k^{ij}} = \sqrt{\mu_i^2 Q_{X_k^i, X_k^i} + \mu_j^2 Q_{X_k^j, X_k^j}}, \quad m_{\delta y_k^{ij}} = \sqrt{\mu_i^2 Q_{Y_k^i, Y_k^i} + \mu_j^2 Q_{Y_k^j, Y_k^j}} \qquad (5)$$

لتحديد الخطأ المتوسط التربيع لقيمة شعاع الانزياح d_k لنقطة المراقبة k ، يمكن استخدام علاقة الخطأ المتوسـط التربيـع لتـابع المتحـولات المترابطـة . وهنـا تكـون المتحـولات المترابطـة هـي القـيم δx_k^{ij} و δy_k^{ij} ، حيث إن معاملات الارتباط الخطي بين X_k^i و Y_k^i ، هي نفسها بين X_k^j و Y_k^j وتكون قيمها مختلفة عن الصفر ، هذا يعني أن هذه القيم مترابطة ، أي إن :

$$d_k = f(\delta x_k^{ij}, \delta y_k^{ij})$$

$$m_{d_k} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial \delta x_k^{ij}}\right)^2 m^2_{\delta x_k^{ij}} + \left(\frac{\partial f}{\partial \delta y_k^{ij}}\right)^2 m^2_{\delta y_k^{ij}} + 2\left(\frac{\partial f}{\partial \delta x_k^{ij}}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial \delta y_k^{ij}}\right) r_{\delta x_k^{ij}, \delta y_k^{ij}} m_{\delta x_k^{ij}} m_{\delta y_k^{ij}}} \qquad (6)$$

حيث إن المشتقات الجزئية للتابع $d_k = f(\delta x_k^{ij}, \delta y_k^{ij})$ تحدد بالعلاقات الآتية:

$$\frac{\partial f}{\partial \delta x_k^{ij}} = \cos \alpha_k^{ij}; \quad \frac{\partial f}{\partial \delta y_k^{ij}} = \sin \alpha_k^{ij} \qquad (7)$$

تعين معاملات الارتباط الخطي $r_{\delta x_k^{ij}, \delta y_k^{ij}}$ بين الفروقات δx_k^{ij} و δy_k^{ij} ، وذلك من خلال استخراج مصفوفة معاملات الارتباط $\underset{(2,2)}{K_{\delta x, \delta y}}$ للقيم العرضية δx_k^{ij} و δy_k^{ij} . ويمكن كتابة هذه القيم بالشكل المختصر الآتي:

$$\underset{(2,1)}{\delta x} = \underset{(2,4)}{A}\ \underset{(4,1)}{X} \qquad (8)$$

حيث إن:

$$\underset{(2,1)}{\delta x} = \begin{bmatrix} \delta x_k^{ij} \\ \delta y_k^{ij} \end{bmatrix}; \quad \underset{(2,4)}{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \underset{(4,1)}{X} = \begin{bmatrix} X_k^i \\ Y_k^i \\ X_k^j \\ Y_k^j \end{bmatrix} \qquad (9)$$

انطلاقاً من تعميم قانون انتشار الأخطاء لمجموعة من القيم العرضية، يمكن تعيين $\underset{(2,2)}{K_{\delta x, \delta y}}$ مصفوفة معاملات الارتباط، والتي تُحدد بالشكل المختصر الآتي: [1، 2، 3]

$$\underset{(2,2)}{K_{\delta x, \delta y}} = \underset{(2,4)}{A}\ \underset{(4,4)}{K_X}\ \underset{(4,2)}{A^T} \qquad (10)$$

تعيَن مصفوفة معاملات الارتباط بين قيم الإحداثيات المعدَلة X_k^i, Y_k^i, X_k^j , Y_k^j على النحو الآتي:

$$\underset{(4,4)}{K_X} = \begin{bmatrix} \underset{(2,2)}{K_X^i} & \underset{(2,2)}{0} \\ \underset{(2,2)}{0} & \underset{(2,2)}{K_X^j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_i^2 \underset{(2,2)}{Q_X^i} & \underset{(2,2)}{0} \\ \underset{(2,2)}{0} & \mu_j^2 \underset{(2,2)}{Q_X^j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{X_k^i, X_k^i} & K_{X_k^i, Y_k^i} & 0 & 0 \\ K_{X_k^i, Y_k^i} & K_{Y_k^i, Y_k^i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{X_k^j, X_k^j} & K_{X_k^j, Y_k^j} \\ 0 & 0 & K_{X_k^j, Y_k^j} & K_{Y_k^j, Y_k^j} \end{bmatrix} \quad (11)$$

حيث إن:

$$\underset{(2,2)}{K_X^i} = \begin{bmatrix} K_{X_k^i, X_k^i} & K_{X_k^i, Y_k^i} \\ K_{X_k^i, Y_k^i} & K_{Y_k^i, Y_k^i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{X_k^i}^2 & r_{X_k^i, Y_k^i} m_{X_k^i} m_{Y_k^i} \\ r_{X_k^i, Y_k^i} m_{X_k^i} m_{Y_k^i} & m_{Y_k^i}^2 \end{bmatrix} = \mu_i^2 \begin{bmatrix} Q_{X_k^i, X_k^i} & Q_{X_k^i, Y_k^i} \\ Q_{X_k^i, Y_k^i} & Q_{Y_k^i, Y_k^i} \end{bmatrix}$$

$$(12)$$

$$\underset{(2,2)}{K_X^j} = \begin{bmatrix} K_{X_k^j, X_k^j} & K_{X_k^j, Y_k^j} \\ K_{X_k^j, Y_k^j} & K_{Y_k^j, Y_k^j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{X_k^j}^2 & r_{X_k^j, Y_k^j} m_{X_k^j} m_{Y_k^j} \\ r_{X_k^j, Y_k^j} m_{X_k^j} m_{Y_k^j} & m_{Y_k^j}^2 \end{bmatrix} = \mu_j^2 \begin{bmatrix} Q_{X_k^j, X_k^j} & Q_{X_k^j, Y_k^j} \\ Q_{X_k^j, Y_k^j} & Q_{Y_k^j, Y_k^j} \end{bmatrix}$$

أما معاملات الارتباط بين قِيم الإحداثيات المعدَلة X_k^i و Y_k^i ، وبالمثل بين X_k^j و Y_k^j فتعطى بالعلاقات الآتية : [1، 2]

$$r_{X_k^i, Y_k^i} = \frac{Q_{X_k^i, Y_k^i}}{\sqrt{Q_{X_k^i, X_k^i} Q_{Y_k^i, Y_k^i}}}; \quad r_{X_k^j, Y_k^j} = \frac{Q_{X_k^j, Y_k^j}}{\sqrt{Q_{X_k^j, X_k^j} Q_{Y_k^j, Y_k^j}}} \quad (13)$$

عند مراقبة التشوهات للمنشآت الهندسية ، فإن القياسات المساحية ، تُنجز لكل جولة قياس على حدة ، وتُتبع مراحل ومخطط القياس نفسها في كل جولة تالية . هذا يعني أنه يتم التوجيه والقياس على الاتجاهات نفسها (وعدد سلاسل القياس نفسها) ، وقياس المسافات نفسها بين نقاط المراقبة نفسها. وجميع هذه القياسات تتم بالتمركز بالأجهزة المساحية وضبط أفقيتها، انطلاقاً من شبكة الاستناد المساحية المختارة نقاطها و المثبتة في أماكن مناسبة ومستقرة جيولوجياً، وهذه القياسات تتكرر دورياً في كل جولة من جولات القياس المساحية،طيلة فترة استثمار المشروع الهندسي المدروس .

وكنتيجة لما تقدم ، فإنه عند معالجة القياسات بطريقة التربيعات الصغرى ، لكل جولة من جولات القياس المساحية ، عند ذلك يتم الحصول على المصفوفة $\underset{(2n,2n)}{N}$ نفسها والتي تحتوي على أمثال المعادلات الخطية Linear equations(قبل المجاهيل Unknown) في المعادلات النظامية Normal equations ، وذلك في حدود دقة الحسابات . إن المجاهيل هي قِيم الإحداثيات المعدَلة لنقاط المراقبة . والفرق الوحيد في جملة المعادلات النظامية، التي تم الحصول عليها من معالجة القياسات المساحية لكل من جولات القياس i و j ،

هو ظهور مصفوفة عمودية Orthogonal matrix ($\underset{(2n,1)}{F}$) للعناصر الحرة في جملة المعادلات نفسها، وتكتب جملة المعادلات هذه بالاعتماد على خواص المصفوفات بالشكل المختصر الآتي: [1، 2، 3]

$$\underset{(2n,2n)}{N}\,\underset{(2n,1)}{X} + \underset{(2n,1)}{F} = \underset{(2n,1)}{0} \qquad (14)$$

نتيجة لمعالجة القياسات المساحية بطريقة التربيعات الصغرى لكل جولة من جولات القياس المساحية ، يتم الحصول على مصفوفات متساوية $\underset{(u,u)}{N}$ تحتوي على أمثال المعادلات الخطية(قبل المجاهيل) في المعادلات النظامية ، أي أن : $\underset{(2n,2n)}{N^i} = \underset{(2n,2n)}{N^j}$ ومقلوب المصفوفة لكل منهما على التوالي هو : $\underset{(2n,2n)}{Q_X^i} = (\underset{(2n,2n)}{N^i})^{-1}$ و $\underset{(2n,2n)}{Q_X^j} = (\underset{(2n,2n)}{N^j})^{-1}$ وهذه المصفوفات هي أيضا متساوية ، وذلك في حدود الدقة التي تتم فيها الحسابات . نستطيع بالآتي كتابة :

$$\underset{(2n,2n)}{Q_X^i} = \underset{(2n,2n)}{Q_X^j} = \underset{(2n,2n)}{Q_X} = \begin{bmatrix} Q_{1,1} & Q_{1,2} & Q_{1,3} & \cdots & Q_{1,2n} \\ Q_{1,2} & Q_{2,2} & Q_{2,3} & \cdots & Q_{2,2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Q_{1,2n} & Q_{2,2n} & Q_{3,2n} & \cdots & Q_{2n,2n} \end{bmatrix} \qquad (15)$$

استنادا إلى ما سبق عرضه ‘ فإن مصفوفات معاملات الارتباط لقيم الإحداثيات المعدلة لنقاط المراقبة ، التي تم الحصول عليها من معالجة القياسات المساحية بطريقة التربيعات الصغرى لكل من جولات القياس i و j تتحدد بالعلاقات الآتية:

$$\underset{(2n,2n)}{K_X^i} = \mu_i^2 \underset{(2n,2n)}{Q_X} \;; \quad \underset{(2n,2n)}{K_X^j} = \mu_j^2 \underset{(2n,2n)}{Q_X} \qquad (16)$$

وكما تمت الإشارة سابقاً ، فإنه عند دراسة التشوهات للمنشآت الهندسية ‘ فإن القياسات المساحية تنجز لكل جولة قياس على حدة ، وتتبع نفس مراحل ومخطط القياس في كل جولة تالية .كما يتم استخدام أجهزة مساحية عالية الدقة ، وعادة تستخدم الأجهزة المساحية نفسها في جميع جولات القياس ومن قِبل المسَاحين ذوي الخبرة الجيدة أنفسهم، وباختيار أوقات تؤمن شروط قياس مناسبة .بمعنى آخر أن القياسات المساحية لجميع جولات القياس تكون متساوية الدقة . وكنتيجة لذلك ، فإن قيم الأخطاء المتوسطة التربيع لواحدة الوزن μ_i و μ_j ، التي يتم الحصول عليها من معالجة القياسات المساحية بطريقة التربيعات الصغرى لكل من جولات القياس i و j تكون قريبة جداً من بعضها بعضاً ، وهذا يعطي إمكانية اعتبار أن : $\mu_i = \mu_j = \mu$ ، والذي يعني أن قِيم الإحداثيات المعدلة X_k^i و X_k^j قد حُددت بالخطأ المتوسط التربيع m_{X_k} نفسه ، وأن قِيم الإحداثيات المعدلة Y_k^i و Y_k^j قد حُددت أيضاً بالخطأ المتوسط التربيع m_{Y_k} نفسه، بالتالي نكتب العلاقات الآتية :

$$m_{X_k^i} = m_{X_k^j} = m_{X_k} = \mu\sqrt{Q_{X_k,X_k}}$$
$$m_{Y_k^i} = m_{Y_k^j} = m_{Y_k} = \mu\sqrt{Q_{Y_k,Y_k}} \qquad (17)$$

وهذا الاعتبار أعلاه ، لا يؤثر عملياً على النتائج النهائية لقيم دقة أشعة الانزياحات عند تحديد التشوهات الأفقية . عندئذ تأخذ العلاقات (16) الشكل الآتي : [1]

$$\underset{(2n,2n)}{K_X^i} = \underset{(2n,2n)}{K_X^j} = \underset{(2n,2n)}{K_X} = \mu^2 \underset{(2n,2n)}{Q_X} \qquad (18)$$

هذا يعني أن فترات (لحظات) الارتباط تتعلق بقيم الاحداثيات المعدلة (X_k^i, Y_k^i) لنقطة المراقبة k في دورة القياس i ، وتتعلق أيضاً بقيم الاحداثيات المعدلة (X_k^j, Y_k^j) لنقطة المراقبة k نفسها في دورة القياس j ، ونستطيع كتابة العلاقات الآتية:

$$K_{X_k^i,X_k^i} = K_{X_k^j,X_k^j} = K_{X_k,X_k} = \mu^2 Q_{X_k,X_k}; \quad K_{Y_k^i,Y_k^i} = K_{Y_k^j,Y_k^j} = K_{Y_k,Y_k} = \mu^2 Q_{Y_k,Y_k}$$
$$K_{X_k^i,Y_k^i} = K_{X_k^j,Y_k^j} = K_{X_k,Y_k} = \mu^2 Q_{X_k,Y_k} \qquad (19)$$

وبأخذ العلاقات (19) أعلاه بالاعتبار ، عند ذلك تأخذ العلاقات (11) الصيغ الآتية:

$$\underset{(4,4)}{K_X} = \mu^2 \underset{(4,4)}{Q_X} = \begin{bmatrix} K_{X_k,X_k} & K_{X_k,Y_k} & 0 & 0 \\ K_{X_k,Y_k} & K_{Y_k,Y_k} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{X_k,X_k} & K_{X_k,Y_k} \\ 0 & 0 & K_{X_k,Y_k} & K_{Y_k,Y_k} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} m_{X_k}^2 & r_{X_k,Y_k} m_{X_k} m_{Y_k} & 0 & 0 \\ r_{X_k,Y_k} m_{X_k} m_{Y_k} & m_{Y_k}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{X_k}^2 & r_{X_k,Y_k} m_{X_k} m_{Y_k} \\ 0 & 0 & r_{X_k,Y_k} m_{X_k} m_{Y_k} & m_{Y_k}^2 \end{bmatrix} = \mu^2 \begin{bmatrix} Q_{X_k,X_k} & Q_{X_k,Y_k} & 0 & 0 \\ Q_{X_k,Y_k} & Q_{Y_k,Y_k} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{X_k,X_k} & Q_{X_k,Y_k} \\ 0 & 0 & Q_{X_k,Y_k} & Q_{Y_k,Y_k} \end{bmatrix} \qquad (20)$$

كما تأخذ مصفوفة معاملات الارتباط $\underset{(2,2)}{K_{\delta x,\delta y}}$ للفروقات δx_k^{ij} و δy_k^{ij} ، بعد التعويض في العلاقة (10) الصيغة الآتية : [1]

$$\underset{(2,2)}{K_{\delta x,\delta y}} = \mu^2 \underset{(2,2)}{Q_{\delta x,\delta y}} = \begin{bmatrix} 2K_{X_k,X_k} & 2K_{X_k,Y_k} \\ 2K_{X_k,Y_k} & 2K_{Y_k,Y_k} \end{bmatrix} = 2\mu^2 \begin{bmatrix} Q_{X_k,X_k} & Q_{X_k,Y_k} \\ Q_{X_k,Y_k} & Q_{Y_k,Y_k} \end{bmatrix} \qquad (21)$$

نستنتج من العلاقة (21) أعلاه ، أن مقلوب الأوزان هو : $\frac{1}{p_{\delta x_k^{ij}}} = Q_{\delta x_k^i,\delta x_k} = 2Q_{X_k,X_k}$ لفرق الإحداثيات δx_k^{ij} ، وبالمثل فإن : $\frac{1}{p_{\delta y_k^{ij}}} = Q_{\delta y_k^{ij},\delta y_k^{ij}} = 2Q_{Y_k,Y_k}$ لفرق الإحداثيات δy_k^{ij} . ويكون ، كما هو واضح ،أكبر بمرتين من مقلوب الأوزان $\frac{1}{p_{X_k}} = Q_{X_k,X_k}$ لقيم الإحداثيات المعدلة X_k^i و X_k^j . وبالمثل أكبر بمرتين من مقلوب الأوزان $\frac{1}{p_{Y_k}} = Q_{Y_k,Y_k}$ لقيم الإحداثيات المعدلة Y_k^i و Y_k^j.

وتكون القيم غير القطرية للمصفوفة $Q_{\delta x\ \delta}$ (2 , 2) هي : $Q_{\delta x_k^{ij},\delta y_k^{ij}} = 2Q_{X_k,Y_k}$. وأما معاملات الارتباط بين فروق الإحداثيات δx_k^{ij} و δy_k^{ij} ، فيمكن الحصول عليها من العلاقة الآتية:

$$r_{\delta x_k^{ij},\delta y_k^{ij}} = \frac{Q_{X_k,Y_k}}{\sqrt{Q_{X_k,X_k}Q_{Y_k,Y_k}}} \qquad (22)$$

هذا يعني أن معامل الارتباط $r_{\delta x_k^{ij},\delta y_k^{ij}}$ بين الفروقات δx_k^{ij} و δy_k^{ij} بحسب العلاقات (13) يساوي معامل الارتباط r_{X_k,Y_k} بين الإحداثيات المعدلة X_k^i و Y_k^i ، وبين الإحداثيات المعدلة X_k^j و Y_k^j .

يتم الحصول على الخطأ المتوسط التربيع $\left(m_{d_k}\right)$ ،لقيمة شعاع الانزياح d_k وبالأخذ بالاعتبار العلاقات (5 ، 6 ، 7) يتم الحصول على العلاقة الآتية :

$$m_{d_k} = \mu^2\sqrt{\frac{1}{p_{d_k}}} = \mu^2\sqrt{2\cos^2\alpha_k^{ij}Q_{X_k,X_k} + 4\cos\alpha_k^{ij}\sin\alpha_k^{ij}Q_{X_k,Y_k} + 2\sin^2\alpha_k^{ij}Q_{Y_k,Y_k}} \qquad (23)$$

وواضح من العلاقة (23) أعلاه ، أن :

$$\frac{1}{p_{d_k}} = 2\cos^2\alpha_k^{ij}Q_{X_k,X_k} + 4\cos\alpha_k^{ij}\sin\alpha_k^{ij}Q_{X_k,Y_k} + 2\sin^2\alpha_k^{ij}Q_{Y_k,Y_k} \qquad (24)$$

مصفوفة معاملات الارتباط ومصفوفة أمثال الأوزان لأشعة الانزياحات ، عند دراسة التشوهات الأفقية (الطريقة الثانية) :

إن أطوال أشعة الانزياحات لعدد n من نقاط المراقبة، يمكن كتابتها حسب علاقة المصفوفات الآتية :[1، 4]

$$\underset{(n,1)}{d} = \begin{bmatrix} d_1^{ij} \\ d_2^{ij} \\ \dots \\ d_n^{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(\delta x_1^{ij})^2 + (\delta y_1^{ij})^2} \\ \sqrt{(\delta x_2^{ij})^2 + (\delta y_2^{ij})^2} \\ \dots \\ \sqrt{(\delta x_n^{ij})^2 + (\delta y_n^{ij})^2} \end{bmatrix} = f(X_1^i, Y_1^i, X_2^i, Y_2^i \dots X_n^i, Y_n^i, X_1^j, Y_1^j, X_2^j, Y_2^j \dots X_n^j, Y_n^j) \quad (25)$$

هذا يعني ،حسب العلاقات (25) أعلاه ، أن مجموعة القيم العرضية الممثّلة بالمصفوفة $\underset{(n,1)}{d}$ ، تظهر كتابع لقيم الإحداثيات المعدَلة لنقاط المراقبة ، في كل من جولات القياس i و j ، وقيم الإحداثيات هذه لها أيضاً صفة القيم العرضية . وان العلاقة التابعية هي علاقة غير خطية.

يمكن تحويل العلاقات(25) السابقة إلى الشكل الخطي، وتظهر عندئذ كل علاقة من العلاقات(1) ، بالشكل التالي :

$$d_k^{ij} = \cos\alpha_k^{ij}\delta x_k^{ij} + \sin\alpha_k^{ij}\delta y_k^{ij} = f(\delta x_k^{ij}, \delta y_k^{ij}) = f(X_k^i, Y_k^i, X_k^j, Y_k^j) \quad (26)$$

عندما يكون تغيُر أي حد من حدود التابع $f(X_k^i, Y_k^i, X_k^j, Y_k^j)$ هو في مجال قيم أخطائها التي تُرتكب عملياً ، أو بمعنى آخر عندما يكون تغيُر قيم الإحداثيات X_k^i, Y_k^i, X_k^j ، Y_k^j هو من مرتبة قيم الأخطاء المتوسطة التربيع لها . عندئذٍ يقترب التابع من الحالة الخطية ، وقيم الحدود $\sin\alpha_k^{ij}$ و $\cos\alpha_k^{ij}$

لا تؤثر عمليا على قيمة التابع . لتوضيح ذلك نورد التطبيقين العمليين في الجدول (1) من أجل قيم مختلفة لزوايا السمت الاعتباري α_k^{ij} وللفروقات δx_k^{ij} و δy_k^{ij} ، وقد حُسبت فيهما قيم شعاع الانزياح d_k^{ij} كما يلي :

الجدول (1)

التطبيق الأول	
$(\delta x_k^{ij})' = 0.120$ m	$(\alpha_k^{ij})' = 29.6575$ g
$(\delta y_k^{ij})' = 0.060$ m	$\cos(\alpha_k^{ij})' = 0.89344$
	$= 0.44919 \sin(\alpha_k^{ij})'$
$(\delta x_k^{ij})' \cos(\alpha_k^{ij})' = 0.10721$ m	
$(\delta y_k^{ij})' \sin(\alpha_k^{ij})' = 0.02695$ m	
$\sum = 0.13416$ m $= 0.1341$ m $(d_k^{ij})' =$	
$(\delta x_k^{ij})' \cos(\alpha_k^{ij})'' = 0.10617$ m	
$(\delta y_k^{ij})' \sin(\alpha_k^{ij})'' = 0.02796$ m	

$\sum$ = 0.13413 m = 0.1341 m $\left(d_k^{ij}\right)'$ =	
= 0.125 m $\left(\delta x_k^{ij}\right)''$	$\left(\alpha_k^{ij}\right)''$ = 30.8597 g
$\left(\delta y_k^{ij}\right)''$ = 0.065 m	= 0.88479 $\cos\left(\alpha_k^{ij}\right)''$
	$\sin\left(\alpha_k^{ij}\right)''$ = 0.46598
= 0.1106 m $\cos\left(\alpha_k^{ij}\right)''\left(\delta x_k^{ij}\right)''$	
$\left(\delta y_k^{ij}\right)''\sin\left(\alpha_k^{ij}\right)''$ = 0.03029 m	
$\sum$ = $\left(d_k^{ij}\right)''$ = 0.14089 m= 0.1409 m	

يتبع الجدول (1)

$\left(\delta x_k^{ij}\right)''\cos\left(\alpha_k^{ij}\right)'$ = 0.11168 m
$\left(\delta y_k^{ij}\right)''$ = 0.0292 m $\sin\left(\alpha_k^{ij}\right)'$
$\sum$ = 0.14088 m = 0.1409 m $\left(d_k^{ij}\right)''$ =

التطبيق الثاني	
$\left(\delta x_k^{ij}\right)'$ = 0.012 m	$\left(\alpha_k^{ij}\right)'$ = 29.6575 g
= 0.006 m $\left(\delta y_k^{ij}\right)'$	$\cos\left(\alpha_k^{ij}\right)'$ = 0.89344
	= 0.44919 $\sin\left(\alpha_k^{ij}\right)'$
$\left(\delta x_k^{ij}\right)'\cos\left(\alpha_k^{ij}\right)'$ = 0.01072 m	
$\left(\delta y_k^{ij}\right)'\sin\left(\alpha_k^{ij}\right)'$ = 0.002695 m	
$\sum$ = $\left(d_k^{ij}\right)'$ = 0.01342 m= 0.0134 m	
= 0.01052 m $\cos\left(\alpha_k^{ij}\right)''\left(\delta x_k^{ij}\right)'$	
$\left(\delta y_k^{ij}\right)'\sin\left(\alpha_k^{ij}\right)''$ = 0.00288 m	
= 0.01340 m = 0.0134 m $\left(d_k^{ij}\right)'$ = $\sum$	
$\left(\delta x_k^{ij}\right)''$ = 0.015 m	$\left(\alpha_k^{ij}\right)''$ = 31.9043 g

$\left(\delta y_k^{ij}\right)''$ = 0.008 m	= $0.87703\cos\left(\alpha_k^{ij}\right)''$
	$\sin\left(\alpha_k^{ij}\right)''$ = 0.48044
$\left(\delta x_k^{ij}\right)''\cos\left(\alpha_k^{ij}\right)'' = 0.01316$ m	
$\left(\delta y_k^{ij}\right)''\sin\left(\alpha_k^{ij}\right)'' = 0.00384$ m	
$\sum = \left(d_k^{ij}\right)'' = 0.0170$ m	
$= 0.01340$ m $\cos\left(\alpha_k^{ij}\right)'\left(\delta x_k^{ij}\right)''$	
$= 0.00359$ m $\sin\left(\alpha_k^{ij}\right)'\left(\delta y_k^{ij}\right)''$	
$\sum = \left(d_k^{ij}\right)'' = 0.0170$ m	

يُلاحظ أنه في كل تطبيق قد حُسبت قيمة شعاعي الانزياح $(d_k^{ij})'$ و $(d_k^{ij})''$ ، والتي تختلف فيها القيم من مرتبة الأخطاء المتوسطة التربيع لحدود الإحداثيات X_k^i, Y_k^i, X_k^j ، Y_k^j . يتبين من التطبيق الأول أن أطوال أشعة الانزياحات هي حوالى 13.5 cm (سنتيمتر) ، وفي التطبيق الثاني هي حوالى1.5 cm (سنتيمتر). وفي كل من التطبيقين ، ولكليهما أيضاً ، فإن أطوال d_k^{ij} لكل من شعاعي الانزياح قد حُسبت مرتين.

فـي المـرة الأولـى : مـن قـيم الحـدود $\sin\left(\alpha_k^{ij}\right)'$ و $\cos\left(\alpha_k^{ij}\right)'$ المحسوبة لزوايا السمت الاعتباري $\left(\alpha_k^{ij}\right)'$ وقيم الفروقات $\left(\delta y_k^{ij}\right)'$ و $\left(\delta x_k^{ij}\right)'$ لنفس الشعاع . ومرة أخرى من $\sin\left(\alpha_k^{ij}\right)''$ و $\cos\left(\alpha_k^{ij}\right)''$ والفروقات $\left(\delta y_k^{ij}\right)'$ و $\left(\delta x_k^{ij}\right)'$. وقد تم الحصول على نفس قيمة طول شعاع الإنزياح .

أما في المرة الثانية : حُسبت من قيم الحدود $\sin\left(\alpha_k^{ij}\right)''$ و $\cos\left(\alpha_k^{ij}\right)''$ المحسوبة لزوايا السمت الاعتباري $\left(\alpha_k^{ij}\right)''$ ، وقيم الفروقات $\left(\delta y_k^{ij}\right)''$ و $\left(\delta x_k^{ij}\right)''$ لنفس الشعاع . . ومرة أخرى من $\cos\left(\alpha_k^{ij}\right)'$ و $\sin\left(\alpha_k^{ij}\right)'$ و الفروقات $\left(\delta x_k^{ij}\right)''$ و $\left(\delta y_k^{ij}\right)''$. وقد تم الحصول على نفس قيمة طول شعاع الإنزياح .

وقد أُعيدت نفس مراحل الحساب بالنسبة للتطبيق الثاني .

يتبين بوضوح أنه في كلتا حالتي الحساب $\left(d_k^{ij}\right)'$ و $\left(d_k^{ij}\right)''$ ، قد تم الحصول على قيمة طول شعاع الانزياح نفسها، مع فارق ضئيل جداً ناتج عن دقة تقريب الحسابات . وهذا يؤكد النتيجة التي حصلنا عليها سابقاً (من تحليل ومناقشة العلاقة 26) ، ومفادها أن : الحدود $\sin\alpha_k^{ij}$ و $\cos\alpha_k^{ij}$ لا تؤثر عملياً على قيمة شعاع الانزياح.

وذلك عندما تتغيَر قيم الإحداثيات X_k^i, Y_k^i, X_k^j ، Y_k^j في حدود قيم الأخطاء المتوسطة التربيع . وهذا يؤسس لقبول أن قيم $\sin\alpha_k^{ij}$ و $\cos\alpha_k^{ij}$ ليس لها صفة عرضية . وينظر إلى أطوال أشعة الانزياحات d_k^{ij} وللفروقات δx_k^{ij} و δy_k^{ij} ، كقيم عرضية في مجموعة المعادلات (25) و (26).

وتأخذ العلاقات (26)الشكل الآتي :

$$d_k^{ij} = -\cos\alpha_k^{ij} X_k^i - \sin\alpha_k^{ij} Y_k^i + \cos\alpha_k^{ij} X_k^j + \sin\alpha_k^{ij} Y_k^j \qquad (27)$$

وتكتب جملة المعادلات (25) بالاعتماد على خواص المصفوفات ، بالشكل المختصر الآتي :[1 ، 2]

$$\underset{(n,1)}{d} = \underset{(n,4n)}{A}\,\underset{(4n,1)}{X} \qquad (28)$$

تتألف المصفوفة العمودية $\underset{(4n,1)}{X}$ في المعادلة (28) أعلاه ، من قيم الإحداثيات المعدلة لجميع نقاط المراقبة ، تلك لإحداثيات التي تم الحصول عليها من معالجة القياسات المساحية بطريقة التربيعات الصغرى في لكل من جولات القياس i و j .

يُمكن إيجاد منقول المصفوفة $\underset{(1\cdot 4n)}{X^T}$ والتي تأخذ الشكل الآتي:

$$\underset{(1,4n)}{X^T} = \left[X_1^i \;\; Y_1^i \;\; X_2^i \;\; Y_2^i \;\; \ldots \;\; X_n^i \;\; Y_n^i \;\; X_1^j \;\; Y_1^j \;\; X_2^j \;\; Y_2^j \;\; \ldots \;\; X_n^j \;\; Y_n^j \right] \qquad (29)$$

وأما المصفوفة $\underset{(n,4n)}{A}$ في المعادلة (28) أعلاه ، فتمثل علاقة تابعية خطية بين قيم أشعة الانزياحات d_k^{ij} لعدد n نقطة من نقاط المراقبة ، وقيم الإحداثيات المعدلة لهذه النقاط في كل من جولات القياس i و j ، وتكتب بالشكل الآتي:

$$\underset{(n,4n)}{A} = \begin{bmatrix} -\cos\alpha_1^{ij} & -\sin\alpha_1^{ij} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cos\alpha_1^{ij} & \sin\alpha_1^{ij} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\cos\alpha_2^{ij} & -\sin\alpha_2^{ij} & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\alpha_2^{ij} & \sin\alpha_2^{ij} & \cdots & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -\cos\alpha_n^{ij} & -\sin\alpha_n^{ij} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \cos\alpha_n^{ij} & \sin\alpha_n^{ij} \end{bmatrix} \qquad (30)$$

إن النصف الأول من عناصر المصفوفة $\underset{(4n,1)}{X}$ من المعادلة (28) السابقة ، أي العناصر ذات الدليل من 1 حتى 2n هي قيم الإحداثيات المعدلة لنقاط المراقبة ، التي تم الحصول عليها من معالجة القياسات المساحية لجولة القياس i بطريقة التربيعات الصغرى . أما النصف الثاني من عناصر نفس المصفوفة $\underset{(4n,1)}{X}$ ، أي العناصر ذات الدليل من 2n+1 حتى 4n ، فهي قيم الإحداثيات المعدلة لنقاط المراقبة ، والتي تم الحصول عليها من معالجة القياسات المساحية لجولة القياس j بطريقة التربيعات الصغرى . ونتيجة إجراء التعديلين بطريقة التربيعات الصغرى ، تصبح معلومة كل من مصفوفة معاملات الارتباط ومصفوفة أمثال الأوزان، لقيم الإحداثيات المعدلة لنقاط المراقبة في كل من جولات القياس i و j .

نتيجة ما تم بحثه أعلاه، يمكن القول : إن مصفوفات أمثال الأوزان لقيم الإحداثيات المعدلة لنقاط المراقبة في كل من جولات القياس i و j هي متساوية ، وذلك في حدود الدقة الحسابية (العلاقة 15) . وكذلك فإن الأخطاء

المتوسطة التربيع لواحدة الوزن، التي تم الحصول من معالجة القياسات في كل من جولات القياس i و j هي متساوية أيضا ، أي أن : $\mu_i = \mu_j = \mu$.

ونتيجة هذه الاستنتاجات المذكورة أعلاه ، تصبح أيضاً: مصفوفات معاملات الارتباط ، لقيم الإحداثيات المعدلة لنقاط المراقبة في كل من جولات القياس i و j هي متساوية (العلاقات 18) . وحيث إن قيم الإحداثيات المعدلة لنقاط المراقبة من جولة القياس i هي غير مترابطة ، مع قيم الإحداثيات المعدلة لنقاط المراقبة من جولة القياس j . فإن مصفوفة معاملات الارتباط لجميع قيم الإحداثيات المعدلة لنقاط المراقبة في كل من جولات القياس i و j . أي إن مصفوفة معاملات الارتباط لجملة القيم العرضية (المعادلة 29) يُمكن تمثيلها على الشكل الآتي:

$$\underset{(4n,4n)}{K_X} = \begin{bmatrix} K_{X_1,X_1} & K_{X_1,Y_1} & K_{X_1,X_2} & K_{X_1,Y_2} & \dots K_{X_1,X_n} & K_{X_1,Y_n} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ K_{X_1,Y_1} & K_{Y_1,Y_1} & K_{X_2,Y_1} & K_{Y_1,Y_2} & \dots K_{X_n,Y_1} & K_{Y_1,Y_n} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots\ \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ K_{X_1,Y_n} & K_{Y_1,Y_n} & K_{X_2,Y_n} & K_{Y_2,Y_n} & \dots K_{X_n,Y_n} & K_{Y_n,Y_n} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots\ 0 & 0 & K_{X_1,X_1} & K_{X_1,Y_1} & K_{X_1,X_2} & K_{X_1,Y_2} & \dots & K_{X_1,X_n} & K_{X_1,Y_n} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots\ 0 & 0 & K_{X_1,Y_1} & K_{Y_1,Y_1} & K_{X_2,Y_1} & K_{Y_1,Y_2} & \dots & K_{X_n,Y_1} & K_{Y_1,Y_n} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots\ 0 & 0 & K_{X_1,Y_n} & K_{Y_1,Y_n} & K_{X_2,Y_n} & K_{Y_2,Y_n} & \dots & K_{X_n,Y_n} & K_{Y_n,Y_n} \end{bmatrix} =$$

(30)

$$= \mu^2 \begin{bmatrix} Q_{X_1,X_1} & Q_{X_1,Y_1} & Q_{X_1,X_2} & Q_{X_1,Y_2} & \dots Q_{X_1,X_n} & Q_{X_1,Y_n} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ Q_{X_1,Y_1} & Q_{Y_1,Y_1} & Q_{X_2,Y_1} & Q_{Y_1,Y_2} & \dots Q_{X_n,Y_1} & Q_{Y_1,Y_n} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots\ \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ Q_{X_1,Y_n} & Q_{Y_1,Y_n} & Q_{X_2,Y_n} & Q_{Y_2,Y_n} & \dots Q_{X_n,Y_n} & Q_{Y_n,Y_n} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots\ 0 & 0 & Q_{X_1,X_1} & Q_{X_1,Y_1} & Q_{X_1,X_2} & Q_{X_1,Y_2} & \dots & Q_{X_1,X_n} & Q_{X_1,Y_n} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots\ 0 & 0 & Q_{X_1,Y_1} & Q_{Y_1,Y_1} & Q_{X_2,Y_1} & Q_{Y_1,Y_2} & \dots & Q_{X_n,Y_1} & Q_{Y_1,Y_n} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots\ 0 & 0 & Q_{X_1,Y_n} & Q_{Y_1,Y_n} & Q_{X_2,Y_n} & Q_{Y_2,Y_n} & \dots & Q_{X_n,Y_n} & Q_{Y_n,Y_n} \end{bmatrix} \qquad (31)$$

حتى نستطيع الحصول على مصفوفة معاملات الارتباط لمجموعة أشعة الانزياحات (المعادلة 25) ، لابد أن تكون معلومة مصفوفة معاملات الارتباط (المعادلة 31) لقيم الإحداثيات المعدلة لنقاط المراقبة. ولهذه الغاية تُستخدم النظرية المعممة لتقييم الدقة لمجموعة القيم العرضية ، أي أن : [1، 2 ' 3]

$$\underset{(n,n)}{K_d} = \underset{(n,4n)}{A}\ \underset{(4n,4n)}{K_X}\ \underset{(4n,n)}{A^T} = \mu^2\ \underset{(n,4n)}{A}\ \underset{(4n,4n)}{Q_X}\ \underset{(4n,n)}{A^T} \qquad (32)$$

ينتج من ضرب المصفوفات المتقابلة من المعادلة (32) أعلاه ، بمصفوفة معاملات الارتباط لمجموعة أشعة الانزياحات ، الحصول على :

$$K_{11}^{d}=\mu^{2}Q_{11}^{d}=\mu^{2}\frac{1}{p_{d_1}}=\mu^{2}(2\cos^{2}\alpha_{1}^{ij}Q_{X_1,X_1}+4\cos\alpha_{1}^{ij}\sin\alpha_{1}^{ij}Q_{X_1,Y_1}+2\sin^{2}\alpha_{1}^{ij}Q_{Y_1,Y_1}) \quad (32)$$

$$K_{12}^{d}=\mu^{2}Q_{12}^{d}=\mu^{2}(2\cos\alpha_{1}^{ij}\cos\alpha_{2}^{ij}Q_{X_1,X_2}+2\cos\alpha_{1}^{ij}\sin\alpha_{2}^{ij}Q_{X_1,Y_2}+2\cos\alpha_{2}^{ij}\sin\alpha_{1}^{ij}Q_{X_2,Y_1}+2\sin\alpha_{1}^{ij}\sin\alpha_{2}^{ij}Q_{Y_1,Y_2})$$

$$K_{13}^{d}=\mu^{2}Q_{13}^{d}=\mu^{2}(2\cos\alpha_{1}^{ij}\cos\alpha_{3}^{ij}Q_{X_1,X_3}+2\cos\alpha_{1}^{ij}\sin\alpha_{3}^{ij}Q_{X_1,Y_3}+2\cos\alpha_{3}^{ij}\sin\alpha_{1}^{ij}Q_{X_3,Y_1}+2\sin\alpha_{1}^{ij}\sin\alpha_{3}^{ij}Q_{Y_1,Y_3})$$

$$\cdots$$

$$K_{1n}^{d}=\mu^{2}Q_{1n}^{d}=\mu^{2}(2\cos\alpha_{1}^{ij}\cos\alpha_{n}^{ij}Q_{X_1,X_n}+2\cos\alpha_{1}^{ij}\sin\alpha_{n}^{ij}Q_{X_1,Y_n}+2\cos\alpha_{n}^{ij}\sin\alpha_{1}^{ij}Q_{X_n,Y_1}+2\sin\alpha_{1}^{ij}\sin\alpha_{n}^{ij}Q_{Y_1,Y_n}) \quad (33)$$

$$K_{22}^{d}=\mu^{2}Q_{22}^{d}=\mu^{2}\frac{1}{p_{d_2}}=\mu^{2}(2\cos^{2}\alpha_{2}^{ij}Q_{X_2,X_2}+4\cos\alpha_{2}^{ij}\sin\alpha_{2}^{ij}Q_{X_2,Y_2}+2\sin^{2}\alpha_{2}^{ij}Q_{Y_2,Y_2})$$

$$K_{23}^{d}=\mu^{2}Q_{23}^{d}=\mu^{2}(2\cos\alpha_{2}^{ij}\cos\alpha_{3}^{ij}Q_{X_2,X_3}+2\cos\alpha_{2}^{ij}\sin\alpha_{3}^{ij}Q_{X_2,Y_3}+2\cos\alpha_{3}^{ij}\sin\alpha_{2}^{ij}Q_{X_3,Y_2}+2\sin\alpha_{2}^{ij}\sin\alpha_{3}^{ij}Q_{Y_2,Y_3})$$

$$\cdots$$

$$K_{2n}^{d}=\mu^{2}Q_{2n}^{d}=\mu^{2}(2\cos\alpha_{2}^{ij}\cos\alpha_{n}^{ij}Q_{X_2,X_n}+2\cos\alpha_{2}^{ij}\sin\alpha_{n}^{ij}Q_{X_2,Y_n}+2\cos\alpha_{n}^{ij}\sin\alpha_{2}^{ij}Q_{X_n,Y_2}+2\sin\alpha_{2}^{ij}\sin\alpha_{n}^{ij}Q_{Y_2,Y_n})$$

$$\cdots$$

$$K_{nn}^{d}=\mu^{2}Q_{nn}^{d}=\mu^{2}\frac{1}{p_{d_n}}=\mu^{2}(2\cos^{2}\alpha_{n}^{ij}Q_{X_n,X_n}+4\cos\alpha_{n}^{ij}\sin\alpha_{n}^{ij}Q_{X_n,Y_n}+2\sin^{2}\alpha_{n}^{ij}Q_{Y_n,Y_n})$$

تمثل الحدود المجودة ضمن الأقواس ، عناصر مصفوفة أمثال الأوزان لمجموعة أشعة الانزياحات . وتمثل العناصر القطرية K_{ii}^{d} مربعات الأخطاء المتوسطة التربيع لكل شعاع من أشعة الانزياحات .

الاستنتاجات والتوصيات:

يمكن تلخيص أهم النتائج الحاصلة في هذا البحث بالنقاط الآتية:

1.عندما يكون تغيُر قيم الإحداثيات X_k^i, Y_k^i, X_k^j ، Y_k^j من نفس مرتبة الأخطاء المتوسطة التربيع لها ، عندئذٍ يقترب التابع $f(X_k^i, Y_k^i, X_k^j, Y_k^j)$ من الحالة الخطية . وعند ذلك فإن قيم الحدود $\sin\alpha_k^{ij}$ و $\cos\alpha_k^{ij}$ لا تؤثر عمليا على قيمة التابع (f) أعلاه .

2.ينصح باستخدام **الطريقة الأولى** (الخطأ المتوسط التربيع لأشعة الانزياحات عند دراسة التشوهات الأفقية**)**، وذلك لتحديد قيم أشعة الانزياحات الأفقية ، والأخطاء المتوسطة التربيع لها . لأنها تتضمن مجموعة قليلة من العمليات الحسابية ، وتؤدي للنتائج المطلوبة في الدراسة .

3.يمكن باستخدام الطريقة الثانية ، حساب العناصر القطرية فقط لمصفوفة معاملات الارتباط ، وذلك لأن العناصر الأخرى المرتبطة لحظياً، لا تستخدم عمليا (تأثيرها العملي قليل) .

المراجع:

1 - АТАНАСОВ , Ст. – *Теория На Математическа Обработка На Геодезическите Измервания* , Техника, София, 1988г, 400.

2 – БАКАЛОВ , П. , Радка, Я. , и др. – *Ръководсво за Упражнения по Геодезия,* Учебен изчислителен комплекс, София, 2002г, 511 .

3 – جزماتي ، سامح – *الإحصاء والأخطاء (2)* ، جامعة حلب – حلب ، 1993 م ، 270 .

4 – العمر ، أحمد – *الاحتمالات ونظرية أخطاء القياسات* ، جامعة البعث – حمص ، 1998/97 م، 238 .