مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية - سلسلة العلوم الهندسية المجلد (22) العدد (9) 2000
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research -Engineering Science Series Vol. (22) No (9) 2000

استخدام الكتل المتناغمة في تخميد الاهتزازات الناتجة عن الرياح في الأبنية المتناظرة

الدكتور محمود سعيد*
الدكتور نبيل دباتة**
لجين محرز***

(قبل للنشر في 2000/1/31)

□ الملخّص □

يعرض هذا البحث استخدام مخمدات الكتلة المتناغمة tuned mass dampers (TMD) ، والتي تعتبر من أهم أنظمة تبديد الطاقة عند إضافتها إلى المنشآت المدنية بهدف تحسين سلوكها الديناميكي عندما تؤثر عليها حمولات ديناميكية خارجية.

حيث تعرض طريقة مبسطة لمسألة تصميم نظام التخميد وإيجاد انتقالات الجملة الكلية، في حال كان النظام الإنشائي متناظراً ويمكن تمثيله بنموذج إنشائي كتلي متعدد درجات الحرية (MDOF) توصف معادلات الحركة له بمصفوفات الكتل، الصلابة والتخامد. أي تبين كيفية تحويل مسألة تحليل جملة نظام إنشائي متناظر(MDOF)-مخمد(TMD) إلى مسألة تحليل جملة نظام إنشائي(SDOF)-مخمد(TMD) وذلك باستخدام مبدأ تحليل الأنماط modal analysis. حيث يحل التمثيل النمطي للمنشأ محل التمثيل الفيزيائي والذي لا يختلف عنه سوى باستخدام المواصفات النمطية modal properties في حالة النظام الإنشائي (SDOF) بدلاً من المعاملات الفيزيائية (الكتلة، الصلابة والتخامد) في حالة النظام الإنشائي الفعلي (MDOF).

تم فيما بعد اقتراح قيم جديدة للمعاملات المثلى لنظام التخميد (التواتر المتناغم tuning frequency ، نسبة التخامد damping ratio) باستخدام طريقة بحث عددية numerical searching وذلك باستخدام لغة البرمجة الرياضية الحديثة MATLAB 5.1 . هذه القيم يمكن استخدامها في تصميم نظام التخميد (TMD) لتخفيض الرد المطرد للنظام الرئيسي المتخامد لحده الأصغري تحت تأثير قوة تحريض دورية. ووجد أن هذه القيم المثلى تتأثر بشكل مباشر بمقدار التخامد الداخلي للمنشأ وكذلك بنسبة الكتلة الثانوية إلى الكتلة الرئيسية.

ثم استخدمت النتائج السابقة في إيجاد الرد المطرد لثلاثة نماذج إنشائية مزودة بأنظمة التخميد (TMDs) من أجل عدة قيم لنسبة الكتل بواسطة برامج خاصة مكتوبة بلغة البرمجة الرياضية MATLAB 5.1 ، حيث تأكدت فاعلية استخدام أنظمة التخميد (TMDs) في تحسين سلوك المنشآت عند مقارنة النتائج إذ تراوحت نسبة انخفاض الانتقالات بين 50% و 85% تبعاً للمنشأ المدروس ومقدار تخامده الداخلي inherent damping.

---

* أستاذ مساعد في قسم الهندسة الإنشائية - كلية الهندسة المدنية - جامعة تشرين- اللاذقية - سورية.
** أستاذ مساعد في قسم الهندسة الإنشائية - كلية الهندسة المدنية - جامعة تشرين- اللاذقية - سورية.
*** طالبة ماجستير في قسم الهندسة الإنشائية - كلية الهندسة المدنية - جامعة تشرين- اللاذقية - سورية.

مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية - سلسلة العلوم الهندسية المجلد (22) العدد (9) 2000
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research –Engineering Science Series Vol. (22) No (9) 2000

USE of TUNED MASS DAMPERS IN REDUCING WIND-INDUCED VIBRATION IN REGULAR BUILDINGS

Dr. Ing. Mahmoud SAID*
Dr. Ing. Nabil DEBANA**
Loujaine Mehrez***

(Accepted 31/1/2000)

❐ ABSTRACT ❐

This paper shows the efficiency of tuned mass damper an energy-descriptive system when added to engineering structures in order to improve its performance under dynamical excitation.

A simplified procedure is given for converting the design problem of the MDOF structural system into the design problem of the SDOF structural system by using modal analysis. The modal representation is exactly the same except that the modal properties are employed in The MDOF case instead of physical parameters in the SDOF case.

The optimum values of the tuning frequency and the damping ratio is suggested by a numerical searching procedure using programs written in the aid of the language of technical computing environment MATLAB 5.1. These optimum parameters for the TMD system are used to reduce the steady state response of damped main systems to a minimum level when they are subjected to periodic excitation forces. The numerical results show that the optimum parameters are influenced by inherent damping of the structural system and by the mass ratio.

Three structures are given as examples to illustrate the efficiency of using TMD systems. The optimum parameters is used to compute the response of these structures for many values of mass ratio using programs written by MATLAB 5.1 language. The results show that the percentages of decreasing the maximum displacement are between 50% and 85% depending on the structure and on its inherent damping.

* Associate professor at the Department of Structural Engineering, Faculty of Civil Engineering, Tishreen University, Lattakia, Syria.

** Associate professor at the Department of Structural Engineering, Faculty of Civil Engineering, Tishreen University, Lattakia, Syria.

*** Master Student at the Department of Structural Engineering, Faculty of Civil Engineering, Tishreen University, Lattakia, Syria.

1. مقدمة Introduction :

يمكن تعريف اهتزاز نظام إنشائي ما بأنه رد هذا النظام عند تأثير فعل ديناميكي خارجي عليه، إذ يزود هذا الأخير النظام بطاقة حركية تولد فيه اهتزازات.

تركزت بعض المحاولات، الهادفة لتخفيف آثار هذه الأفعال الديناميكية على إضافة نظم مبددة للطاقة --- *energy-dissipative system* إلى المنشآت، مما يرفع قدرتها على تخميد جزء هام من الطاقة المكتسبة.

تعتبر مخمدات الكتل المتناغمةTMD إحدى أهم وأقدم أجهزة تبديد الطاقة *passive energy absorbing device*، ويتكون أبسط شكل لهذه المخمدات من كتلة *mass* يربطها نابض *spring* ومخمد *damper* إلى الجملة الرئيسية *main system* (المنشأ) شكل (1). يعتمد عمل هذا النوع من الأنظمة على مبدأ [2,1] تخفيض حصة المنشأ الأصلي من الطاقة الواجب تبديدها، عندما يخضع لاهتزازات ناتجة عن تأثير القوى الخارجية الديناميكية. ويتم هذا التخفيض من خلال تحويل الجزء الأكبر من هذه الطاقة إلى نظام التخميد TMD *secondary system* والذي يقوم بدوره بتبديدها. ولابد، من أجل فاعلية أكبر لعمل نظام TMD ، من اختيار معاملات مثلى له فعندما يكون تواتره الطبيعي متناغماً، أي قريب جداً من التواتر الطبيعي للجملة الرئيسية، فإن اهتزاز الجملة الرئيسية سيؤدي لاهتزاز الكتلة في النظام المخمد بحالة الطنين *resonance* ، وينتقل عندها جزء هام من طاقة الاهتزاز الخارجية إلى النظام المخمد ليقوم العنصر المخمد فيه بتبديده، وهكذا نتفادى حدوث اهتزازات حادة في الجملة الرئيسية.

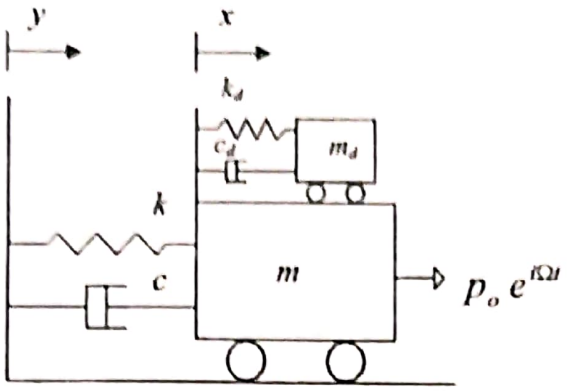
عند إضافة نظام TMD لمبنى مكون من عدة طوابق أي يملك عدة تواترات طبيعية *natural frequencies*، وفي حال كان التواتر الطبيعي لنظام TMD متناغماً مع التواتر الرئيسي *fundamental frequency* للمنشأ فإن نمط الاهتزاز الرئيسي سيكون النمط الأكثر تأثراً أي النمط الذي سيعاني من الانخفاض الأهم بقيمته. أما بالنسبة للأنماط الأعلى فإنها ستتأثر بشكل أقل مقارنة بالنمط الرئيسي، فإذا كان لبعض هذه الأنماط قيم تحتاج للتخفيض، كما هو الحال في الأبنية المرتفعة جداً و قليلة التناظر، فإنه يجب إضافة عدة أنظمة *Multi-TMD* يكون تواتر كل منها متناغماً مع التواتر المقترن بالنمط المدروس.

أجريت العديد من الدراسات والأبحاث [3,2,1] للتأكد من فعالية استخدام هذه الأنظمة المخمدة من أجل حمولات ديناميكية مختلفة، وتأكدت فعاليتها في تحسين استجابة مختلف أنواع المنشآت وخاصة المنشآت العالية الخاضعة لحمولات ذات طبيعة دورية أو حتى غير دورية كحمولات الرياح والزلازل.

وتعود فكرة التحكم باستخدام هذا النوع من أنظمة التخميد لعام 1909 حيث وضع *Frahm* [5,4,3] جهاز سمي بمبدد الاهتزازات الديناميكية DVA *dynamic vibration absorber* يتحكم باهتزازات الآلات، ولم يكن هذا الجهاز حاوياً على تخامد داخلي *inherent damping* . وكان *Den Hartog and Ormondroyd (1928)* [5,4] أول من قام بالدراسة النظرية لهذا الجهاز واستخدامه في المجال الإنشائي، حيث أظهرا أن إضافة عنصر مخمد له يساعد على تحكم أفضل بالاهتزازات ضمن مجال واسع للتواترات.

2 . مبادئ أساسية Basic principles :

ليكن لدينا نظام مكون من درجة حرية واحدة SDOF ، تؤثر عليه قوة ذات طبيعة دورية ومزود بكتلة ثانوية TMD كما يبين الشكل (1).



شكل 1. نظام رئيسي *SDOF* مزود بنظام *TMD*

تكتب معادلات الحركة لهذا النظام بالشكل:

$$m\ddot{y} + (c + c_d)\dot{y} - c_d\dot{x} + (k + k_d)y - k_d x = p_0 e^{i\Omega t} \qquad (1)$$

$$m_d\ddot{x} + c_d\dot{x} - c_d\dot{y} + k_d x - k_d y = 0 \qquad (2)$$

حيث يمثل:

y انتقال النظام الرئيسي بالنسبة لقاعدته.

x الانتقال النسبي للنظام الثانوي بالنسبة للنظام الرئيسي.

c_d, c معاملات التخامد للنظامين الرئيسي والثانوي.

k_d, k صلابات النظام الرئيسي والثانوي.

وبما أن الرد المطرد *steady-state response* هو ما نسعى لدراسته عند إضافة النظام المخمد، فإننا سنقوم بإيجاد انتقالات الكتلة الرئيسية والكتلة الثانوية بفرض أنهما من الشكل:

$$y = Y e^{i\Omega t} \quad , \quad x = X e^{i\Omega t} \qquad (3)$$

حيث Ω هو تواتر الاهتزاز للقوة الخارجية.

ومن أجل تسهيل عملية الحساب ومناقشة النتائج نعرف الرموز التالية:

$\omega = \sqrt{k/m}$ التواتر الطبيعي لاهتزاز الكتلة الرئيسية.

$\omega_d = \sqrt{k_d/m_d}$ التواتر الطبيعي لاهتزاز الكتلة الثانوية.

$\mu = m_d/m$ نسبة الكتلة الثانوية إلى الكتلة الرئيسية.

$c/m = 2\omega\xi$ ، $c_d/m_d = 2\omega_d\xi_d$ ، $k_d/m = \mu\,\omega_d^2$.

$g = \Omega/\omega$ نسبة تواتر التحريض إلى التواتر الطبيعي للكتلة الرئيسية.

$f = \omega_d/\omega$ نسبة التواتر الطبيعي للكتلة الثانوية إلى التواتر الطبيعي للكتلة الرئيسية.

$y_{st} = p_0/k$ الانتقال الستاتيكي للكتلة الرئيسية.

$Y_{\max}/y_{st}$ نسبة الانتقال الأعظمي للكتلة الرئيسية إلى انتقالها الستاتيكي.

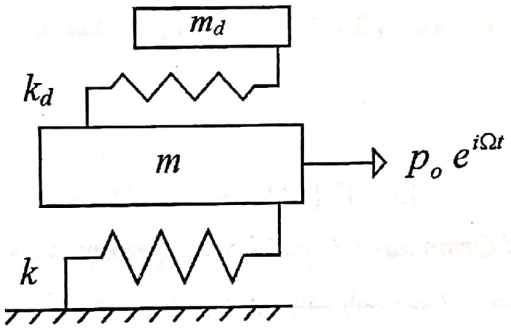
$X_{\max}/y_{st}$ نسبة انتقال الكتلة الثانوية إلى الانتقال الستاتيكي للكتلة الرئيسية.

لابد قبل عرض حل المعادلات (1) و(2) من إلقاء الضوء على الأنظمة التي وضعها *Frahm* ومن ثم *Den Hartog* ، وذلك من خلال دراسة الحالات الخاصة للمعادلات السابقة الذكر منتقلين منها إلى الحالة الأعم في دراسة تتضمن الحلول المقدمة من أجل إيجاد المعاملات المثلى لنظام الكتلة المخمدة *TMD* والتي تحقق فاعلية أكبر في تخفيض انتقالات الجملة الرئيسية.

2 . 1 . نظام Frahm

(حالة نظام رئيسي غير متخامد مزود بممتص للاهتزازات خال من المخمدات) [1]:

وجد [4] *Frahm* أن التواتر الطبيعي لمنشأ أو لجسم ميكانيكي، خال من أي عناصر مخمدة، يمكن أن يفرق إلى تواتر أخفض وآخر أكبر بإضافة كتلة متناغمة مع تواتر المنشأ و مرتبطة به بواسطة نابض. ولم يكن الجهاز الذي درسه [3] *Frahm* حاوياً على أي تخامد داخلي وبالتالي فإن استخدامه لم يكن فعالاً إلا في حالة كون تواتره الطبيعي قريباً جداً من تواتر التحريض وإلا فإن أداءه سيضعف بشكل حاد وملحوظ وخاصة إن اقترب تواتر التحريض من أيٍ من تواترات الجملة الكلية منشأ-مخمد *structure-absorber system* حيث سيعاني المنشأ من انتقالات كبيرة جداً بسبب حدوث حالة الطنين. وبالتالي كان لابد عند استخدام هذا الجهاز من معرفة تواتر التحريض للحصول على تصميم فعال له وهو الأمر الصعب في حالة المنشآت المدنية حيث لا يمكن توقع تواترات التحريض بشكل دقيق. يبين الشكل(2) نموذج بسيط للنظام الذي أوجده *Frahm* .



شكل 2. مبدد الاهتزازات الديناميكية (نظام *Frahm*)

بما أن كلاً من النظام الرئيسي والثانوي غير متخامدين فإن $\xi = \xi_d = 0$ ، وتصبح المعادلتان (1) و(2) بالشكل:

$$m\,\ddot{y} + (k + k_d)\,y - k_d\,x = p_o\,e^{i\Omega t} \qquad (4)$$

$$m_d\,\ddot{x} + k_d\,x - k\,y = 0 \qquad (5)$$

يعطى حل المعادلات السابقة بالشكل اللابعدي التالي:[1]

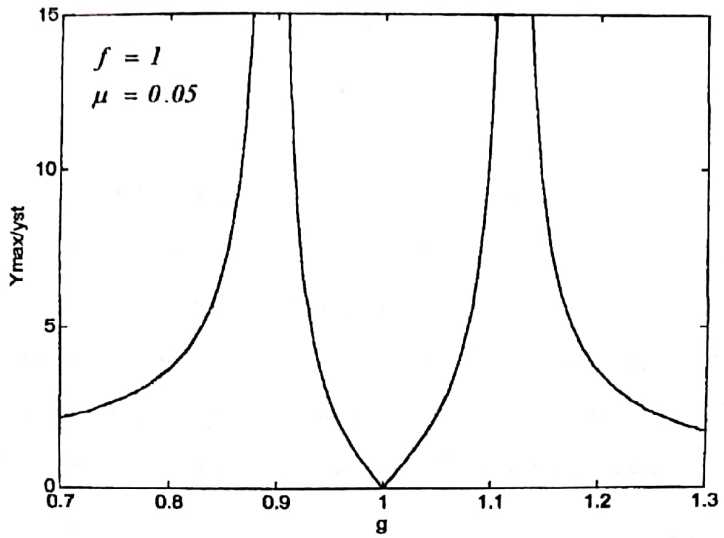
$$\frac{Y_{\max}}{y_{st}} = \frac{f^2 - g^2}{(f^2 - g^2)(1 - g^2) - \mu f^2 g^2} \qquad (6)$$

يبين الشكل (3) $Y_{\max}/y_{st}$ كتابع لـ g من أجل عدة قيم لـ ξ ،نلاحظ أن الكتلة الرئيسية تبقى ثابتة عندما يكون التواتر الطبيعي للكتلة الإضافية مساوياً لتواتر التحريض أو متناغماً معه، $\Omega = \omega_d$ ، أي عندما:

$$f = g \qquad (7)$$

كما نلاحظ أنها تعاني من انتقال لا منته عندما:

$$g^2 = \left\{1 + f^2(1+\mu) \pm \sqrt{\left[1 + f^2(1+\mu)\right]^2 - 4f^2}\right\} \Big/ 2 \qquad (8)$$



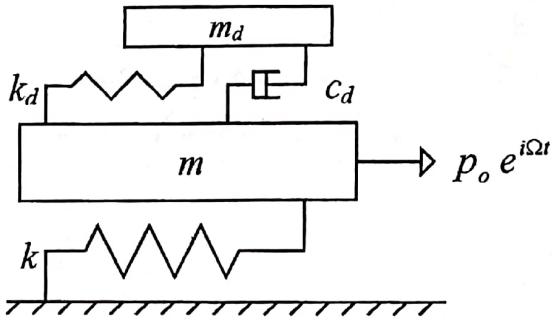
شكل 3. رد نظام رئيسي غير متخامد مزود بنظام *DVA* (نظام *Frahm*)

2.2. نظام Den Hartog :

(حالة نظام رئيسي غير متخامد مزود بمخمد كتلة متناغمة TMD) [5,4,1]

تم تجاوز نقطة الضعف الموجودة في نظـام *Frahm* عنـدما قـام *Den Hartog and Ormondroyd* بإضافة عنصر مخمد لنظام الكتلة والنابض المتناغمين، الأمر الذي يجنب إفساد عمله أو حتى حدوث انتقـالات كبيرة في حالة الطنين. بالإضافة لذلك أوجد *Den Hartog* علاقات رياضية تمكن من حساب معاملات مثلى لجهاز مخمد الكتلة المتناغمة TMD والتي من أجلها يكون الرد المطـرد *steady-state response* للنظـام الرئيسي أصغرياً من أجل مجال كبير لتوترات التحريض. كذلك أوجد [3] (1982) *Warburton* قيم مثلـى لهذه المعاملات في حالة نظام رئيسي غير متخامد خاضع لحمولات خارجية ذات صـفة دوريـة *harmonic excitations* وحمولات خارجية ذات صفة عشوائية *random excitations* .

يبين الشكل (4) النظام الذي قام *Den Hartog* بدراسته،حيث $\xi = 0$.



شكل 4. نظام رئيسي غير متخامد مزود بنظام *TMD*

وبالتالي تصبح المعادلتان (1) و(2) بالشكل:

$$m\,\ddot{y} + c_d\,\dot{y} - c_d\,\dot{x} + (k + k_d)\,y - k_d\,x = p_0\,e^{i\Omega t} \qquad (9)$$

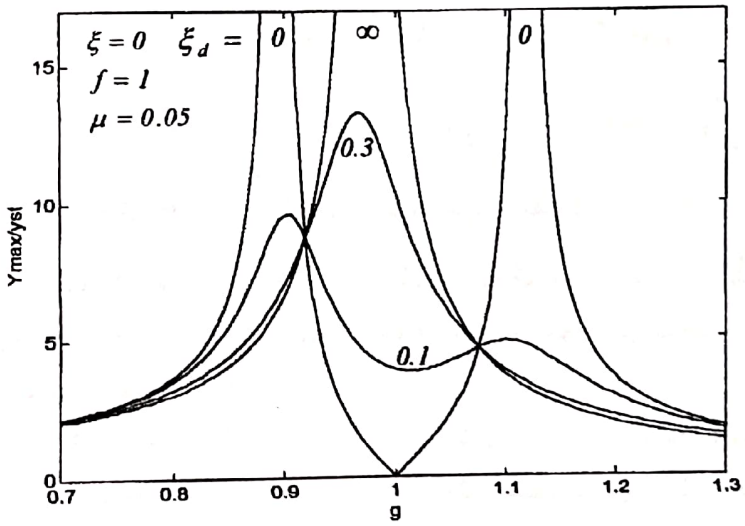
$$m_d \ddot{x} + c_d \dot{x} - c_d \dot{y} + k_d x - k y = 0 \qquad (10)$$

يعطى حل المعادلات (9) و(10) بالشكل اللابعدي التالي:[1،3،5]

$$\frac{Y_{\max}}{y_{st}} = \left\{ \frac{(f^2 - g^2)^2 + (2\xi_s fg)^2}{\left[(f^2 - g^2)(1 - g^2) - \mu f^2 g^2\right]^2 + (2\xi_s fg)^2 (1 - g^2 - \mu g^2)^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \qquad (11)$$

يبين الشكل (5) $Y_{\max}/y_{st}$ كتابع لـــg من أجل عدة قيم لـــ ξ ، نلاحظ أن جميـــع المنحنيـــات تتقـــاطع فـــي نقطتين، ومن أجل مطال أعظمي للنظام الرئيسي يمر من هاتين النقطتين يمكننا بسهولة إيجـــاد القـــيم المثلـــى لمعاملات مخمد الكتلة المتناغمة لتكون:

$$f_{opt} = \frac{1}{1+\mu} \qquad (12) \qquad ، \qquad \xi_{opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)}} \qquad (13)$$



شكل 5. رد نظام رئيسي غير متخامد مزود بنظام *TMD*

2. 3.الحالة العامة:

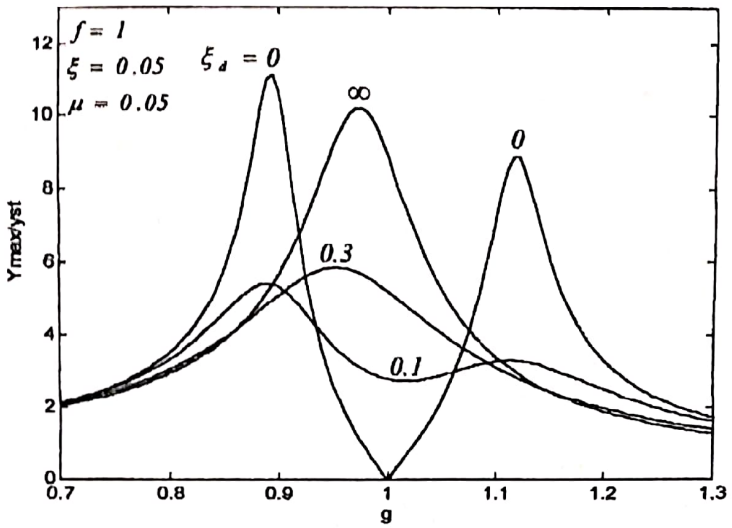
(حالة نظام رئيسي متخامد مزود بمخمد كتلة متناغمة TMD) [6,5]

تحوي جميع المنشآت المدنية تخامد داخلي *inherent damping* ولكن بنسب متفاوتة تبعاً للمواد المؤلفة منها ولطريقة وصل العناصر، وبالتالي لا يمكننا إهمال تأثير التخامد في مادة النظام الرئيسي، ممـــا يجعـــل صـــيغ المعاملات المثلى في حالة المنشآت الحقيقية الحاوية على تخامد داخلي مختلفة عن صيغ المعاملات المثلى فـــي الدراسة سابقة الذكر والتي قام بها *Den Hartog* . كما أن إيجاد صيغ للمعاملات المثلى لنظام الكتلة المخمدة TMD في هذه الحالة لا يمكن أن يتم بطرق رياضية مباشرة *closed form* لذلك لابد من القيام بعملية الأمثلة بطرق عددية *numerical solution* من أجل الحصول على أصغر قيم ممكنة للحدود العظمى لـــرد الجملـــة الرئيسية.

يعطى حل المعادلات (1) و(2) بالشكل اللابعدي التالي:[5،6]

$$\frac{Y_{\max}}{y_{st}} = \left\{ \frac{(f^2-g^2)^2 + (2\xi_d fg)^2}{\left[(f^2-g^2)(1-g^2) - \mu f^2 g^2 - 4\xi\xi_d fg^2\right]^2 + (2g)^2\left[\xi_d f(1-g^2-\mu g^2) + \xi(f^2-g^2)\right]^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

يبين الشكل (6) $Y_{\max}/y_{st}$ كتابع لـــ g من أجل عدة قيم لـــ ξ_d . نلاحظ في هذه الحالة عدم تقاطع المنحنيات في نقاط محددة كما حدث في الحالة السابقة، مما يؤكد عدم قدرتنا على إيجاد المعاملات المثلى بطرق رياضية مباشرة وضرورة استخدام الطرق العددية.



شكل 6. رد نظام رئيسي متخامد مزود بنظام *TMD*

تتصف الحمولات الخارجية الديناميكية المؤثرة على المنشآت المدنية، سواء كانت حمولات رياح أو زلازل، بأنها ذات صفة عشوائية أي أنها قد تملك مطالات غير ثابتة وعدد من التواترات مما قد يزيد في تعقيد دراسة تأثيرها على هذه المنشآت ويتطلب طرقاً خاصة لذلك.

وجد Soong and Rana (1995) [3] من خلال دراستهما لتأثير معاملات نظـام التخميـد TMD علـى انتقالات المنشآت، *parametric study* ، أن قيم المعاملات المثلى المحسوبة من أجـل التحـريض الـدوري المطرد تعطي نتائج جيدة عند استخدامها في حالة التحريض اللادوري الممثل بالقوى الطبيعية(رياح أو زلازل) المؤثر على المنشآت المدنية، مما يسمح باستخدامها في تصميم أنظمة التخميد TMD بشكل عملـي لتخفـيض انتقالات المنشآت بشكل فعال في حال تأثير هذه الحمولات.

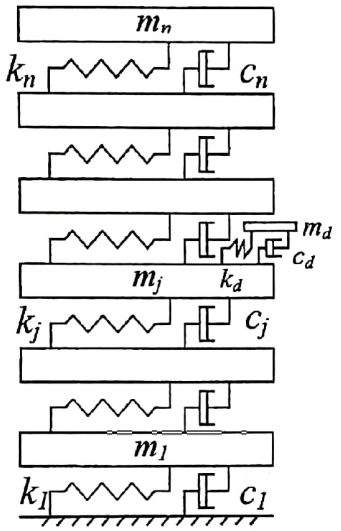
إن اعتماد هذه النتيجة في الدراسة الحالية يبرر محاولة إيجاد قيم للمعاملات المثلى لنظام التخميد في حال تأثير حمولات دورية، أي إيجاد التصميم الأمثل له من أجل رد مطرد أصغري، ومن ثم استخدامها للحصول علـى انتقالات ثلاثة نماذج إنشائية كما سيرد لاحقاً .

3 . التحليل الإنشائي Structural Analysis : [7,5,3]

عرضنا في الفقرة السابقة رد نظام إنشائي مكون من درجة حرية واحدة وبما أن غالبية المنشآت المدنية هي منشآت متعددة درجات الحرية كان لا بد من تعميم المعادلات (1) و(2) الناظمة لحركة نظام ذو درجة حرية

3 . التحليل الإنشائي Structural Analysis : [7,5,3]

عرضنا في الفقرة السابقة رد نظام إنشائي مكون من درجة حرية واحدة وبما أن غالبية المنشآت المدنية هي منشآت متعددة درجات الحرية كان لا بد من تعميم المعادلات (1) و(2) الناظمة لحركة نظام ذو درجة حرية واحدة SDOF إلى حالة حركة لنظام متعدد درجات الحرية MDOF مضافاً إليه نظام مخمد كتلـــة متناغمـــة TMD في الطابقj ، شكل (7) .



شكل 7. نظام رئيسي MDOF مزود بنظام *TMD* في الطابق *j*

تكتب معادلات الحركة لنظام MDOF تؤثر عليه حمولات رياح بالشكل المصفوفي التالي:

$$\boldsymbol{M}\,\ddot{\boldsymbol{y}}(t)+\boldsymbol{C}\,\dot{\boldsymbol{y}}(t)+\boldsymbol{K}\,\boldsymbol{y}(t)+\boldsymbol{F}=\boldsymbol{P}(t) \qquad (15)$$

$$m_d\,\ddot{x}(t)+c_d\left[\dot{x}(t)-\dot{y}_j(t)\right]+k_d\left[x(t)-y_j(t)\right]=0 \qquad (16)$$

حيث:

$\boldsymbol{M}$ مصفوفة الكتل للنظام الرئيسي $MDOF$.

$\boldsymbol{C}$ مصفوفة التخامد للنظام الرئيسي $MDOF$.

$\boldsymbol{K}$ مصفوفة الصلابة للنظام الرئيسي $MDOF$.

y_j انتقال الطابق j في النظام الإنشائي $MDOF$ ، و الذي يتوضع عليه نظام TMD .

$$\boldsymbol{P}(t)=\boldsymbol{P}_0\,e^{i\Omega t} \qquad (17)$$

$$\boldsymbol{F}=\begin{bmatrix}0\\0\\\vdots\\c_d(\dot{y}_j-\dot{x})+k_d(y_j-x)\\\vdots\end{bmatrix} \qquad (18)$$

يمكن كتابة المعادلة (15) من أجل الطابقr بالشكل [3] *Soong and Rana* :

$$m_r\ddot{y}_r+c_r\dot{y}_r+k_r y_r+\delta_{rj}\left[c_d(\dot{y}_r-\dot{x})+k_d(y_r-x)\right]=p_r(t) \qquad (19)$$

أن يكون نظام التخميد TMD متناغماً مع نظام إنشائي ذو درجة حرية واحدة SDOF يعني أن تواتره الطبيعي متناغم مع التواتر الطبيعي للنظام الإنشائي. وفي حالة النظام الإنشائي متعدد درجات الحرية MDOF والذي يملك n تواتراً طبيعياً من أجل n نمط اهتزاز، لا بد من أجل الحصول على أفضل فاعلية لنظام التخميد أن يكون متناغماً مع أحد هذه التواترات والذي يتم اختياره تبعاً لأهمية نمط الاهتزاز المرتبط به، وغالباً ما يكون النمط الرئيسي أو نمط الاهتزاز الذي يراد التحكم به.

إن تصميم نظام التخميد TMD من أجل نمط الاهتزاز i مشابه تماماً للتصميم في حالة منشأ ذو درجة حرية واحدة ولكن بمواصفات نمطية *modal properties* M_i, K_i, C_i وليس بمواصفات ميكانيكية حقيقية. نعرف المواصفات النمطية بالشكل التالي:[3،5،7]

$$M_i = \Phi_i^T M \Phi_i \qquad (20)$$

$$C_i = \Phi_i^T C \Phi_i = M_i 2\xi_i \omega_i \qquad (21)$$

$$K_i = \Phi_i^T K \Phi_i = M_i \omega_i^2 \qquad (22)$$

حيث Φ_i هو شعاع نظيم *normalized vector* لشعاع نمط الاهتزاز i من أجل العنصر ذو القيمة الأكبر والموافق لموقع TMD . باستخدام مبدأ تنضد الآثار يمكننا كتابة :

$$y = \sum_{i=1}^{n} Y \Phi_i \qquad (23)$$

وبالتالي يمكن إعادة صياغة معادلات الحركة بتعويض (23) واستخدام مبدأ تحليل الأنماط *modal analysis* لتكون بالشكل:

$$M_i \ddot{Y} + C_i \dot{Y} + K_i Y + \Phi_{ij}\left[c_d(\dot{y}_j - \dot{x}) + k_d(y_j - x)\right] = P_i(t) \qquad (24)$$

$$m_d \ddot{x} + c_d(\dot{x} - \dot{y}_j) + k_d(x - y_j) = 0 \qquad (25)$$

$$P_i(t) = \Phi_i^T P(t) \qquad (26)$$

حيث

$P(t)$ شعاع الحمولات الخارجية المؤثرة على المنشأ.

Y الانتقال المعمم *generalized displacement* للنمط i .

وبما أن شعاع النمط i قد تم تنظيمه بالنسبة للعنصر الموافق لموقع TMD فإن:

$$\Phi_{ij} = 1 \qquad (27) \qquad \Rightarrow \qquad y_j = \Phi_{ij} Y = Y \qquad (28)$$

ومنه يبدو واضحاً أن Y هو انتقال الطابقj الموافق لموقع نظام التخميد TMD.

نعوض في المعادلات (24) و(25) لتصبح بالشكل:

$$M_i \ddot{y}_j + (C_i + c_d)\dot{y}_j - c_d \dot{x} + (K_i + k_d) y_j - k_d x = p_0 e^{i\Omega t} \qquad (29)$$

$$m_d \ddot{x} + c_d \dot{x} - c_d \dot{y}_j + k_d x - k_d y_j = 0 \qquad (30)$$

بعد التعويض نحصل على جملة معادلات مماثلة تماماً بالشكل لجملة المعادلات (1) و(2)، وبالتالي تصبح مسألة حساب انتقالات منشأ ذو n درجة حرية مماثلة تماماً لمسألة حساب انتقال نظام إنشائي ذو درجة حرية واحدة مضافاً إليه نظام تخميد TMD باستثناء استخدام المواصفات النمطية *modal properties* والتي حلت مكان المواصفات الميكانيكية للمنشأ.

نستطيع حساب شعاع الانتقال للنظام الإنشائي *MDOF* بعد حساب y_j وذلك من العلاقة التالية وفقاً لنمط الاهتزاز المعتمد:

$$y = \Phi_i y_j \qquad (31)$$

نستطيع حساب شعاع الانتقال للنظام الإنشائي $MDOF$ بعد حساب y_j وذلك من العلاقة التالية وفقاً لنمط الاهتزاز المعتمد:

$$y = \Phi_i \, y_j \qquad (31)$$

في المنشآت متعددة درجات الحرية يعتبر نمط الاهتزاز الرئيسي الموافق لأصغر تواتر طبيعي للمنشأ هو النمط الأهم والذي تتم من أجله عملية الحساب. وبما أن أكبر انتقال في المنشأ بالنسبة لهذا النمط سيوافق الطابق الأعلى فيه فإن عملية التنظيم *normalization* لشعاع نمط الاهتزاز ستتم بالنسبة لهذا الطابق.

إن إضافة مخمد كتلة متناغمة وحيد يعني التحكم بنمط الاهتزاز الذي من أجله تم التصميم. لذلك ومن أجل التحكم بأنماط إضافية يجب إضافة أنظمة مخمدة أخرى وذلك بشرط أن تكون هذه الأنماط ذات أهمية تستحق الدراسة.

4 . إيجاد المعاملات المثلى لنظام TMD :

Optimization method of the TMD system [8,6]

ذكرنا سابقاً أنه في حالة المنشآت الحاوية على تخامد داخلي، لايمكن الحصول على صيغ للمعاملات المثلى لنظام *TMD* بالطرق الرياضية المباشرة، ولابد من استخدام الطرق العددية.

تمت كتابة برامج خاصة لحساب قيم هذه المعاملات من أجل قيم مختلفة لنسبة الكتل وذلك باستخدام لغة البرمجة الرياضية الحديثة **MATLAB 5.1** والتي تعتبر بيئة متخصصة للحسابات الهندسية بما فيها البرمجة العددية .

تعتمد فكرة هذه البرامج في المرحلة الأولى على إيجاد مجال أولي لكل من نسبة التخامد *damping ratio* ونسبة تواتر التحريض *input frequency ratio* وذلك من أجل أصغر نسبة انتقال عظمى للكتلة الرئيسية في هذه المجالات. ومن ثم إعادة الكرة بتضييق المجالات اعتماداً على نتائج المرحلة السابقة إلى أن نصل للدقة المطلوبة.

نورد في الجدول*(1)* قيم المعاملات المثلى لنظام *TMD* في حالة تأثير حمولات دورية على النظام الرئيسي، وذلك من أجل قيمتين للتخامد الداخلي له ضمن مجال محدد لنسب الكتل.

جدول *(1)* يبين قيم المعاملات المثلى لنظام *TMD*

	$\xi = 0.02$			$\xi = 0.05$		
μ	f	ξ_d	Y_{max}/y_{st}	f	ξ_d	Y_{max}/y_{st}
0.02	0.9761	0.0890	7.4540	0.9683	0.0921	5.3371
0.03	0.9658	0.1072	6.4160	0.9568	0.1108	4.7999
0.04	0.9559	0.1214	5.7481	0.9459	0.1261	4.4275
0.05	0.9460	0.1385	5.2678	0.9353	0.1424	4.1464
0.06	0.9365	0.1513	4.9014	0.9254	0.1500	3.9243
0.07	0.9275	0.1587	4.6084	0.9155	0.1626	3.7401
0.08	0.9181	0.1742	4.3697	0.9059	0.1738	3.5854
0.09	0.9099	0.1750	4.1679	0.8966	0.1833	3.4527
0.10	0.9009	0.1886	3.9915	0.8880	0.1859	3.3394
0.11	0.8925	0.1961	3.8405	0.8787	0.2004	3.2347
0.12	0.8841	0.2051	3.7077	0.8700	0.2091	3.1435

5 . اعتبارات التصميم Design Considerations : [9,5]

عند تصميم مخمدات الكتل المتناغمة لا بد من مراعاة بعض القيود المفروضة في التنفيذ العملي نذكر منها:

1. مقدار الكتلة المضافة والتي يمكن لسطح المنشأ تحملها كحمل شاقولي ساكن.
2. الانتقال الأعظمي المسموح للنظام المخمد والذي تفرضه الخصائص الميكانيكية لنظام التخميد والفراغ المتاح تبعاً للشكل المعماري.
3. تنفيذ مساند للكتلة تسمح بمقدار صغير جداً من الاحتكاك لكي تتمكن من الحركة من أجل أي مستوٍ للتحريض مهما كان خفيفاً.

نعرض فيما يلي مراحل تصميم نظام *TMD* عند إضافته لنظام إنشائي خاضع لتأثير أحمال خارجية ديناميكية:

1. تحديد الخصائص الميكانيكية للمنشأ أي مصفوفة الكتل، مصفوفة الصلابة ومصفوفة التخامد الداخلي في المنشأ.
2. تحديد الحمولات التصميمية الديناميكية المؤثرة على المنشأ.
3. تحليل المنشأ أي إجراء التحليل الإنشائي له للحصول على خصائصه الذاتية من تواترات وأنماط اهتزاز ومن ثم حساب الانتقالات الناتجة عن تطبيق الحمولات التصميمية المتوقعة.
4. تحديد القيم المسموحة لانتقال كل من المنشأ ونظام TMD .
5. اختيار قيمة لنسبة الكتل *mass ratio* ضمن المجال المسموح.
6. حساب المعاملات المثلى لنظام التخميد (f_{opt} , ξ_{dopt}) من أجل نسبة الكتلة المختارة وقيمة التخامد الداخلي للمنشأ.
7. حساب انتقالات المنشأ ونظام التخميد من أجل المعاملات المثلى المختارة.
8. مقارنة النتائج مع القيم المسموحة.
9. اعتماد القيم المثلى كقيم تصميمية إذا كانت النتائج السابقة مقبولة وإلا العودة للخطوة *(5)*.
10. إذا لم نحصل على تصميم مناسب ضمن المجال المسموح لنسبة الكتلة نقوم بالتصميم من أجل عدة أنظمة *MTMD* .

6 . تطبيق عملي:

قمنا باختيار ثلاثة منشآت، يحوي الأول على ثلاثة طوابق ويحوي الثاني على ستة طوابق والثالث على عشرة. نورد فيما يلي المواصفات الميكانيكية الحقيقية لهذه المنشآت ومطالات قوى الرياح المؤثرة عليها.

المنشأ الأول:

$m_1 = 100*10^3\ kg$	$k_1 = 41*10^3\ KN/m$	$\xi = 0.02$	$P_1 = 100\ KN$
$m_2 = 100*10^3\ kg$	$k_2 = 38*10^3\ KN/m$	$\xi = 0.02$	$P_2 = 90\ KN$
$m_3 = 100*10^3\ kg$	$k_3 = 36*10^3\ KN/m$	$\xi = 0.02$	$P_3 = 800\ KN$

حيث:

$$P(t) = 100*10^3 * [1 \quad 0.9 \quad 0.8]^T * e^{i\,8.8208t}\ N$$

المنشأ الثاني:

$m_1 = 8*10^6\ kg$	$k_1 = 10*10^6\ KN/m$	$\xi = 0.05$	$P_1 = 120*10^5\ KN$
$m_2 = 8*10^6\ kg$	$k_2 = 9*10^6\ KN/m$	$\xi = 0.05$	$P_2 = 115.2*10^5\ KN$
$m_3 = 8*10^6\ kg$	$k_3 = 8*10^6\ KN/m$	$\xi = 0.05$	$P_3 = 110.4*10^5 KN$
$m_4 = 8*10^6\ kg$	$k_4 = 7.5*10^6\ KN/m$	$\xi = 0.05$	$P_4 = 105.6*10^5 KN$
$m_5 = 8*10^6\ kg$	$k_5 = 5.5*10^6\ KN/m$	$\xi = 0.05$	$P_5 = 100.8*10^5 KN$
$m_6 = 8*10^6\ kg$	$k_6 = 4.5*10^6\ KN/m$	$\xi = 0.05$	$P_6 = 96*10^5 KN$

$$P(t) = 120*10^5 * [1 \quad 0.96 \quad 0.92 \quad 0.88 \quad 0.84 \quad 0.8]^T * e^{i7.7313t}\ N$$

المنشأ الثالث:

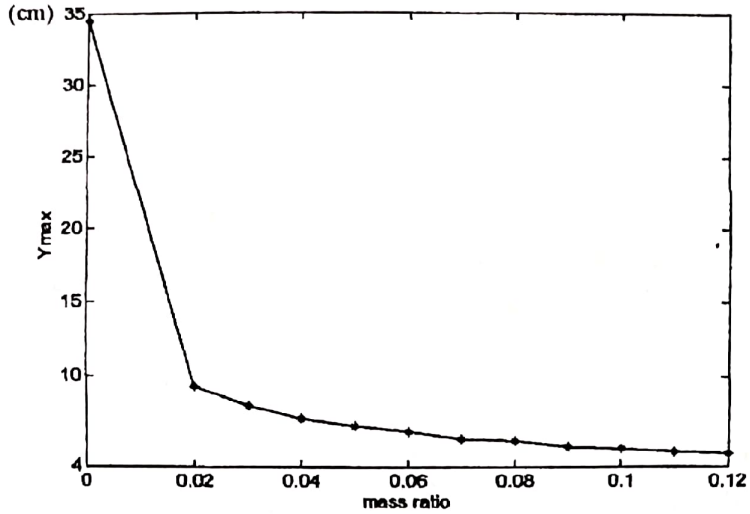
$m_1 = 179*10^3\ kg$	$k_1 = 62.39*10^3\ KN/m$	$\xi = 0.02$	$P_1 = 40.0KN$
$m_2 = 170*10^3\ kg$	$k_2 = 59.27*10^3\ KN/m$	$\xi = 0.02$	$P_2 = 38.4\ KN$
$m_3 = 161*10^3\ kg$	$k_3 = 56.15*10^3\ KN/m$	$\xi = 0.02$	$P_3 = 36.8\ KN$
$m_4 = 152*10^3\ kg$	$k_4 = 53.03*10^3\ KN/m$	$\xi = 0.02$	$P_4 = 35.2KN$
$m_5 = 143*10^3\ kg$	$k_5 = 49.91*10^3\ KN/m$	$\xi = 0.02$	$P_5 = 33.6\ KN$
$m_6 = 134*10^3\ kg$	$k_6 = 46.79*10^3\ KN/m$	$\xi = 0.02$	$P_6 = 32.0\ KN$
$m_7 = 125*10^3\ kg$	$k_7 = 43.67*10^3\ KN/m$	$\xi = 0.02$	$P_7 = 30.4\ KN$
$m_8 = 116*10^3\ kg$	$k_8 = 40.55*10^3\ KN/m$	$\xi = 0.02$	$P_8 = 28.8\ KN$
$m_9 = 107*10^3\ kg$	$k_9 = 37.43*10^3\ KN/m$	$\xi = 0.02$	$P_9 = 27.2\ KN$
$m_{10} = 98*10^3\ kg$	$k_{10} = 34.31*10^3\ KN/m$	$\xi = 0.02$	$P_{10} = 25.6\ KN$

$$P(t) = 10*10^3 * [1 \quad 0.95 \quad 0.9 \quad 0.85 \quad 0.8 \quad 0.75 \quad 0.7 \quad 0.65 \quad 0.6 \quad 0.55]^T * e^{i3.1424t}\ N$$

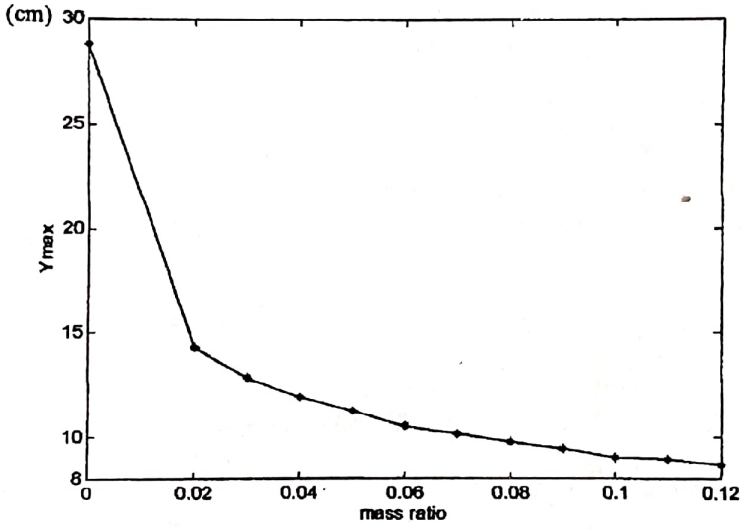
تمت كذلك باستخدام لغة البرمجة الرياضية **MATLAB 5.1** كتابة برامج خاصة لحساب انتقالات كل من النماذج الإنشائية المختارة وانتقالات أنظمة التخميد من أجل قيم لنسبة الكتل تتراوح بين 0.02 و0.12 .
نورد فيما يلي نتائج هذه البرامج تخطيطياً بواسطة الأشكال من (8) إلى (19).

7 . النتائج :

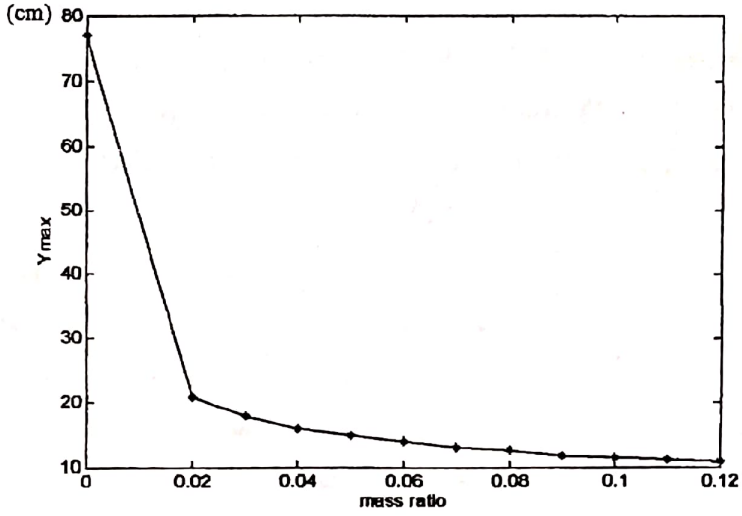
1. بوجود التخامد الداخلي في المنشأ لابد من إيجاد المعاملات المثلى لنظام التخميد بطرق عددية.
2. تتعلق قيم المعاملات المثلى لنظام التخميد بالتخامد الداخلي للمنشأ بالإضافة لنسبة الكتلة.
3. ينخفض الانتقال الأعظمي للمنشآت الثلاث بمجرد إضافة نظام TMD بنسبة كتل 0.02 بنسبة تتراوح بين 50% و 70% ، وتتزايد هذه النسبة كلما زادت نسبة الكتل.
4. يتناقص انتقال الكتلة المخمدة كلما زادت نسبة الكتل.
5. تتناقص فعالية نظام التخميد كلما زاد التخامد الداخلي للمنشأ.
6. كلما زادت نسبة الكتل تقل فاعلية نظام التخميد بشكل نسبي.
7. تملك مخمدات الكتلة المتناغمة فعالية جيدة جداً في تخفيض انتقالات المنشآت الخاضعة لحمولات ديناميكية خارجية، وذلك حتى في حالة استخدام قيم صغيرة لنسبة الكتل.



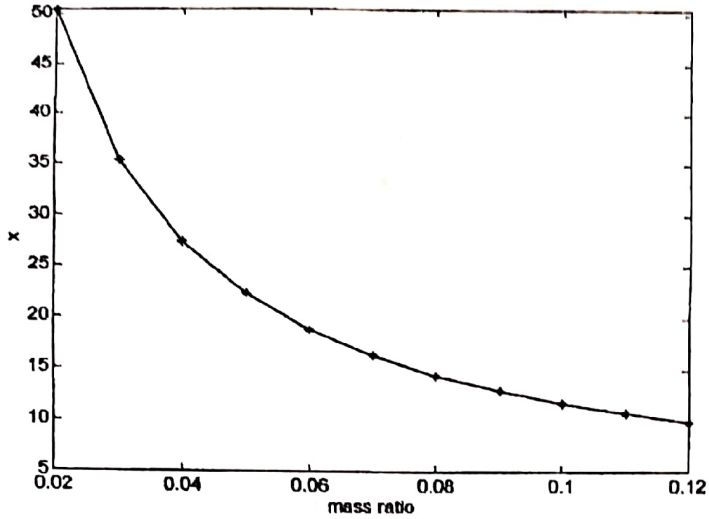
شكل 8. الانتقال الأعظمي للمنشأ الأول قبل وبعد إضافة *TMD*



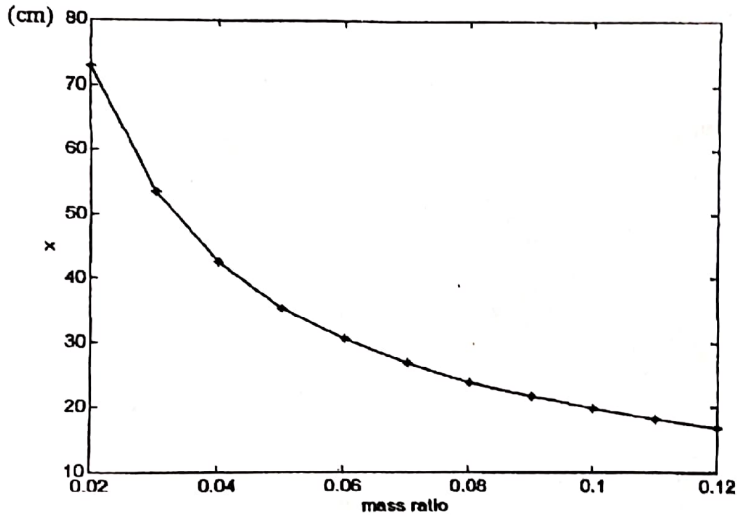
شكل 9. الانتقال الأعظمي للمنشأ الثاني قبل وبعد إضافة *TMD*



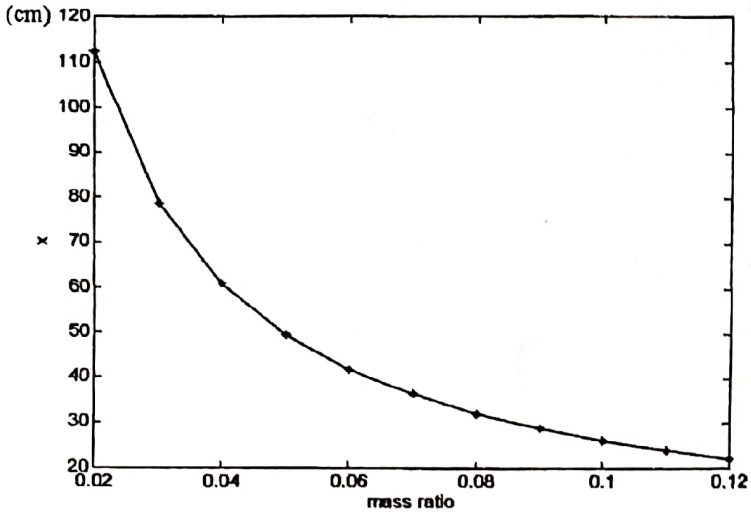
شكل 10. الانتقال الأعظمي للمنشأ الثالث قبل وبعد إضافة *TMD*



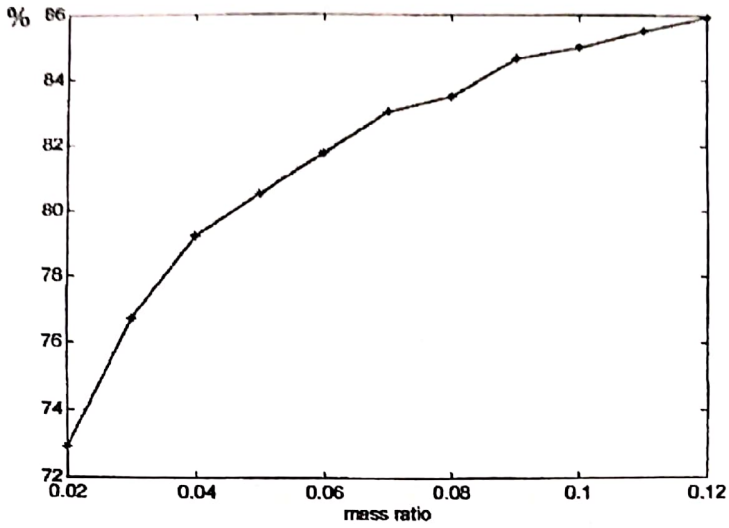
شكل 11. انتقال نظام التخميد *TMD* عند إضافته للمنشأ الأول



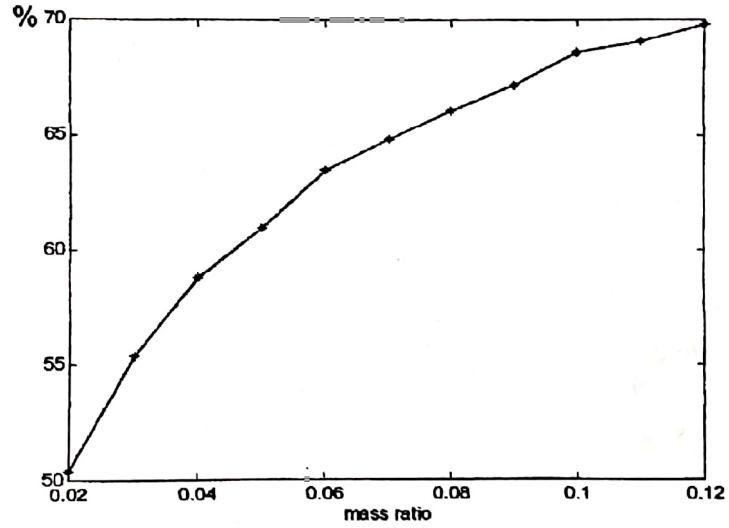
شكل 12. انتقال نظام التخميد *TMD* عند إضافته للمنشأ الثاني



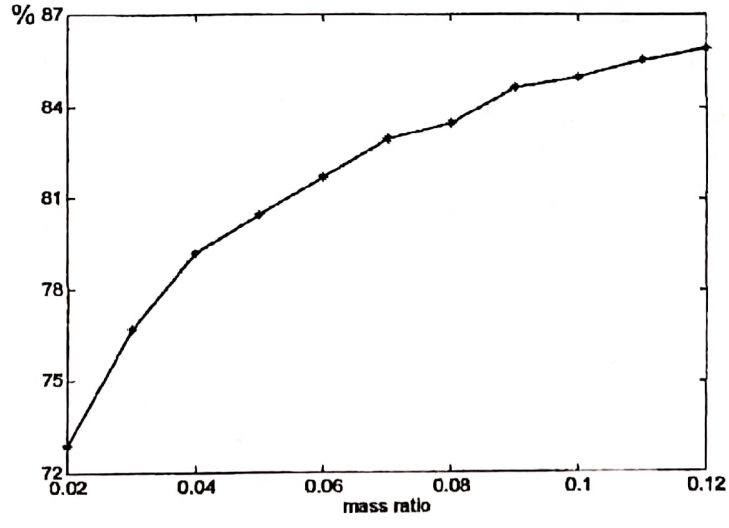
شكل 13. انتقال نظام التخميد *TMD* عند إضافته للمنشأ الثالث



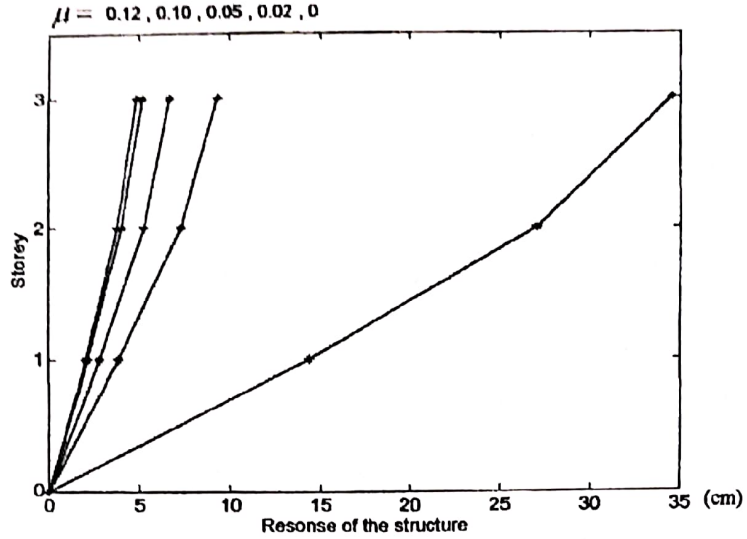
شكل 14. النسبة المئوية لانخفاض الانتقال الأعظمي للمنشأ الأول



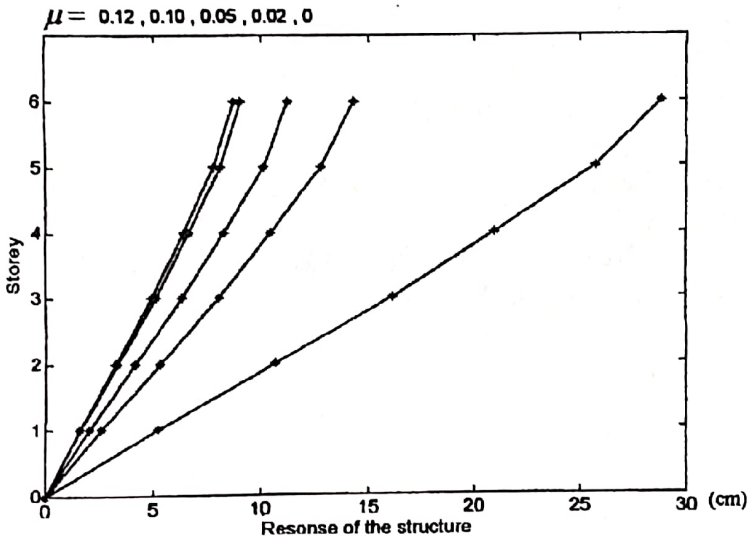
شكل 15. النسبة المئوية لانخفاض الانتقال الأعظمي للمنشأ الثاني



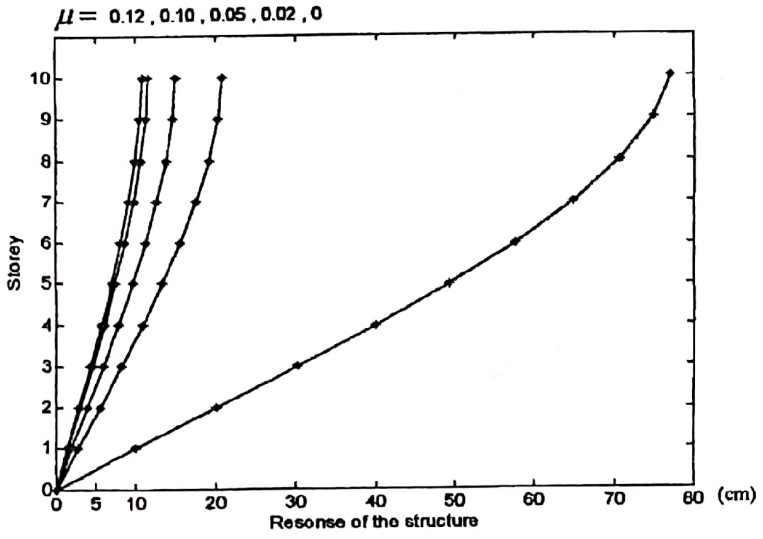
شكل 16. النسبة المئوية لانخفاض الانتقال الأعظمي للمنشأ الثالث



شكل 17. انتقالات المنشا الاول من اجل عدة قيم لـــ μ



شكل 18. انتقالات المنشأ الثاني من أجل عدة قيم لـــ μ



شكل 19. انتقالات المنشأ الثالث من أجل عدة قيم لـــ μ

REFERENCES المراجع

1- DEN HARTOG, J. P. 1985 – *Mechanical Vibration* - 5, Dover publications, INC, New York.

2- SADEK, F., MOHRAZ, B., TAYLOR, A. W. and CHUNG, R. M. 1997 – A *Method of Estimating The Parameters of Tuned Mass Dampers for seismic Applications*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 26, pp. 617-635.

3- RANA, R. and SOONG, T. T. 1998 – *Parametric Study and Simplified Design of Tuned Mass Dampers*. Engineering structures, Elsevier Science, Ltd, Vol. 20, No. 3, pp. 193-204.

4- SMITH, J. W. 1988 – *Vibration of Structures* , Chapman and Hall, Ltd, London.

5- SOONG, T. T. and DARGUSH, G. F. 1997 – *Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering*, , John Wiley & sons, INC, New York.

6- TSAI, H. C. and LIN, G. C. 1993 –*Optimum Tuned-Mass Dampers for Minimizing Steady-State Response of support-Excited and Damped Systems.* Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 22, pp. 957-973.

7- MEIROVITCH, L. 1985 – *Introduction to Dynamics and Control*, John Wiley & sons, INC, New York.

8- *The student Edition of MATLAB. The Ultimate Computing Environment for Technical Education.*

9- ROBERT, J. McNamara, 1977 – *Tuned Mass Dampers for Building*. Journal of The Structural Division, ASCE, Vol. 103,No.ST9, pp. 1785-1798.