مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية - سلسلة العلوم الهندسية المجلد (19) العدد (5) 1997
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research –Engineering Science Series Vol. (19) No (5) 1997

تحديد حقل الترددات الذاتية والأداء الأمثل لمجموعة ميكانيكية (محرك – مضخة طاردة مركزية)

الدكتور معن حليم بيطار*

(قبل للنشر في 1997/11/2)

☐ ملخص ☐

تنتشر المجموعات الميكانيكية المؤلفة من محرك كهربائي ومضخة طاردة مركزية، بشكل واسع جداً. تملك دراسة ومتابعة أداء هذه المجموعات أهمية بالغة خاصة في المنشآت التي تعتمد عليها بشكل أساسي، مثل مصافي النفط. تخضع هذه المجموعات أثناء عملها لتأثيرات عدة، تسبب أحياناً ظهور حمولات ديناميكية عالية تسبب نشوء اهتزازات غير مرغوبة تؤدي في حال عدم معالجتها إلى تلف في أجزاء المجموعة وتوقفها عن العمل.

تظهر الاهتزازات وعدم الاستقرار في عمل هذه المجموعات أيضاً، بسبب سوء في التصنيع أو التجميع خاصة المصنع منها محلياً على أساس غير علمي. تسبب الاهتزازات الضجيج العالي عند عمل المجموعة وازدياد استهلاك الطاقة مع انخفاض المردود الميكانيكي. يقدم هذا البحث الخطوة الأولى في مجال تحليل حركة المجموعات الميكانيكية وتحديد حقل الترددات الذاتية للمجموعة، حتى يتسنى لنا الاختيار الأمثل لأجزائها بحيث تعمل مع بعضها بشكل صحيح وبكفاءة عالية.

تم اعتماد طريقة الـ(Finite element) لتحليل حركة النموذج الفيزيائي الذي يعكس حركة المجموعة، أثناء الإقلاع والحركة المستقرة ويوضح الانحرافات الزاوية بين أجزاء المجموعة خاصة عند الإقلاع والتوقف المفاجئ. كذلك يمكن تعيين عزوم عطالة أجزاء المجموعة وصلابات أعمدة نقل الحركة وخواص العناصر المساعدة الأخرى بحيث تعمل المجموعة مع بعضها بتناغم وتلاؤم تامين.

* أستاذ مساعد في قسم القوى الميكانيكية – كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية – جامعة تشرين – اللاذقية – سورية.

مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية - سلسلة العلوم الهندسية المجلد (19) العدد (5) 1997
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research –Engineering Science Series Vol. (19) No (5) 1997

DETERMINATION OF FIELD KINEMATICAL FREQUENCIES AND IDEAL RUNNING OF MECHANICAL SYSTEMS

Dr. Maan Bitar*

(Accepted 2/11/1997)

❐ ABSTRACT ❐

The mechanical system which consists of an electrical engine and a centrifugal pump, is widely spread. The study and monitoring of these systems are of great importance, especially in the constructions which employ the basically, like refineries. During operation these systems are subject to several influences, that might sometimes cause high dynamic loads on their parts, and consequently result in undesired vibration that in case of negligence defect some of their parts and break down the system.

The vibration and the instability in mechanical systems work may sometimes be caused by deflect and mall assembly especially those systems assembled not on scientific grounds. Which cause loud noise at work, more power consumption and less mechanical efficiency.

This research offers the first step in the field of analyzing the motion of mechanical system and determine the field of natural frequencies of the system. That we would be able to choose the ideal option for its parts so that, these parts would work together correctly and with high efficiency. The Finite Element method is adopted to analyse the motion of the physical model which reflects the motion of the system. As well as it enable to determine the moments of the inertia of the system parts and the stiffness of the shifts and the properties of the other elements as to work together harmoniously and consistently.

* Associate Professor at Mechanical Power Department, Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Tishreen University, Lattakia, Syria.

1- مقدمة:

تعتمد أغلب الآليات والمجموعات الميكانيكية (Mechanical systems) العاملة في الأوساط الصناعية أو الخدماتية. في عملها على الطاقة الكهربائية نظراً لما تمتلكه هذه الطاقة من ميزات عديدة نعرفها جميعاً. رافق هذا الانتشار الواسع لهذه المجموعات الميكانيكية، تنوع كبير في تصاميم المحرك الكهربائي الذي يقود الآلة العاملة، يفتح هذا التنوع المجال أمام المصمم لاختيار المحرك الأفضل ليتلاءم مع الوظيفة التقنية للآلة، ويتناغم مع باقي أجزاء المجموعة بحيث نحقق الأداء الأفضل والكفاءة العالية في الظروف التشغيلية.

تنتشر بشكل واسع المجموعات الميكانيكية المؤلفة من محرك كهربائي – مضخة طاردة مركزية، من مداخل الأبنية إلى مصافي النفط والمنشآت الصناعية وغيرها. يحصل أحياناً تعطل لهذه المجموعات، لأسباب عديدة أغلبها ناشئ عن الإهمال في الصيانة ومتابعة التشغيل بعيداً عن الشروط التصميمية. يتم الإصلاح غالباً بشكل عشوائي وغير مدروس مسبباً إدخال المجموعة بعد صيانتها في ظروف عمل غير صحيحة مما يؤدي إلى نشوء الضجيج والاهتزازات وارتفاع الحرارة وبالتالي انخفاض الكفاءة الميكانيكية والاقتصادية.

تخضع المجموعات الميكانيكية العاملة في المنشآت الصناعية، للمراقبة وتقاس شدة اهتزازاتها عند عدة نقاط تحدد سلفاً لكل جملة وتقارن النتائج مع السلالم القياسية الخاصة بكل جملة. عند ظهور قيم كبيرة لشدة الاهتزاز، توقف المجموعة عن العمل ويبدأ الإصلاح وتبديل القطع الذي يحصل أحياناً بشكل غير صحيح ودون دراسة وافية للموضوع.

تعاد المجموعة إلى الخدمة بعد إجراء بعض التعديلات على أجزائها مثل تغيير ملفات قلب المحرك الكهربائي الذي يرافقه أحياناً لا مركزية لكتل هذه الملفات. أو تركيب أجزاء غير مطابقة للمواصفات التصميمية، مثل تركيب محامل دحروجية عدد كراتها لا يطابق العدد المطلوب الملائم لعمل المجموعة من زاوية الاهتزازات الذاتية لعمل هذه الأجزاء. بالإضافة لذلك، يحصل أحياناً أخطاء تجميعية ينشأ عنها، مثلاً لا مركزية بين قلب المحرك والمضخة أو ظهور قوى أفقية كبيرة بسبب الشد الزائد لبراغي القارنة التي تربط المحرك بالمضخة وهذا يسبب نشوء قوى احتكاك عالية في المحامل.

أما بالنسبة للمجموعات المصممة محلياً، غالباً ما تختار أجزاء المجموعة دون دراسة علمية صحيحة، مثلاً يتم اختيار المحرك الكهربائي بناء على الاستطاعة اللازمة لعمل المجموعة وهذا غير كاف لتحقيق الأداء الجيد للمحرك كجزء من المجموعة. يتم اختيار المحامل الدحروجية وفق أقطار الأعمدة وكذلك الحال بالنسبة للقارنة، لا تحدد أبعادها بشكل ملائم مع أبعاد المضخة وقلب المحرك الكهربائي. نحصل بالنتيجة على مجموعة ميكانيكية لا يوجد أي تلاؤم بين عزوم عطالة أجزائها الدوارة، ولا أي توافق بين نوع المضخة وعدد

ريشها ونوع قلب المحرك الكهربائي وأبعاده. إن الملاحظ أثناء عمل هذه المجموعات في معامل وورش القطاع الخاص استهلاكها العالي للطاقة الكهربائية، ضجيجها واهتزازاتها وهذا يسبب التلف السريع للمحامل والمساند والقارنة وارتفاع حرارة المحرك وبالتالي التوقف المتكرر عن العمل وانخفاض الكفاءة الميكانيكية والاقتصادية.

نحاول من خلال هذا البحث تقديم الخطوة الأولى في مجال تحليل حركة هذه المجموعات وتحديد حقل الترددات الذاتية للمجموعة حتى يتسنى لنا الاختيار الأمثل لأجزائها بحيث تعمل مع بعضها بشكل صحيح وبكفاءة عالية.

تتمثل المجموعة فيزيائياً، بنموذج (Model) من ثلاث كتل دوارة بشكل رقم (1) تتصل فيما بينها بعناصر مرنة ذات صلابات نسبية محددة. تمثل الكتلة الأولى، قلب المحرك الكهربائي والثانية، القارنة والثالثة، المضخة الطاردة المركزية. يساعدنا هذا النموذج في تعيين الحل الأمثل لعمل المجموعة، من خلال تحديد عدد كرات المحامل الدحروجية وعدد ريش دولاب المضخة الطاردة المركزية وعزم عطالة أجزاء النموذج الثلاثة وصلابة أعمدة نقل الحركة وأبعادها وذلك عند العمل على سرعة دوران محددة...

يمكن البدء بالدراسة مثلاً، من اختيار المضخة اللازمة لضخ السائل شكل رقم (1).(ماء، نفط،..)

يلزمنا أولاً معرفة عدد شفرات دولاب المضخة وعزم عطالته الذي يحسب رياضياً، أو يحدد تجريبياً. بعدها يجب تحديد عزوم عطالة القارنة وقلب المحرك الكهربائي وصلابات أعمدة نقل الحركة وذلك للحصول على الترددات الذاتية (Natural frequency) للمجموعة، ويتم ذلك بمساعدة النموذج الرياضي الذي يعكس حركة النموذج الفيزيائي بمعادلات تفاضلية خطية من المرتبة الثانية. يملك النموذج الفيزيائي شكل رقم (1) ثلاث درجات حرية، بالتالي توصف الاهتزازات الحرة لكتل النموذج وفق طريقة العناصر المتناهية (Finite element). بالمعادلة العامة التالية[1]:

$$[I][\ddot{\varphi}]+[S][\varphi]=0 \quad (1)$$

حيث يعتبر معين عزوم العطالة المركزية من الشكل:

$$[I]=\begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix}$$

ومعين الصلابات على الفعل لأعمدة نقل الحركة، من الشكل:

$$[S]=\begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1+k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix}$$

تملك المعادلات العامة (1)، حلولاً عامة من الشكل:

$$\varphi_i = \varphi_{Mi} \sin(\omega_{ni} t + \psi) \quad (2)$$

حيث: ω_n التردد الزاوي الذاتي للمجموعة، و $i = 1,2,3$

ψ_I- فرق الصفحة الابتدائية.

بتبديل الحلول العامة ومشتقاتها في (1) نحصل على المعادلات الجبرية التالية، المرتبة مباشرة بالشكل الماتريسي:

$$\begin{bmatrix} k_1 - \omega_{ni}^2 I_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 - k_2 - \omega_{ni}^2 I_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 - \omega_{ni}^2 I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{M1} \\ \varphi_{M2} \\ \varphi_{M3} \end{bmatrix} = 0 \quad (3)$$

أحد الحلول الممكنة لهذه المعادلات هو عندما $\varphi_{M1} = \varphi_{M2} = \varphi_{M3} = 0$ الذي يقابل وقوع المجموعة في وضعية التوازن ولا يقدم هذا الحل أي توضيح عن الحركة الاهتزازية. يمكن أن تملك هذه المعادلات حلولاً غير معدومة، فقط في الحالة عندما يصبح المعين المتشكل من عوامل المجموعة، الذي يسمى معين المواصفات (Characteristic determinant) مساوياً الصفر، أي عندما:

$$[H_{ij}] = \begin{bmatrix} k_1 - \omega_{ni}^2 I_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 - k_2 - \omega_{ni}^2 I_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 - \omega_{ni}^2 I_3 \end{bmatrix} = 0 \quad (4)$$

نحصل، بفك هذا المعين على معادلة الترددات الذاتية، أو المعادلة الخاصة (Characteristic equation) لكتل المجموعة، وهي من الدرجة الثالثة بالنسبة لـ ω_{ni}^2.

يقوم برنامج الحل بتعيين قيم هذه الترددات، ثم يأخذها بالتتالي في الحسابات اللاحقة لخواص الحركة الاهتزازية وتحديد أنماط (Modes) هذه الحركة المقابلة لكل تردد على حدة.

بفرض أن المجموعة واقعة في حال سكون، وأعطيت بشكل مفاجئ عزم إقلاع على الكتلة الأولى بحيث تكتسب هذه الكتلة سرعة زاوية α، عندما يمكن تعيين سلوك المجموعة بعد حصول الإقلاع المفاجئ وذلك باعتبار الإزاحات الزاوية للكتل منسوبة إلى الانزياح الزاوي الواحدي للكتلة الأولى، عندما تصبح الشروط الابتدائية للحل، كالتالي:

$$[\dot{\varphi}_0]_{ij} = \begin{bmatrix} \alpha \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ و } [\varphi_0]_{ij} = \begin{bmatrix} \alpha \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

نعين الماتريس المرافق (Adjoint matrix) لـ $[H_{ij}]$ ونرمز له بـ $\text{Adj } [H_{ij}]$.

تتناسب الازاحات الزاوية للكتل عند كل تردد ذاتي للمجموعة مع العمود الثالث للماتريس المرافق $\text{Adj } [H_{ij}]$، الذي يساوي إلى:

$$Adj[H_{ij}] = \begin{bmatrix} k_1 k_2 \\ k_2\left[k_1 - \omega_{ni}^2 I_1\right] \\ \left[k_1 - \omega_{ni}^2 I_1\right]\left[(k_1 + k_2) - \omega_{ni}^2 I_2\right] - k_1^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

نرمز لهذه الازاحات بـــ[φ_{Hij}].

نعين الآن قيم الازاحات الزاوية المنسوبة إلى عزوم عطالـــة الكتـــل، يرمـــز لهـــذه الازاحات بـــ$[\varphi_{I_{ij}}]$ وهذه الخطوة الأولى في عملية الوصول إلى حقيقة الحركـــة الاهتزازيـــة لكتل المجموعة المدروسة، وتعيين القوانين التي تصف تغيرات الازاحـــات الزاويـــة وفـــق الإحداثيات المدروسة.

يطلق على هذه العملية اسم (Normalization)[3]، تتعين الازاحات الزاوية كالتالي:

$$[\varphi_{Iij}] = [\varphi_{Hij}]/c_1 \quad (7)$$

حيث تتعين القيم السلمية c_1 لحالة المعين القطري للعطالة، بالعلاقات:

$$c_1 = \pm\sqrt{\sum_{k=1}^{N} I_{jk}\varphi^2{}_{Hij}} \quad (8)$$

$$N = 3$$

يطلق على عناصر الماتريس $[\varphi_{I_{ij}}]$ اسم القيم الخاصة وهي تشكل أيضاً مع بعضـــها أشعة تسمى بالأشعة الخاصة، التي تمثل أنماط الحركة الاهتزازية المقابلة للتـــرددات الذاتيـــة للمجموعة. تعتبر هذه الأشعة أيضاً متعامدة مع الماتريسات [I] و[S].

يمكن إعادة كتابة ماتريس الأشعة الخاصة بالشكل:

$$[\varphi_{I_{ij}}] = [\{\varphi_{I1j}\},\{\varphi_{I2j}\},\{\varphi_{I3j}\}] \quad (9)$$

تنسب هذه الازاحات إلى إحداثيات قياسية التي تعتبر حالة خاصة مـــن الإحـــداثيات الرئيسية وتسمى بـــ(Normal Coordinates). تعتبر معادلات الحركـــة المنســـوبة إلـــى الإحداثيات القياسية، معادلات مستقلة عن بعضها، بالتالي يمكن حل كل معادلة بشكل مشـــابه لمجموعة ذات درجة حرية واحدة.

$$\begin{matrix} [\varphi_{0Fij}][\varphi_{Iij}^{-1}][\varphi_{0i}] \\ [\dot{\varphi}_{0Fij}][\varphi_{Iij}^{-1}][\dot{\varphi}_{0i}] \end{matrix} \quad (10)$$

حيث φ_{0Fij} و $\dot{\varphi}_{0Fij}$ – الازاحات الزاوية والسرع الزاوية الابتدائية وفق الإحداثيات القياســـية.

وفقاً لهذه الشروط يصبح للحلول العامة، الشكل التالي:

$$\varphi_{Fij} = \varphi_{0Fij}\cos\omega_{ni}t + \frac{\dot{\varphi}_{0Fij}}{\omega_i}\sin\omega_{ni}t \quad (11)$$

نحصل من (11) على الازاحات الزاوية للكتلة الثانية والثالثة منسوبة إلى الإحداثيات القياسية، بينما تتعين حركة الأولى بمساعدة المعادلة:

$$\varphi_{Fij} = \varphi_{0Fij} + \varphi_{0Fij} t \quad (12)$$

نحصل من (12) و(11) على:

$$\varphi_{F11} = \dot{\varphi}_{0F11} t$$
$$\varphi_{F21} = \dot{\varphi}_{0F21}.\sin \omega_{n2} t / \omega_{n2} \quad (13)$$
$$\varphi_{F31} = \dot{\varphi}_{0F31}.\sin \omega_{n3} t / \omega_{n3}$$

نتحول أخيراً إلى الإحداثيات المستخدمة (الطبيعية) بمساعدة العلاقات:

$$\varphi_{ij} = \varphi_{Iij} = \varphi_{Fij} \quad (14)$$

ومنها نحصل:

$$\varphi_{11} = \varphi_{I11} + \varphi_{F11} + \varphi_{I12} + \varphi_{F21} + \varphi_{I13} + \varphi_{F31}$$
$$\varphi_{21} = \varphi_{I21} + \varphi_{F11} + \varphi_{I22} + \varphi_{F21} + \varphi_{I23} + \varphi_{F31} \quad (15)$$
$$\varphi_{31} = \varphi_{I31} + \varphi_{F11} + \varphi_{I32} + \varphi_{F21} + \varphi_{I13} + \varphi_{F31}$$

تتعين الترددات الذاتية لمحامل الكرات (Bearing baal) الناشئة من تداخلات التركيـــب أو التجميع نسبة إلى سرعة دوران أعمدة نقل الحركة، من العلاقة [4]:

$$f_t = \frac{(R-r)}{2r}.f_s \quad (16)$$

حيث:

$\alpha = f_s$- سرعة دوران العمود.

R- نصف قطر دائرة الخطوة للمحمل.

r- نصف قطر كرات المحمل.

ينشأ عن الحركة غير المنتظمة للكرات، تردد f_e يسبب صفعات عشوائية على الحلقة الداخلية والخارجية ويساوي:

$$f_e = \frac{2(r+R)}{r}.f_t \quad (17)$$

وبسبب الاضطراب على الحلقة الداخلية (Inner ring)، ينشأ التردد:

$$f_i = (f_s - f_t).n \quad (18)$$

والاضطراب على السكة الخارجية (Outer ring)، يسبب نشوء التردد:

$$f_0 = f_t.n \quad (19)$$

حيث n- عدد كرات المحمل.

ينشأ عن حركة دولاب المضخة تردّدٌ ذاتي، يساوي[6]:

$$f_p = n_p f_s \quad (20)$$

حيث n_p- عدد شفرات المضخة.

تملك القوى التي يتسبب اهتزاز المحركات الكهربائية العاملة بالتيار المتناوب على جهد 380 فولط وتردد 50 هرتز، ترددات ذاتية تساوي ضعف تردد التيار الكهربائي أي – 100 هرتز.

إذا ظهرت مركبات قوى في المولدة التي تولد التيار الكهربائي بترددات (100,150,200) هرتز، فسوف تسبب هذه المركبات بنشوء اهتزازات بترددات (200,300,400) هرتز بالترتيب[2].

تحدد جملة المعادلات (1–20) قوانين تغير الازاحات الزاوية الديناميكية لكتل المجموعة، بالنسبة للكتلة الأولى. تحل جملة المعادلات من (1) إلى (20) على الحاسوب بلغة Basic، حيث يعطي البرنامج على خطوات كافة المتطلبات اللازمة لتحليل الحركة الاهتزازية ومتابعة حركة الكتل بالنسبة لبعضها بعض.

إذا حددنا عزم عطالة المحرك، عندها يمكن تعيين عزوم العطالة والمضخة وصلابات الأعمدة وبالتالي أقطارها. بحيث تعمل المجموعة على الشروط الشتغيلية المحددة، بالشكل المقبول وبدون حدوث أية أعطال أو تحطم من جراء الإقلاع والتوقف.

كذلك يتم اختيار المحامل الدحروجية والشكل التصميمي لدولاب المضخة ودولابها المعدل Flywheel إن وجد، بحيث لا تتطابق الترددات الذاتية لهذه العناصر مع الترددات الذاتية لكتل المجموعة.

إذا أعطيت الكتلة الأولى، سرعة زاوية مفاجئة تساوي: (rad/sec) 10π/3 وكانت عزوم عطالة الكتل وصلابات الأعمدة كالتالي:

$$I_1 - 0.112\ Kgm^2$$
$$I_2 = I_3 = 2.12\ Kgm^2$$
$$k_{t1} = k_{12} = 3.5.10^5\ \ N.m/rad$$

نحصل على حركة متطابقة نسبياً لكتل المجموعة شكل رقم (2)، ولا نلاحظ اختلاف كبير بين الازاحات الأعظمية للكتل المنسوبة إلى الكتلة الأولى، شكل رقم (3). يحصل أحياناً الإقلاع المتدرج للمحركات الكهربائية بشكل أسرع وذلك لأسباب عديدة[5]، عندها يمكن أن تحصل انحرافات زاوية كبيرة تسبب في نشوء عزوم فتل عالية في الأعمدة.

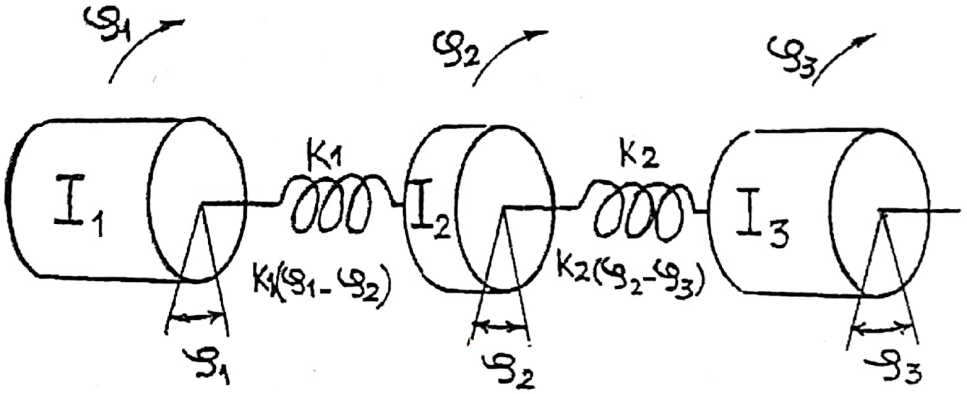
مثلاً إذا أعطيت الكتلة الأولى سرعة ابتدائية بشكل مفاجئ تساوي 310 rad/sec وأخذت بقية العوامل القيم التالية:

$$k_{t1} = k_{12} = 1{,}37.10^6 \qquad N.m/rad$$
$$I_3 = 2{,}021 kgm^2, I_2 = 0.112 kgm^2, I_1 = 2.021 kgm^2$$

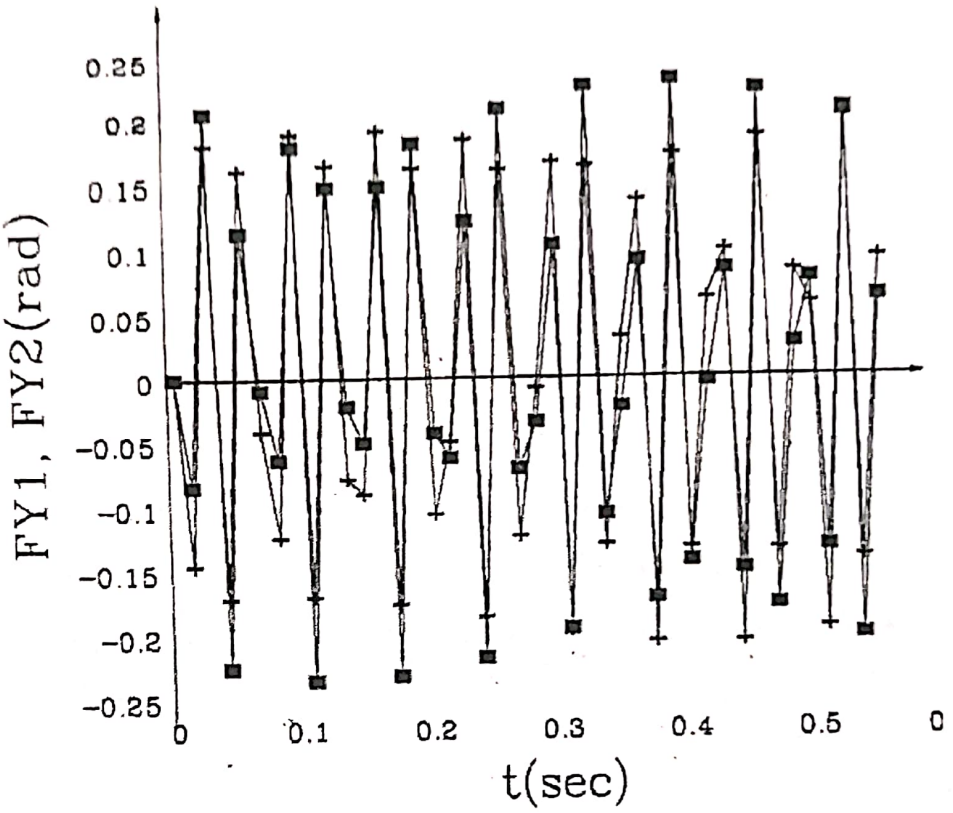
نلاحظ من نتائج الحل أن الانزياحات النسبية (φ1-φ2) و(φ1-φ3) للأعمدة متطابقة بالاتجاهات وتملك قيماً صغيرة نسبياً شكل (4) وذلك بسبب الارتفاع النسبي في صلابة الأعمدة.

بينما تبين منحنيات الانحرافات الأعظمية، شكل رقم (5) أن انخفاض قيمة عزم عطالة القارنة نسبة إلى عزوم عطالة الكتل الباقية هو السبب الأساسي في انحرافها الكبير عن وضعية التوازن بالنسبة للكتلة الأولى ويسبب هذا في حال حدوثه التكسير المتكرر في براغي الربط ويفضل في هذه الحالة استخدام القارنات المرنة التي تتحمل الصدمات عند الإقلاع الحاد أو التوقف المفاجئ.

يبقى أن نشير أنه عند توفر معطيات تصميمية لأية مجموعة، يمكن بمساعدة البرنامج والعلاقات الواردة في هذا البحث تعيين الترددات الذاتية لكتل المجموعة وتعيين سلوك المجموعة عند الإقلاع المفاجئ، وبناء عليه يتم تصميم الأعمدة واختيار المحامل والشكل التصميمي لدولاب المضخة.

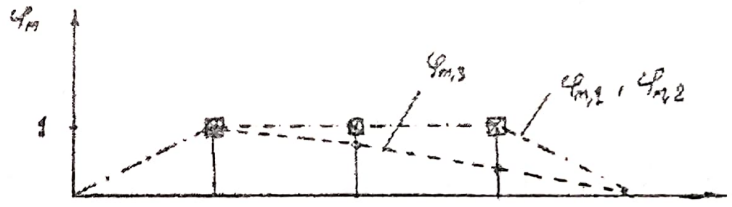


شكل (1): النموذج الفيزيائي الخاص لتحديد الترددات الذاتية للمجموعة (كجسم حر).

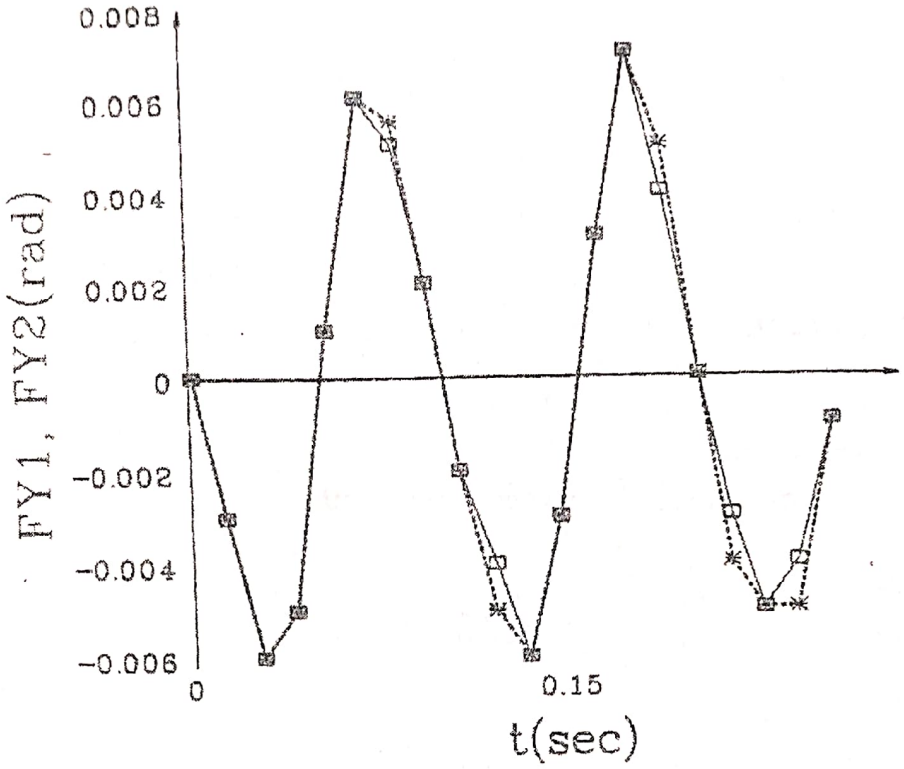


شكل (2): ■ **الإزاحة الزاوية للكتلة الثانية بالنسبة للأولى:** $FY_1 = (\varphi_1 - \varphi_2)$.

+ الإزاحة الزاوية للكتلة الثالثة بالنسبة للأولى: $FY_1 = (\varphi_1 - \varphi_3)$.

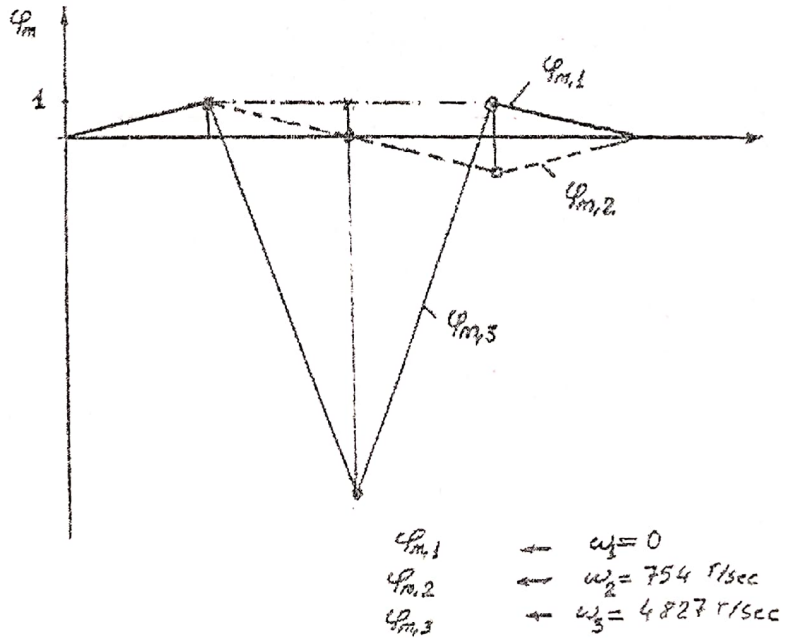


شكل (3): الانحرافات الأعظمية لكتل المجموعة بالنسبة للانجراف الواحدي للكتلة الأولى والمقابلة للترددات الذاتية المدونة أعلاه.



شكل (4): ■ **الإزاحة الزاوية للكتلة الثانية بالنسبة للأولى:** $FY_1 = (\varphi_1 - \varphi_2)$.

+ الإزاحة الزاوية للكتلة الثالثة بالنسبة للأولى: $FY_1 = (\varphi_1 - \varphi_3)$.



شكل (5): الانحرافات الأعظمية لكتل المجموعة بالنسبة للانجراف الواحدي للكتلة الأولى والمقابلة للترددات الذاتية المدونة أعلاه.

REFERENCES المراجع

[1]- بيطار، معن: الاهتزازات الميكانيكية، كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية، جامعة تشرين، 1990.

[2]- قمر، أحمد محمد: المحركات التأثيرية ومبادئ التحريك الكهربي، منشأة المعارف. الاسكندرية.

[3]- Timoshenko, J.R, W.Weaver, S.Young. Vibration problems in engineering, New York, 1985.

[4]- Tshelomen, N,V. Mechanical vibration in machinery, in 6 tom, Moscow. 1980.

[5]- Vibration analysis. European social Fund, 1980.