

معالجة الإشارة الموزعة عشوائياً في WSN باستخدام GSP

د. ياسر عملة*

د. حسن البستاني**

نعمة يونس***

(تاريخ الإيداع 24 / 2 / 2020. قُبل للنشر في 6 / 9 / 2020)

□ ملخص □

يعد مخطط الرسم البياني (Graphs) كوسيلة لتمثيل المعطيات الناتجة عن العديد من الظواهر الفيزيائية المحيطة والتي تمتلك بنى وتفاعلات معقدة، يعد معالجة الإشارة وفق مخطط الرسم البياني graph signal processing (GSP) كوسيلة لمعالجة الإشارات غير منتظمة العينة التي لا يستطيع DSP التقليدي معالجتها من خلال تطوير المفاهيم والأدوات الأساسية في DSP مثل تحويل فوريير، الترشيح، الاستجابة الترددية لتصبح بمقدورها معالجة المعطيات الممتلئة باستخدام graph. يعد ذلك متاحاً للتطبيق من أجل شبكات الحساسات اللاسلكية بهدف معالجة المعطيات الفيزيائية الموزعة المقاسة من قبل عقد الحساسات، حيث يمثل مخطط الرسم البياني المواضع النسبية لعقد الحساسات وتقابل كل عقدة عينة من الظاهرة الفيزيائية. يهدف البحث إلى تطبيق عدة عمليات معالجة في GSP بهدف الترشيح والتحليل الطيفي لإشارة معطيات ناتجة عن عملية التحسس المنجزة من قبل شبكة حساسات لاسلكية موزعة عشوائياً، وقد أثبت النتائج إمكانية تحقيق ذلك بناء على الدراسة الرياضية وتطبيق التوابع المناسبة.

الكلمات المفتاحية: شبكات الحساسات اللاسلكية، معالجة الإشارة باستخدام مخطط الرسم البياني، مرشح محدود الاستجابة، إشارة التمثيل البياني، مصفوفة التجاور، تحويل فوريير.

* أستاذ - كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية، قسم هندسة الإلكترونيات والاتصالات - جامعة البعث - حمص - سورية.

Email: yaser.emleh@gmail.com

** مدرس - كلية هندسة تكنولوجيا المعلومات والاتصالات، قسم هندسة النظم الحاسوبية والإلكترونية - جامعة طرطوس - طرطوس - سورية.

Email: hasanalbustani@yahoo.com

*** طالبة دراسات عليا (دكتوراه) - كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية، قسم هندسة الإلكترونيات والاتصالات - جامعة البعث - حمص - سورية.

Email: noama2012@yahoo.com

Processing a Random Distributed Signal in WSN by GSP

Dr. Yaser Omleh *

Dr. Hasan Albustany**

Noama Younes***

(Received 24 / 2 / 2020. Accepted 6 / 9 / 2020)

□ ABSTRACT □

Graphs is a method to represent the irregular data produced from many surrounding physical phenomena that have complex structures. The graph signal processing (GSP) is tools used to process irregular data Signal that DSP could not process it by developing basic concepts and tools in DSP such as Fourier transform, filtering, frequency response, in order to be able to process the represented data by graph. It is available and applicable choice in WSN for processing distributed physical data, which measured by sensor nodes. The graph represents relative positions of sensors in the environment, and every node represents sample from physical phenomena.

This research aims to implement many operations to achieve filtering and spectrum analyzing for data signal produced from sensing operation performed by random distributed WSN.

The results proved that this can be achieved based on a mathematical study and the application of the available proper functions.

Keywords: Wireless Sensor Network, Graph Signal Processing, Finite Response Filter, Graph signal, Adjacency matrix.

* Professor, Department of Electronic and Comm. Department- Al Baath University- Homs- Syria.

Email: yaser.emleh@gmail.com

** Assistant Professor, ICTE Faculty- CESE Department – Tartous University- Tartous- Syria. Email: hasanalbustani@yahoo.com

*** PHD. Student - Mechanical & Elect. Engineering Faculty, Electronic and Comm. Depart. Al Baath University- Homs- Syria . Email: noama2012@yahoo.com

مقدمة:

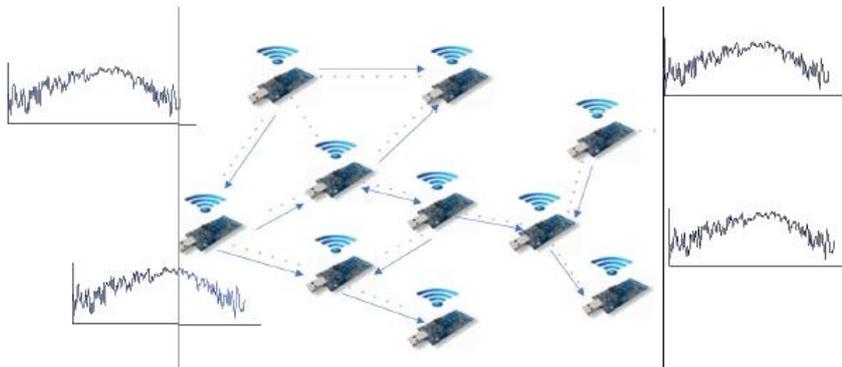
لقد تزايد الاهتمام في السنوات الأخيرة بتحليل المعطيات ذات الحجم الكبير المنبثقة عن مجالات وتطبيقات مختلفة، مثل الشبكات الاقتصادية والاجتماعية ومعطيات الفيديو والصورة وشبكات الحساسات اللاسلكية، إن الميزة العامة لقواعد المعطيات الممثلة تلك هي بنية العلاقات المعقدة بسبب آلية الارتباط بين عناصرها، هناك طريقة عامة لتمثيل هذه البنية باستخدام مخطط التمثيل البياني (Graph) فعناصر المعطيات تكون مفهومة كعقد في مخطط التمثيل (Graph vertex) وشدة ترابط العلاقات بين العناصر تكون ممثلة بحواف Graph الموزونة [1,2].

إن معالجة الإشارة التقليدية (DSP) هي الأساس لمعالجة بنى المعطيات المعقدة لكنها تعرف الإشارات المتقطعة وفق عينة منتظمة، لكن بخصوص معالجة الإشارة وفق مخطط التمثيل البياني (graph signal processing) يتم تمثيل العلاقة بين نقاط العينات كحواف في المخطط المعتمد، وبناء عليه نستطيع من خلال GSP تحليل المعطيات المعقدة التي لا تعتمد العينات المنتظمة ومتعددة الأبعاد أيضاً، بحيث يستخدم من أجل تطبيقات عديدة تتعلق بحركة المرور والتعلم وصور شبكات الدماغ وشبكات الحساسات اللاسلكية [3] وهذا الأخير هو ما ركزنا عليه في بحثنا.

إن تحليل ومعالجة المعطيات في GSP تطور على نحو متسارع، حيث يتم تطبيق تقنيات معالجة الإشارة من أجل العديد من المشاكل العملية بصورة مشابهة لمعالجة إشارات الزمن والصورة والصوت في معالجة الإشارة التقليدية (DSP) [3]. تعمل GSP وفق نموذج يشبه الدمج حيث العديد من تدفقات معلومات العينات تكون مداخل لعملية المعالجة في نقاط مختارة من مجال (الزمن، المساحة)، لا نتعامل هنا فقط مع حجم ضخم من البيانات، ولكن أيضاً مع تنوعها وسرعتها ودقتها (نظام بيانات كبير) [4].

من الميزات الأساسية للأنظمة المعقدة كشبكات الحساسات اللاسلكية هو إمكانية محاكاتها كبنية شبكة مع قمم متفرقة تمثل القيم والخصائص والميزات تمثلها الحواف التي تصف العلاقات فيما بينهم، بسبب الارتباط بين طوبولوجيا الشبكة ووظائفها لذلك فقد تم تكريس الجهود لتطوير تقنيات مخصصة لتصنيف الطبيعة المعقدة للبنى الشبكية [1].

يعد تجميع المعطيات باستخدام الحساسات هو مثال نموذجي عن إشارات Graph، إن كل عقدة graph هي حساس والحواف تربط الحساسات المتقاربة بالمكان، إن القياسات في شبكة الحساسات اللاسلكية تشكل إشارة مفهومة وفق graph يمثل هذه الشبكة، كما هو مبين في الشكل (1) [5].



الشكل (1) نموذج graph مبسط من أجل WSN [5]

وعلى اعتبار أن GSP هو مجال منبثق لمعالجة خصائص الأنظمة المعقدة والمعطيات المقاسة، حيث تعد هذه الميزة الأساسية لشبكات الحساسات اللاسلكية المستخدمة في تطبيقات المراقبة وغير ذلك من العمليات المختلفة، فالحاجة إلى معالجة كميات ضخمة من المعطيات الهجينة غير منتظمة العينة هي أحد أسباب انبثاق GSP.

حيث تعد فعالية DSP محدودة في معالجة المعطيات الهجينة متعددة الأبعاد وبناء عليه اعتمدت نماذج graph أو الشبكة المعقدة في معالجة الإشارة في هذا المجال والتطوير في أدوات تحليل المعطيات المعقدة [6].

هنالك ارتباط وثيق بين GSP وبيئة WSN، فعندما يمثل graph المواضيع النسبية لعقد الحساسات اللاسلكية في بيئة النشر تتركز أهداف التطبيقات حينها على ضغط الإشارة وترشيح الضجيج وإعادة بناء الإشارة والمعالجة الموزعة لمعطيات الحساسات [7,8]، وبناء عليه ركزت العديد من الأبحاث في مجال GSP على بيئة WSN.

من الممكن تعريف مخطط التمثيل المرافق لـ WSN باختيار أوزان الحواف كتابع متناقص بناء على المسافة بين عقد الحساسات بما يعني أن المعطيات المستشعرة تكون متشابهة نسبياً لدى العقد المتجاورة، مما ينتج تلقائياً إشارة graph محدودة الحزمة (smooth graph signal) تسهل تطبيق اكتشاف القيم الشاذة الناتجة عن العقد غير الموثوقة بتمريرها لمرشح تمرير مرتفع ذو عتبة مدروسة مسبقاً بما يتلاءم مع قيم المعطيات المتوقعة [10][9]، أو تطوير طرق فعالة لإعادة بناء الإشارة انطلاقاً من مجموعة العينات المشتتة من قراءات عقد الحساسات المنشورة، مما ينتج حفظ في موارد الطاقة وعرض الحزمة والتأخير في تطبيقات WSN [11,12,13].

من الممكن استثمار graph في بيئة WSN لتحليل معطيات التطبيق كمعالجة المناطق المكشوفة التي تعتمد على معطيات الشبكة التي يتم توصيلها بالزمن الحقيقي مثل الطاقة والنقل وشبكات الطرق، كما في بعض الحالات كمراقبة تأثير التلوث في معالجة المعطيات الناتجة بشكل مباشر عن المناطق المكشوفة [14]، أو مراقبة وتحليل استهلاك الطاقة [15]، في [16] تستخدم أدوات معالجة الإشارة وفق GSP لتحليل الحركية والتنقل في المدن الكبيرة حيث يمكن استخلاص أنماط الحركية واكتشاف الأحداث الطارئة كالازدحام، تستخدم أيضاً معاملات تحويل الموجة (wavelets) وفق GSP عند مستويات مختلفة عن الأصل والانتشار وتوسع اختناق الازدحام [16].

ليس من الضروري أن تعطي العلاقة بين قيم الحساسات تقيماً دقيقاً للمسافات النسبية بين العقد بل هنالك عوامل أخرى تكون مؤثرة على المعطيات المقاسة مثل العوائق الجغرافية (في حالة قياس درجة الحرارة) والتفاعل بين نماذج الشبكات المختلفة، في بعض الأحيان يكون الارتباط بين القيم المقاسة غير واضح مما يقود إلى تقنيات استنتاج مخطط التمثيل البياني (learning a graph) [17]، إن العديد من معاملات معالجة الإشارة وفق GSP تكون معنية بالتطبيق الموزع في شبكات الحساسات اللاسلكية واسعة النطاق، حيث معاملات الضارب لمخطط التمثيل البياني يتم تقريبها وفق كثير حدود Chebyshev في التطبيقات الموزعة للترشيح والتنعيم وإزالة الضجيج [18]، تم في المرجع [19] دراسة وتقييم طرق إعادة بناء الإشارة المتغيرة مع الزمن ومحدودة الحزمة المقاسة من قبل مجموعة من عقد الحساسات وهذا ما يفتح الباب لتطوير العديد من خوارزميات GSP الموزعة التي تكون ملائمة لشبكات الحساسات الضخمة (large-scale networks) والتطبيقات ذات الكم الهائل من المعطيات. تم في المرجع [20] اعتماد GSP لتحديد المواقع الأمثل لعقد الحساسات بهدف تحسين بارامترات التطبيق المفترض، أيضاً في المرجع [10] طبقت فيه تقنيات الإنذار في WSN ضمن مجال GSP.

قمنا في هذا البحث بالتركيز على إعادة تجميع عينات الإشارة الصوتية وتطبيق تحويل فوريير وفق مخطط التمثيل البياني من أجل تحسين التحليل الطيفي للإشارة الهدف في البيئة المحيطة كما وظفنا عملية الترشيح بهدف فرز وانتقاء المعطيات غير الصالحة من بين قراءات العقد المقترضة.

أهمية البحث وأهدافه:

تعد معالجة الإشارة المنقطعة وفق تمثيل الرسم البياني (DSPG) discrete signal processing on graphs كأداة للتمثيل والتحليل ومعالجة المعطيات المفهرسة وفق تمثيل بياني عشوائي، وهو تطوير لمعالجة الإشارة المنقطعة التقليدية (DSP) ذو البنية الخطية لإشارات الزمن والصوت والصورة إلى معالجة مجموعات المعطيات ذات البنى والارتباطات المعقدة، حيث تم تحليل النموذج الرياضي لإشارة المعطيات ودراسة المعادلات الرياضية الخاصة بعملية الترشيح من أجل المرشح محدود الاستجابة (FIR) وتحويل فوريير وتطبيقها من أجل إشارة صوتية وفق Graph. سننظر في هذا البحث إلى مفاهيم DSP الأساسية للإشارات والمرشحات الرقمية ضمن إطار Graph، ومناقشة خصائص وآلية تمثيل الإشارة في GSP على مستوى WSN وتقييم إمكانية تحقيق عملية الترشيح ضمن تطبيق مراقبة البيئة بناء على التحليل الترددي للإشارة الصوتية في بيئة شبكات الحساسات اللاسلكية.

طرائق البحث ومواده:

تم استخدام المكتبة PyGSP [21] في لغة Python التي تعد كمنفذ إلى المكتبة GSP في البيئة البرمجية MATLAB، التي تسهل بناء Graph ومعالجة الوظائف في كافة مجالات استخدامه، وترتبط بين المفاهيم النظرية والتوابع الوظيفية المحققة لعمليات معالجة الإشارة في GSP، إن تحقيق الارتباط مع Matlab تم مؤخراً من أجل نماذج التوابع الأساسية. يعد GSPBox كأداة MATLAB/Python مفتوحة المصدر مصممة من أجل معالجة الإشارة وفق graph ومهام معالجة المعطيات مثل الترشيح، إزالة الضجيج، التصنيف وتمثيل المعطيات وإظهارها [22]. تتمثل الميزات الحالية ببناء graph ومعاملته، وتعلم graph، مع طرق الترشيح الطيفي..إلخ.

1. إشارات الرسم البياني (Graph signal):

من الممكن تصور معطيات graph كمجموعة منتهية من العينات مع عينة واحدة لدى كل قمة، يمكن تصور كل من إشارة graph مع N عقدة والإشارة الزمنية المنقطعة الكلاسيكية مع N عينة كشعاع في R^N ، يتمثل العائق الأساسي أمام تطبيق تقنيات DSP في graph في أن معالجة إشارة graph بنفس الطرق كما الإشارة الزمنية المنقطعة يتجاهل الارتباطات الأساسية في مجال المعطيات الغير منتظمة، بشكل عام فالهدف من GSP هو دراسة مجموعات المعطيات لاستكشاف الارتباط، التشابه، التقارب الفيزيائي، وخصائص أخرى، والتناسب بين عناصر مجموعات المعطيات في القمم، حيث يعبر عن هذه العلاقة اصطلاحاً بـ Graph .

بغض النظر عن الخصائص المختلفة لكل مجموعة معطيات، فإذا تم تمثيلها وفق صيغة عددية نستطيع استعراضها كمجموعة من الأشعة كما في المعادلة (1):

$$S = \{s : s = (s_0, \dots, s_{N-1})^T, s_n \in C\} \quad (1)$$

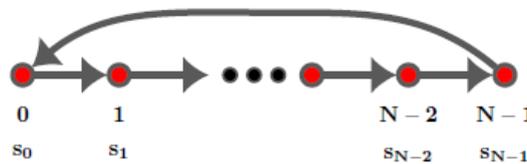
حيث تمثل العلاقة بين العينات S_n من S كمخطط تمثيل بياني $G = (V, A)$ ، تكون فيه القمم $V = \{V_0, \dots, V_{N-1}\}$ مجموعة من N عقدة و A هي مصفوفة التجاور الموزونة (weighted adjacency matrix $N \times N$). حيث يتم مقابلة كل معامل S_n بعقدة V_n وقيمة موزونة $A_{n,m}$ للحواف الموجهة من V_n إلى V_m أما $A_{n,m} \neq 0$ التي تعكس درجة الارتباط من S_n إلى S_m يمكن أن تأخذ قيمة حقيقية أو عقدية عشوائية. نشير إلى مجموعة العقد المرتبطة بـ V_n كمجموعة معرفة وفق $N_n = \{m | A_{n,m} \neq 0\}$.

إذا كان graph غير موجه فالعلاقة متناظرة بين القيم $A_{n,m} = A_{m,n}$ والعقد تكون متجاورة. باستخدام مفهوم التمثيل البياني السابق بمقدورنا أن ندعو الإشارة S وفق اصطلاحاً بالإشارة graph signal وفق تابع التقابل كما في المعادلة (2):

$$S : \nu \rightarrow C \quad (2)$$

$$U_n \rightarrow s_n$$

عندما تكون الإشارات ذات قيم معقدة ومن المتاح جمعها معاً أو معايرتها بمعاملات ثابتة فهي تشكل فضاء شعاعي وبناء عليه تمثل المجموعة S فضاء شعاعي عقدي من N-dimensional هو $S = C^N$. لتوضيح إشارات graph على نحو أبسط من الممكن أن نأخذ مثال سلسلة زمنية منقطعة دورية (إشارة معيارية في DSP) حيث يمكن تمثيلها بـ graph دائري موجه (directed cyclic graph) كما هو موضح بالشكل (2)، يتم تمثيل مفهوم السببية للسلاسل الزمنية بحواف graph تكون موجهة جميعاً ولديها نفس قيمة الوزن أما الخاصية الدورية فتتمثل بوجود الحافة من V_{N-1} إلى V_0 .



الشكل (2) نموذج مبسط لإشارة التمثيل البياني

وعلى اعتبار أن GSP يطور نظرية معالجة الإشارة المنقطعة (DSP) من أجل الإشارات الزمنية والصور إلى إشارات مفهومة كقيم في graph، فإن هنالك طريقتان أساسيتان من الجانب الرياضي لمعالجة الإشارة في هذا المجال، تستخدم الأولى مصفوفة Laplacian كوحدة بناء أساسية، أما الثانية تعتمد مصفوفة Adjacency كوحدة بناء أساسية أخرى، إن كلا الإطارين يقدمان مفاهيم عديدة ومتشابهة لمعالجة الإشارة في GSP لكن هذا الاختلاف في المنطلق الأساسي يقود إلى تقنيات مختلفة في تحليل الإشارة ومعالجتها [23].

2. التمثيل الجبري لـ GSP (Algebraic representations of GSP):

إن تطوير DSP وفق مخطط الرسم البياني الخطي الذي يحافظ على الخصائص مع عملية الانزياح الزمني (linear time shift invariant) يكون انطلاقاً من إشارة $s \in C^N$ مداخلها مفهومة بـ N عقدة من graph عشوائي مفترض $G = (V, E)$ ، U_1, \dots, U_N ، حيث نفترض أن graph لديه أوزان حواف ω_{ij} تشير إلى وزن الحافة من $U_j \rightarrow U_i$ وبناء عليه نعرف الصيغ الجبرية الآتية وفق الجدول (1) [3,9]:

الجدول (1): الصيغ الجبرية في GSP

| | |
|--|---|
| مصفوفة التجاور (adjacency matrix) | هي A بحيث أن $(A)_{ij} = \omega_{ij}$ ، A تكون متناظرة |
| مصفوفة الدرجة (degree matrix) | المصفوفة القطرية D التي مداخلها $(D)_{ii} = \sum_{j=1}^N (A)_{ij}$ $(D)_{ij} = 0, i \neq j$ |
| المصفوفة combinatorial graph Laplacian | $L = D - A$ |
| symmetric normalized Laplacian | $\ell = D^{-1/2} L D^{-1/2}$ |

اعتمدنا في بحثنا مصفوفة التجاور (Adjacency matrix) A كدليل انزياح [24]، مع وجود خيارات أخرى مثل Laplacians [25] أو اشتقاق عنهما [26]، تمثل مصفوفة التجاور الانزياح في DSP وتطبق على graph موجه أو غير موجه، في حين أن graph Laplacian تطبق فقط على graph غير موجه بحيث أن L متناظرة وتحقق الخاصية positive semi-definite التي تجنبنا الصعوبات العددية والتحليلية من الناحية الرياضية التي تظهر عند اختيار A أيضاً فإن graph Laplacian spectra تدرس على نطاق واسع في مجال نظرية graph الطيفية [27].

ينطلق تطوير الطرق القائمة على Laplacian من أجل معالجة الإشارة في graph بمقابلة المفاهيم الأساسية في DSP، فمن أجل تحويل فوريير لإشارات graph فإن تحليل الإشارات وفق أساس eigenbasis of the graph Laplacian يشابه تحويل فوريير التقليدي الذي يعتمد إشارات أسية تكون eigenfunctions لمعامل Laplacian أحادي البعد، وتكون الترددات عندئذ هي eigenvalues لمعامل Laplacian، أما المعامل يكون متناظراً و positive semi-definite وبالتالي فإن ترددات graph هنا هي قيم حقيقية ومرتبطة فقط من أجل إشارات الزمن، مما يعني أن مفاهيم الترددات العالية والمنخفضة تعرف بسهولة بهذه الطريقة بناء على المعامل ذو الخاصية (symmetry and positive semi-) definiteness [3].

3 مفاهيم DSP وفق مخطط التمثيل البياني:

انطلاقاً من أهمية وحدة التأخير الزمني في DSP التي تركز على دراسة الإشارات الزمنية، ومفهوم GSP الذي يطور مفاهيم الدراسة في DSP إلى عينات الإشارة المفهرسة بناء على عقد graph، فإن كل من DSP و GSP يدرس الإشارات وتمثيلها، والأنظمة التي تعالج الإشارات كالمرشحات وتحويلات الإشارة مثل تحويل زد وتحويل فوريير، تقطيع الإشارات وغير ذلك [3].

عندما نعتبر N عينة من إشارة $s = \{s_n : n = 0, 1, \dots, N-1\}$ ، والمرشح من النوع FIR، فإن تحويل Z للإشارة الزمنية هو $s(z)$ ، حيث الإشارة s يمكن أن تكون حقيقية أو عقدية كما تنظم العينات s_n كمجموعة مرتبة حيث العينة s_n عند الزمن n تسبق العينة s_{n+1} عند الزمن n+1 وتأتي بعد العينة n-1 عند اللحظة n-1.

بمعنى آخر تمثل الإشارة بنسق من العينات (N-tuple) هي $(s_0, s_1, \dots, s_{N-1})$ ، يتم تحقيق هذا التمثيل بمتغير اصطلاحي يدعى z^{-1} يطبق عملية التأخير (shift, delay) بحيث يتم تمثيل الإشارة بـ N عينة بالمعادلة الآتية:

$$s(z) = \sum_{n=0}^{N-1} s_n z^{-n} \quad (3)$$

من أجل تطوير المفاهيم والأدوات في مجال DSP بما يناسب GSP علينا إعادة تفسير الإشارات المنتهية كأشعة وليس كنسق من المعطيات. ولدينا في DSP مرشحات h حيث تم تمثيل FIR ككثير حدود في Z^{-1} كما في (4)

$$h(z) = \sum_{n=0}^{N-1} z^{-n} \quad (4)$$

إن S_{out} للمرشح h يتم تطبيقه على الإشارة S_{in} بحيث تكون: $S_{out}(z) = h(z) \cdot S_{in}(z)$. ومن أجل الإشارات المحدودة زمنياً والجداء أعلاه ينتج $S_{out}(z)$ الذي يعد كثير حدود في Z^{-1} من الدرجة N-1، وإذا اعتبرنا التكرار الدوري للإشارة حيث تكون العينة S_N مساوية للعينة S_0 ، حيث $S_N = S_n \bmod N$ ، بمعنى أن المسار الحقيقي يتكرر حول الدائرة معرّفاً للإزاحة أو مرشح التأخير $h_{shift}(z) = z^{-1}$ ، فعندما يتم تطبيق الإشارة $s_{in} = (s_0, s_1, \dots, s_{N-1})$ على الدخل ينتج الخرج $s_{out} = h_{shift} \cdot s_{in} = (s_{N-1}, s_0, s_1, \dots, s_{N-1})$.

عند إعادة كتابة الإشارة $s = (s_0, s_1, \dots, s_{N-1})$ كشعاع وفق $s = [s_0, s_1, \dots, s_{N-1}]^T \in C^N$ ، كما نعتد للتعيم الإشارة ذات القيم العقدية وبتطبيق المفاهيم السابقة يتم تمثيل h بمصفوفة H ومقابلة علاقة جداء مصفوفة بشعاع وفق $S_{out} = H \cdot S_{in}$ مع مرشحات ممثلة بمصفوفات وإشارات ممثلة بأشعة، فإن عملية تأخير المرشح تكون موافقة للضرب بمصفوفة دائرية A_c تعطي كانزياح دائري وفق $[s_{N-1}, s_0, \dots, s_{N-2}]^T = A_c \cdot [s_0, s_1, \dots, s_{N-1}]^T$. حيث يعبر عن A_c كما في المعادلة (5):

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & & & & & \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

إن تفسير graph من أجل مفاهيم DSP يتم بواسطة مصفوفة انزياح A_c مكونة من $(0, 1)$ تعد كمصفوفة تجاور لمخطط الرسم البياني، تمتد أسطر وأعمدة A_c من 0 إلى $N-1$.

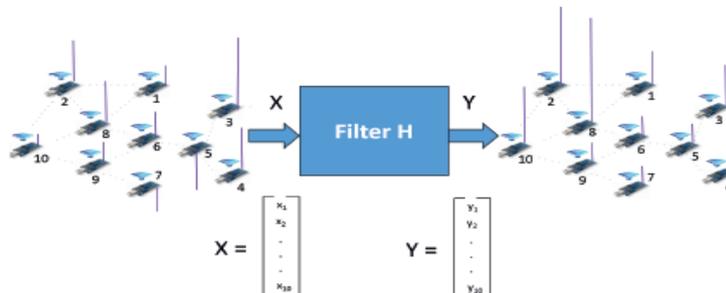
يعرف graph $G_c = (V, E)$ من مجموعة عقد $V = \{0, 1, \dots, N-1\}$ ، فالسطر n من A_c يمثل مجموعة من حواف الدخل للعقدة n في G_c إذا كان هنالك دخل 1 لدى العمود 1 و $A_{c,nl} = 1$ حيث يكون هنالك حافة من 1 إلى n وتكون A_c عندئذ مصفوفة تجاور من أجل graph دائري كما هو مبين في الشكل (2).

يتبين هنا أننا نخصص دور مضاعف للمصفوفة A_c حيث يمثل التأخير z^{-1} في DSP بمصفوفة التجاور في graph، كما يتبين أن المرشح h هو كثير حدود من وحدة التأخير يبني من تركيبات تسلسلية وتفرعية منها فهي وحدة بناء أساسية بمقدورنا أن نبني بناء عليها مرشحات أكثر تعقيداً.

هناك خاصية مهمة في DSP تمت ملامعتها في GSP تنطلق من الصيغة $z^{-1} \cdot h(z) = h(z) \cdot z^{-1}$ وهي عدم التغير مع الانزياح (shift invariance). بمعنى أن المرشح تبادلي مع الانزياح، أي أن التأخير لإشارة الدخل ثم تطبيق عملية الترشيح للإشارة المؤخرة هو نفسه ترشيح إشارة الدخل أولاً ثم تأخير الخرج المرشح.

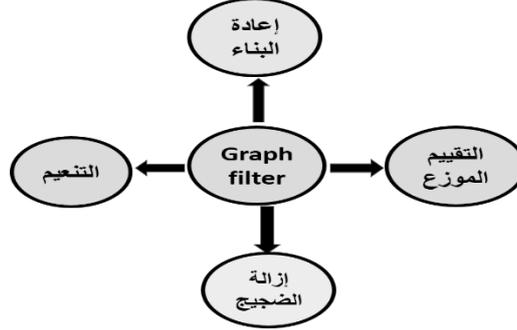
4. مرشحات مخطط التمثيل البياني (Graph Filters):

يشابه مفهوم الترشيح في GSP لما يقابله في DSP، إن مرشحات graph هي أنظمة تطبق إشارة مخطط التمثيل البياني كدخل وتنتج إشارة أخرى مفهومة بنفس مخطط التمثيل كخرج، كما هو موضح في الشكل (3)، يفيد الترشيح في انجاز مهام وظيفية عديدة إضافة إلى تطبيقاته في عدة مجالات [5].



الشكل (3): نموذج تمثيلي لعملية الترشيح وفق مخطط الرسم البياني [5]

تصنف هذه التطبيقات إلى عمليات معالجة تتعلق بالترشيح وإزالة الضجيج وإعادة البناء والتقييم الموزع كما هو مبين في الشكل (4).



الشكل (4): تصنيف تطبيقات عملية الترشيح وفق مخطط الرسم البياني [5]

باستخدام تمثيل graph للسلاسل الزمنية الدورية المحدودة كما هو مبين في الشكل السابق (2) والتي من أجلها مصفوفة adjacency A هي مصفوفة دائرية $N \times N$ مع قيم أوزان تعطي في المعادلة (6).

$$A_{n,m} = \begin{cases} 1 & \text{if } n - m = 1 \pmod{N} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

بإمكاننا أن نكتب خرج الانزياح الزمني وفق الصيغة $\tilde{s} = As$.

يتم في GSP تطوير مفهوم الانزياح السابق إلى مصطلح graph shift الذي يتم تحقيقه باستبدال العينة s_n لدى العقدة v_n بتركيبية خطية موزونة من عينات العقد المجاورة وفق المعادلة (7):

$$\tilde{s}_n = \sum_{m=0}^{N-1} A_{n,m} s_m = \sum_{m \in N_n} A_{n,m} s_m \quad (7)$$

إن تمثيل graph shift كعملية ضرب مصفوفة بعمود وعموماً أي مصفوفة H بحيث يكون $H \in C^{N \times N}$ من أجل إشارة دخل $s \in S$ فالخرج سيكون إشارة graph أخرى وفق المعادلة $\tilde{s} = Hs$ تقابل خرج graph filter، وعلى اعتبار أن مرشحات graph تكون خطية من أجل أي $H, G \in C^{N \times N}$ ، فخرج التركيبية الخطية في هذه الأنظمة هو تركيبية خطية من خارجها $(\alpha H + \beta G)s = \alpha Hs + \beta Gs$ [23].

نركز في بحثنا على (shift-invariant graph filters) والذي من أجله يكون تطبيق الانزياح في الخرج مكافئاً لتطبيقه في الدخل في مرحلة ما قبل الترشيح $A(Hs) = H(As)$.

يمكن تحقيق بنية H الخطية الغير متغيرة مع الزمن كعلاقة كثير حدود في مصفوفة الانزياح A ، عندما تكون المصفوفة H graph تبادلية مع المصفوفة A shift فإنها تعد بذلك كثيرة حدود في A ، ندعو المعاملات h_l لكثير الحدود $h(x)$ بـ graph filter taps، إن كل مرشح graph يتم تمثيله بـ taps، فمرشحات graph في DSPG تكون متوافقة مع نظرية DSP، فعند معالجة السلاسل الزمنية الدورية المتقطعة يتم تمثيلها بـ graph موجه وفق الشكل (3) ولتكن مصفوفة

adjacency دائرية بأبعاد $N \times N$ ، يكون من أجل أي مرشح $h(A) = h(C^N) = \sum_{l=0}^{N-1} h_l C_N^l$ تحسب معاملات خرجه $s = h(C^N)s$ وفق المعادلة (8):

$$\hat{s} = h_n s_0 + \dots h_0 s_n + h_{N-1} s_{n+1} + \dots h_{n+1} s_{N-1} \quad (8)$$

$$= \sum_{k=0}^{N-1} s_k h_{(n-k \bmod N)}$$

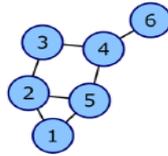
حيث يتضح أنها علاقة الطي الدائري في DSP.

يتمثل الارتباط بين graph shift و adjacency matrix من ناحية أن graph shift هو elementary filter يكون خرج إشارة graph مع قيمة معطية لدى العقدة n تكون بمثابة تركيبة خطية موزونة من قيم إشارة الدخل لدى العقد الجيران n مع حواف موزونة مناسبة، يفسر graph shift كمؤشر خطي من الدرجة الأولى، هناك تفسير آخر لـ graph filter ينطلق من نظرية Markov chain مع مصفوفة Adjancey تمثل مصفوفة الاحتمال للانتقال بخطوة واحدة لسلسلة تكون معبرة عن تغيراتها [3].

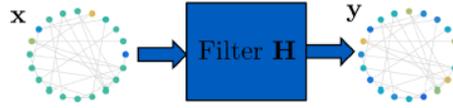
لدينا مثال رياضي من أجل توضيح آلية تنفيذ ترشيح وفق تمثيل الرسم البياني بناء على المعطيات الآتية:

$$x = [-1, 2, 0, 0, 0, 0]^T, \quad h = [1, 1, 0.5]^T, \quad y = \left(\sum_{l=0}^L h_l S^l \right) x = \sum_{l=0}^L h_l x^{(l)}$$

يبين الشكل (a-5) نموذج مخطط التمثيل البياني من أجل الحساب الرياضي:



نموذج الرسم البياني (b)



الشكل (5): تصور تمثيلي لعملية الترشيح (a)

يتم تحقيق الحساب الرياضية وفق المعادلة (9):

$$S = A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad y = \sum_{l=0}^L h_l S^l x = \sum_{l=0}^L h_l x^{(l)} \quad (9)$$

$$y = h_0 x^{(0)} + h_1 x^{(1)} + h_2 x^{(2)}$$

$$x = [-1, 2, 0, 0, 0, 0]^T, \quad h = [1, 1, 0.5]^T \Rightarrow \{x^{(0)}, x^{(1)}, x^{(2)}\} \Rightarrow y$$

ينتج الخرج الآتي:

$$x^{(0)} = x = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x^{(1)} = Sx^{(0)} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x^{(2)} = Sx^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{بناء على}$$

$$y = 1x^{(0)} + 1x^{(1)} + 0.5x^{(2)} = \begin{pmatrix} 1.0 \\ 2.5 \\ 1.5 \\ 1.5 \\ 0.0 \end{pmatrix}$$

5. تحويل فوريير لمخطط التمثيل البياني (Graph Fourier Transform):

يتم في graph اعتماد مصفوفة adjacency موزونة كمعامل انزياح وبناء على ذلك يتم تطوير المفاهيم المناسبة المتعلقة بتحويل Z والاستجابة النبضية والترددية والطبي وتحويل فوريير.

يقوم تحويل فوريير بتحليل إشارة graph بناء على eigenvectors لمصفوفة Adjacency ويعطى الطيف الترددي الموافق بناء على eigenvalues لمصفوفة adjacency وهذا يقابل الطريقة التي تعتمد مصفوفة Laplacian حيث تحويل فوريير والطيف هما eigenvectors و eigenvalues لـ graph Laplacian.

يتم في تحويل فوريير تحليل الإشارة إلى إشارات توافقية وفق أسس فوريير التي تبدي ثباتاً في الخصائص وفق عملية الترشيح، بمقابل ذلك وضمن إطار عمل DSP_G يمثل أساس graph Fourier بتحليل Jordan basis لمصفوفة التجاور A، حيث تدعى القيم الذاتية المستقلة $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{M-1}$ لمصفوفة التجاور A ترددات منحني الرسم البياني (graph frequencies) أما طيف graph و Jordan eigenvectors التي توافق التردد λ_m فتدعى العناصر الترددية الموافقة للتردد mth حيث أن العديد من eigenvectors توافق نفس القيمة الذاتية.

تشكل Jordan eigenvectors أعمدة المصفوفة V في تحليل Jordan وفق $A = VJV^{-1}$ ، عندئذ فإن GFT لإشارة s graph تكون وفق $\hat{s} = Fs$ حيث $F = V^{-1}$ هي مصفوفة تحويل GFT، إن قيم \hat{s} من أجل GFT تحدد سمات المحتوى الترددي للإشارة s، إن التحويل المعاكس inverse graph Fourier transform يعطي بالعلاقة $s = F^{-1}\hat{s} = V\hat{s}$ التي تعيد بناء الإشارة الأصلية من المحتويات الترددية بيناء تركيبية خطية من العناصر الترددية الموزونة بمعاملات تحويل الإشارة.

6. الاستجابة الترددية (Frequency representations):

إذا انطلقنا من معادلة المرشح الخطي $h.s_{in} = \alpha s_{in}$ في DSP حيث α قيمة معايرة من حقل الأساس بحيث تكون S_{in} بمثابة eigen signals للمرشح h، وعلى اعتبار أننا نعرف المرشحات كمصفوفات في GSP و eigen signals لـ h تكون أشعة القيم الذاتية H الموافقة، نحتاج إلى مصفوفة الانزياح A من أجل أشعة القيم الذاتية A عندئذ نكتب $A = V\Lambda V^{-1}$ حيث $V = [v_0 \dots v_{N-1}]$ هي مصفوفة من N شعاع للقيم الذاتية من A، أما $\Lambda = \text{diag}[\lambda_0 \dots \lambda_{N-1}]$ هي مصفوفة مستقلة من القيم الذاتية من A وبسبب أن A لديها مجموعة متكاملة من أشعة القيم الذاتية فإن V هو قابل للعكس، عندئذ يمكن كتابة كثير حدود المرشح كما في المعادلة (10):

$$H = h(A) = h(V\Lambda V^{-1}) = \sum_{m=0}^{M-1} h_m (V\Lambda V^{-1})^m = V h(\Lambda) V^{-1} \quad (10)$$

حيث $h(\Lambda)$ هي مصفوفة قطرية وفق الصيغة $h(\Lambda) = \text{diag}[h(\lambda_0) \dots h(\lambda_{N-1})]$ والأشعة الذاتية لـ A هي توابع ذاتية للمرشح (كثير حدود) كما هو موضح في المعادلة (11):

$$H v_m = V h(\Lambda) V^{-1} v_m = V h(\Lambda) e_m = h(\lambda_m) v_m \quad (11)$$

حيث e_m هي شعاع صفري باستثناء دخل m مساوي الواحد، إن المعادلة السابقة (11) تكون بمثابة نظير GSP بالنسبة لـ DSP والتي تكون فيها توابع القيمة الذاتية مداخل للأنظمة الخطية.

إن استجابة المرشح للإشارة الأسيية توافق قيمة الأس بعد تضخيمه أو تخميده بريح ما، حيث يكون ذلك في المجال الترددي للمرشح عند تردد إشارة الأس، وبالعودة إلى خاصية الثبات في الأنظمة الخطية في DSP وتبعاً للمعادلة السابقة (11) يتبين عدم تغير أشعة القيم الذاتية لمعامل الانزياح A على إثر عملية الترشيح $graph$.
وأخيراً باستخدام معادلة الانزياح السابقة نقدم شرح رياضي عن تحويل فوريير لإشارات $graph$ ، حيث يمكن إعادة كتابتها وفق المعادلة (12):

$$A_c = DFT_N^{-1} \begin{pmatrix} e^{-j\frac{2\pi 0}{N}} \\ \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi(N-1)}{N}} \end{pmatrix} DFT_N \quad (12)$$

$$DFT_N = \frac{1}{\sqrt{N}} [\omega_N^{kn}] , \omega_N = \exp^{-j\frac{2\pi}{N}} \quad (13)$$

هي مصفوفة فوريير المتقطع، حيث تكون مصفوفة العكس $DFT_N^{-1} = DFT_N^H$ كمصفوفة الأشعة الذاتية لـ A_c .
إن القيم الذاتية لـ A_c $n = 0, \dots, N-1$ تكون بمثابة مداخل قطرية للمصفوفة في المعادلة (13).
انطلاقاً من تحليل (eigen decomposition) للمصفوفة A فإن GFT هو عكس المصفوفة V للأشعة الذاتية لمصفوفة الانزياح A وفق $F = V^{-1}$.

إن أعمدة V هي عناصر طيفية وقيم ذاتية من أجل A ، والمداخل القطرية λ_k للمصفوفة Λ هي ترددات $graph$ التي تكون ذات قيم عقدية من أجل مصفوفة انزياح A غير متناظرة (تمثيل بياني موجه).

$$\hat{s} = F s = V^{-1} s = [f_0 s \dots f_{N-1} s]^T \quad \text{إن } GFT \text{ لإشارة } graph \text{ } s \text{ تعطى وفق تحليل فوريير}$$

حيث f_k هو شعاع السطر، أي السطر k -th من F ، معاملات GFT أو العناصر الطيفية للإشارة s يتم حسابها باستخدام جداء الضرب الداخلي $\hat{s}(\lambda_k) = \hat{s}_k = f_k s = \langle f_k^H, s \rangle$

عندئذ تحليل طيف فوريير للإشارة يتم الحصول عليه بمعكوس GFT وفق التعبير التركيبي لـ GFT :

$$s = F^{-1} \hat{s} = V \hat{s} = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{s}_k v_k = \sum_{k=0}^{N-1} \langle f_k^H, s \rangle v_k = V [\langle f_0^H, s \rangle \dots \langle f_{N-1}^H, s \rangle]^T \quad (14)$$

إن الأشعة الذاتية λ_k لـ A ، وأعمدة V هي عناصر طيفية فالمعادلة (14) هي تركيب الإشارة الأصلية s من العناصر الطيفية v_k ، والمعاملات \hat{s}_k للتحليل هي عناصر طيفية لـ S [3,9].

7. تفسير ترددات منحني التمثيل البياني في GSP:

يمكن تفسير ترشيح إشارة $graph$ (ضرب الشعاع بـ H) في المجال الطيفي، انطلاقاً من الصياغة $h \cdot s_{in} = \alpha s_{in}$ فإن الخرج s_{out} من أجل دخل s_{in} للمرشح h يكون كالآتي:

$$\begin{aligned}
s_{out} &= H s_{in} = \underbrace{V h(\Lambda) (V^{-1} s_{in})}_{\text{Fourier transf}} = \underbrace{V \text{diag} [h(\lambda_0) \dots h(\lambda_{N-1})]}_{\text{Filtering in graphFourierspace}} \hat{s}_{in} \\
&= \underbrace{V [h(\lambda_0) \hat{s}_{in_0} \dots h(\lambda_{N-1}) \hat{s}_{in_{N-1}}]}_{\text{Inverse Fourier tranf}}^T
\end{aligned} \quad (15)$$

بناء على هذه المعادلة يتم انجاز الترشيح بواسطة H أولاً: بأخذ GFT العكسي للدخل $(V^{-1} s_{in})$ يتبعه ضرب ثنائي في المجال الترددي لإشارة تحويل GFT \hat{s}_{in} بالاستجابة الترددية للمرشح $[h(\lambda_0) \dots h(\lambda_{N-1})]^T$ المعطى في المعادلة (15)، أخيراً فإن GFT المعاكس بحسب الخرج ثانية على مستوى عقد graph.

تختزل نظرية ترشيح GFT عملية الترشيح graph إلى تحويلين وضرب ثنائي في المجال الطيفي.

ترتبط هذه المفاهيم مباشرة في مجال الزمن بقيم التردد $\Omega_k = \frac{2\pi k}{N}$, $k = 0, 1, \dots, N-1$ ، حيث ترتبط هذه الترددات مباشرة بدرجة تفاوت العناصر الترددية، مثلاً التردد الأدنى $\Omega_0 = 0$ يوافق التغير الأدنى للعنصر الترددي ويكون ثابت ويقابل العنصر الطيفي DC، أما التردد الذي يليه $\Omega_1 = \frac{2\pi}{N}$ يمثل العنصر الطيفي ذو التفاوت الأعلى وهكذا، أي هناك تقابل ثنائي بين ترتيب التردد ودرجة التفاوت الموافقة أو التعقيد لعنصر التردد.

مع توضيح مفهوم التردد نستطيع تطوير مكافئات في GSP لمفاهيم لإشارات ومرشحات التمرير، أيضاً تطوير تصاميم فعالة للمرشحات حيث يتم تعريف التردد انطلاقاً من القيم الذاتية لمصفوفة الانزياح الدائرية A_c [25].

بمقدورنا ترتيب ترددات graph بربطها بتعقيد العنصر الطيفي، والذي يمكن قياسه بالتفاوت الكلي (total variation) المرافق للعنصر الطيفي وفق الصيغة

$$TV_G(v_k) = \|v_k - A^{norm} v_k\|_1$$

حيث $\| \cdot \|_1$ التوحيد 1 و $A^{norm} = \frac{1}{\lambda_{max}} A$ ، باستخدام هذا λ_m تكون أكبر من

تردد graph λ_l إذا كان $TV(v_m) > TV_G(v_l)$ بافتراض ترددات graph من الأدنى للأعلى، تكون الإشارة s ذات تردد منخفض إذا كانت معاملات فورير صفرية من أجل $0 \leq l < N-1$, $l, k > l$ وعلى نحو مشابه نعرف الإشارات والمرشحات محدودة الحزمة ومرتفعة الحزمة [3,9].

في معالجة الإشارة التقليدية فإن مفاهيم الترددات المرتفعة والمنخفضة لها تفسير واضح حيث المحتوى الترددي للسلاسل الزمنية والصور الرقمية يتم توصيفه بإشارات جيبيية حقيقية أو عقدية تتأرجح عند معدلات متباينة عن معدلات الاهتزاز ويتمثل المفهوم الفيزيائي للترددات المرتفعة والمنخفضة بكون العناصر الترددية المنخفضة تتأرجح أقل والعناصر الترددية العليا تتأرجح أكثر، مع هذا فإن هذه المفاهيم لا تمتلك تفسيرات مشابهة بالنسبة GSP ولا يبدو واضحاً كيفية ترتيب ترددات graph لتوصيف المحتوى الترددي المنخفض والمرتفع للإشارة.

بمقابل ذلك فإن ترتيب ترددات graph يكون بناء على كيفية اهتزاز العناصر الطيفية ضمن مخطط الرسم البياني المفهرس أي كيفية التغير من العقدة إلى العقد المجاورة وتقدير هذه الكمية، يتم ذلك بناء على تابع graph total variation الذي يقيس مقدار تغير عينات الإشارة (قيم إشارة العراف لدى كل عقدة) بالمقارنة مع عينات العقد المجاورة، حيث تعمل هذه الطريقة بصورة مشابهة لنظرية DSP التقليدية أي أن الاهتزازات في إشارات الزمن والصورة يتم تقييمها بناء على التفاوتات المطلقة المعروفة نسبياً في GSP.

وفق مصفوفة Laplacian، فإن ترتيب الترددات يتم بناء على الصيغة التربيعية وليس مفهوم التفاوت المطلق لقيم إشارة graph. حالما نرتب الترددات بناء على تابع التفاوت المطلق في graph فإننا نعرف مفاهيم الترددات المرتفعة والمنخفضة وإشارات graph ذات ترددات الحزمة المنخفضة أو المرتفعة [9]، حيث قمنا بتوضيح هذه المفاهيم لنستخدمها بشكل فعال في تحليل شبكات الحساسات اللاسلكية.

أود أن أشير هنا إنه لاتزال العديد من القضايا قيد الدراسة حول تطوير المفاهيم والأفكار الأساسية من معالجة الإشارة التقليدية إلى معالجة الإشارة وفق graph وبشكل أساسي فيما يخص التوصيف الدقيق لمفهوم التردد وتمثيل إشارة graph وفق الخصائص المرغوبة المناسبة (التموضع، تردد العينات الحدي، التعامد) أيضاً قضية إشارات العينات وفق graph التي تقوم على فكرة أساسية بتعريف صنف الإشارات محدود الحزمة من أجل أول k تردد من GFT، ثم تعريف الشروط الضرورية والكافية لاستعادة الإشارة من تلك العينات، إن مفهوم العينة يكون مختلف في graph مقارنة مع DSP بسبب الافتقار إلى أنماط العينات المنتظمة، وأخيراً فإن أساس التطوير من وجهة نظر الباحثين من DSP إلى GSP يكون قائماً على البحث في مفاهيم الثبات (stationarity) والتموضع (localization) للإشارات.

النتائج والمناقشة:

ضمن إطار تطبيقات القياس الموزع في شبكات الحساسات اللاسلكية في مجال المراقبة البيئية والصناعية والطبية، نفترض هنا أن شبكات الحساسات مكونة من عقد حساسات منشورة في حقل المراقبة، كما تستشعر مصدر إشارة المعلومات ولتكن إشارة الصوت، ومهمة الحساسات هي تحصيل عينات هذه الإشارة المتولدة من المحيط بهدف تطبيق توابع معالجة من ترشيح وتحليل طيفي.

تم استخدام GSP كنموذج معالجة الإشارة لدمج المعلومات في شبكات الحساسات اللاسلكية، حيث نعتبر هنا سيناريو مبسط لمهمة قياس موزعة لعقد الحساسات حيث تكون $x(t)$ هي إشارة المصدر التي تكون هدف القياس، تصل الإشارة المستقبلية إلى الحساس وفق $x(t-c)$ حيث تمثل c تأخير زمن الوصول، إن كل حساس معني بقياس عينة من الإشارة الصوتية في لحظة زمنية ما. إن الهدف هو إعادة تجميع العينات وتطبيق عمليات الترشيح والتحليل الطيفي في WSN.

2.8. الترشيح وفق مخطط الرسم البياني لإشارة العينات الصوتية.

بناء على الدراسة النظرية السابقة، يعرف الترشيح وفق مخطط التمثيل البياني $H: R^N \rightarrow R^N$ كتابع تقابل بين إشارات من نوع graph وإذا اعتمدنا المرشحات الخطية يمثل التقابل بـ $N \times N$ ولدينا تعريفان بهذا الخصوص.

التعريف الأول: وفق كثير حدود S من الدرجة L مع معاملات $h = [h_0, h_1, \dots, h_L]^T$

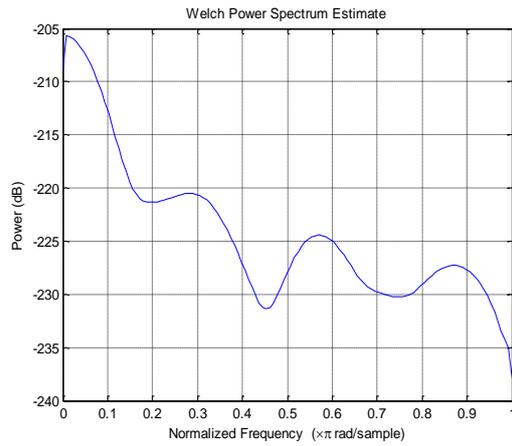
$$H := h_0 S^0 + h_1 S^1 + \dots + h_L S^L = \sum_{l=0}^L h_l S^l \quad (16)$$

التعريف الثاني: وفق معامل التعامد في المجال الترددي:

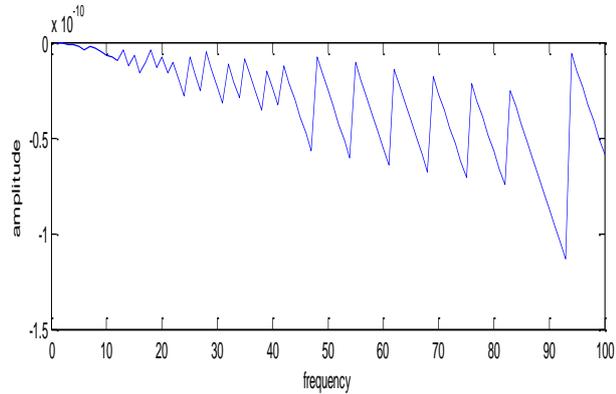
$$H := V \text{diag}(\tilde{h}) V^{-1}, \quad \tilde{h}_k = g(\lambda_k) \quad (17)$$

1.2.8. مرحلة التهيئة:

تم توليد إشارة صوتية اختبارية في بيئة ماتلاب واقتطاع 100 عينة منها باستخدام التعليمات البرمجية المناسبة ورسم توزيع مطال العينات وكثافة القدرة كما في الشكل (6) والشكل (7).



الشكل (7): توزيع كثافة القدرة للإشارة الصوتية الاختبارية

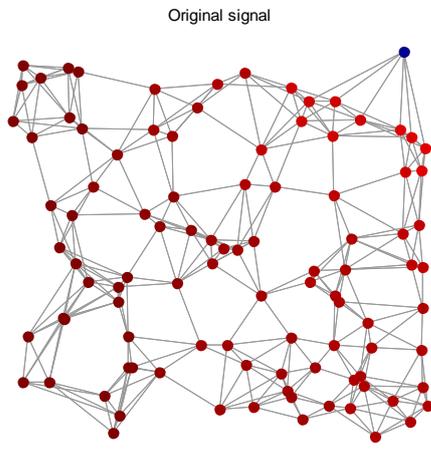


الشكل (6): توزيع مطال العينات للإشارة الصوتية الاختبارية

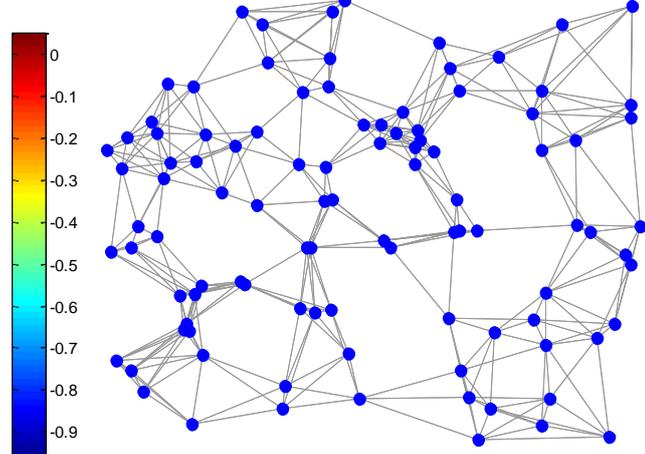
حيث نجد من الشكل (7) أن معظم طاقة الإشارة تتركز في الجزء المنخفض من المجال الترددي. لاحقاً تم إنشاء شبكة تمثيل بياني عشوائية من 100 عقدة تمثل كل منها عقدة تحسس لمعطيات فيزيائية موضحة في الشكل (8) وهنا افترضناها إشارة صوتية.

في المرحلة الاختبارية تم تطبيق عملية الترشيح من أجل إشارة معلومات تكون بمثابة العمود الثاني لمصفوفة الأشعة الذاتية graph وباستخدام تابع الترشيح المناسب تم استعادة كامل الإشارة الأصلية من الضجيج المتداخل.

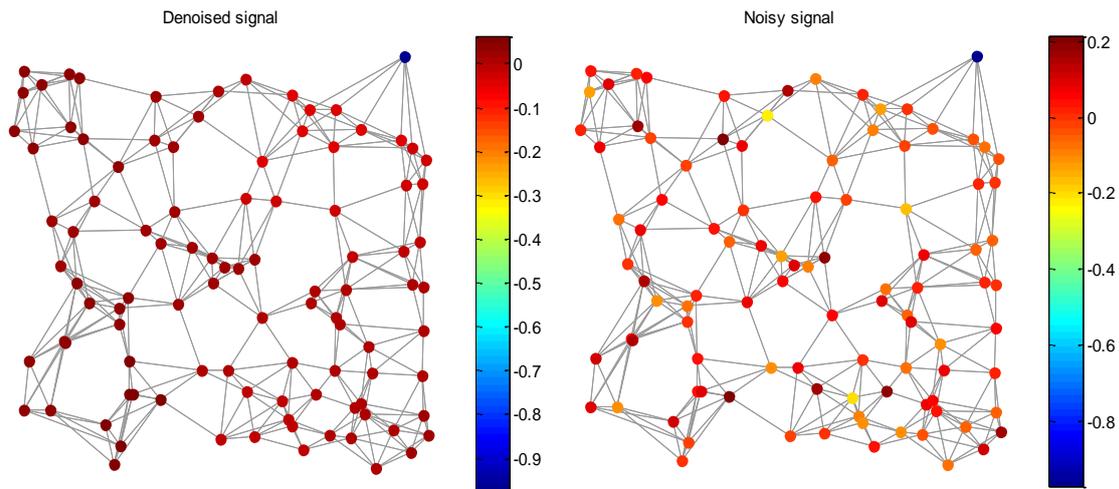
يوضح الشكل (9) توزيع قيم العينات للإشارة الصوتية وفق graph والشكل (10) توزيع الطيف الترددي بعد التداخل مع الضجيج والشكل (11) نموذج الإشارة المستعادة بناء على المراحل السابقة.



الشكل (9): توزيع عينات إشارة المعلومات وفق graph



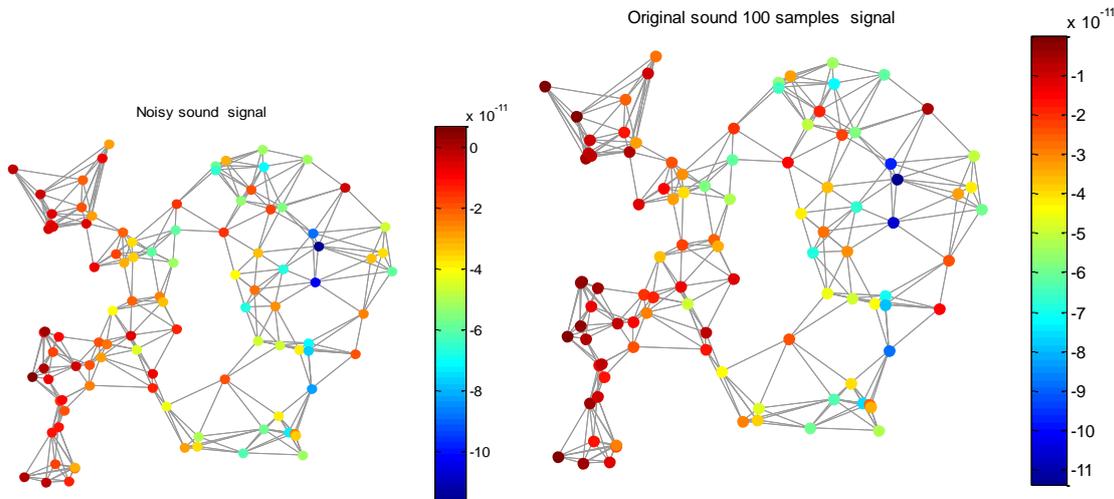
الشكل (8): توزيع عقد الحساسات وفق graph



الشكل(10): توزيع العينات بعد التداخل مع الضجيج وفق graph الشكل(11): استعادة إشارة المعلومات بعد الترشيح وفق graph

2.2. السيناريو الأول:

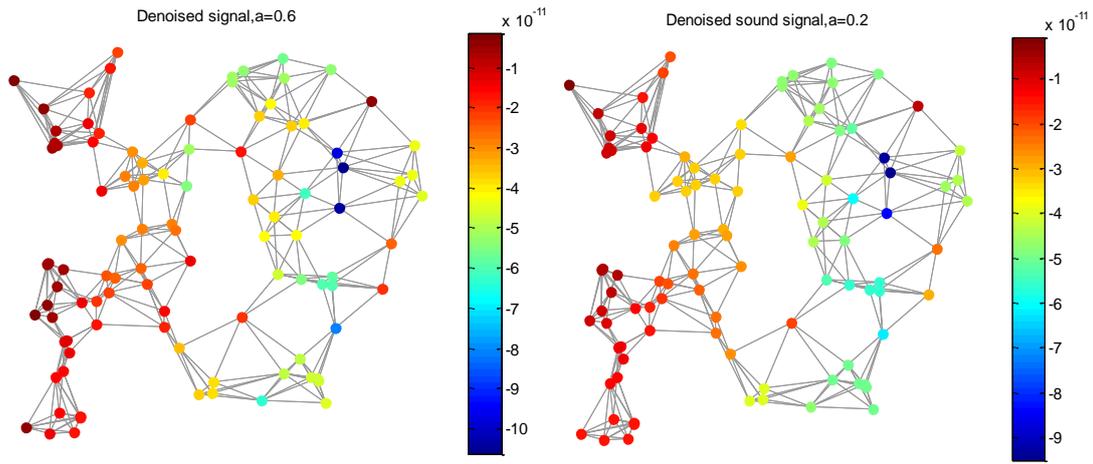
في هذه المرحلة قمنا بتوزيع عينات الإشارة الصوتية وفق عقد مخطط التمثيل البياني حيث يوضح الشكل (12) التوزيع الطيفي لإشارة المعلومات الصوتية، في حين يوضح الشكل(13) الانزياح الطيفي للإشارة بعد حدوث التداخل مع الضجيج العشوائي.



الشكل(13): توزيع العينات بعد التداخل مع الضجيج وفق graph

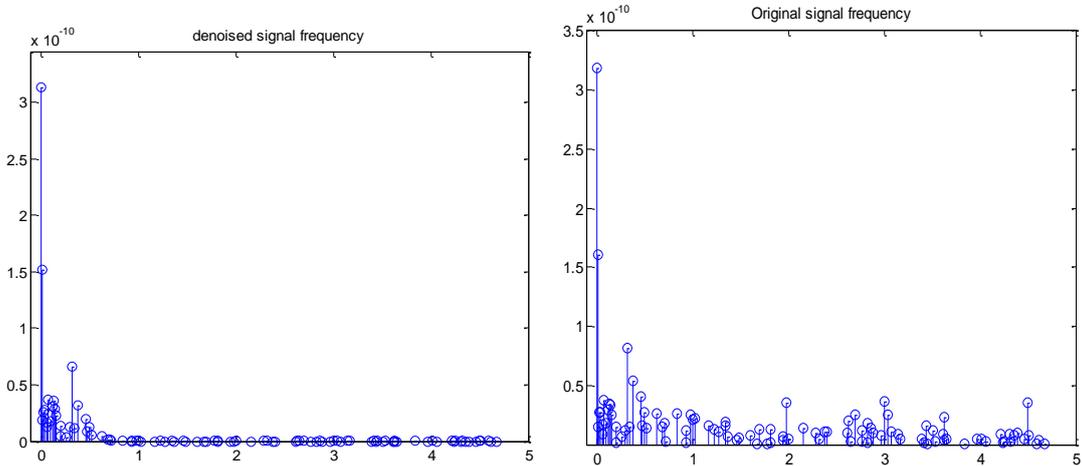
الشكل(12): توزيع العينات المطبقة وفق graph

كما يشير الشكل (14) إلى الإشارة المستعادة بعد تمريرها إلى مرشح تمرير منخفض الحزمة، من أجل قيم مغايرة لمعامل حزمة التمرير للإشارة في جانب الترددات المنخفضة حيث يمكن استنتاج تطورات أخرى حسب قيم α .



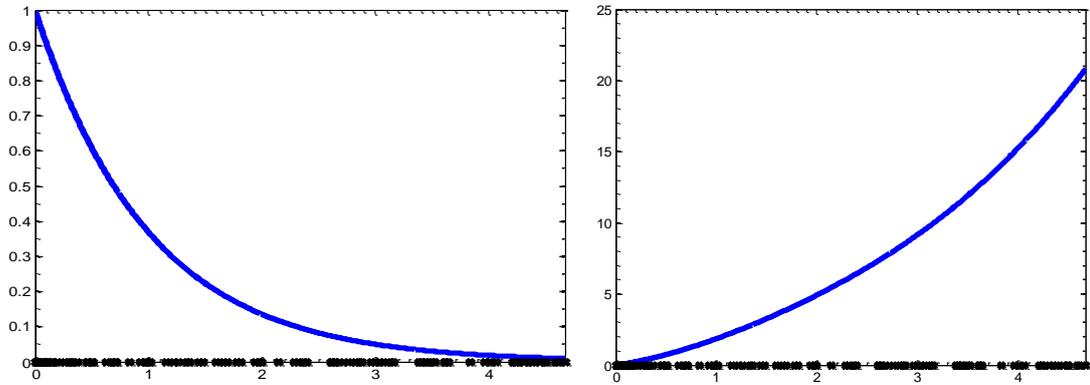
الشكل(14): الإشارة المستعادة بعد تمريرها إلى مرشح تمرير منخفض $\alpha=0.2$ (a) $\alpha=0.6$ (b)

يمكن استنتاج التمثيل الطيفي لإشارة الصوت الأصلية باستخدام تابع تحويل فوريير وفق graph كما في الشكل(15):



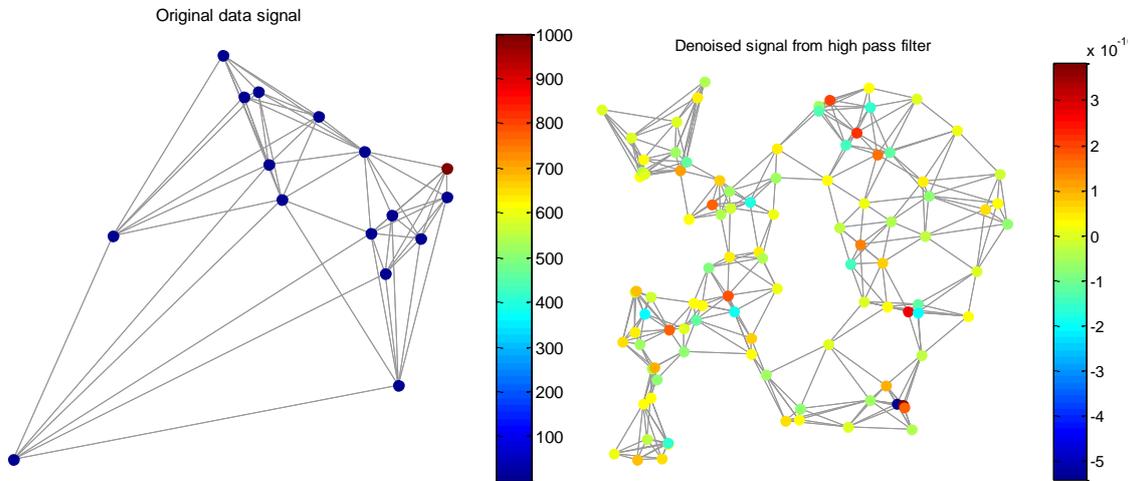
الشكل(15): نموذج التمثيل الطيفي للإشارة الأصلية الموزعة وفق graph قبل الترشيح (a) بعد الترشيح وفق graph (b)

من المتاح لدينا إيجاد التمثيل الطيفي لإشارة الخرج بعد الترشيح وتوضيح عملية كبت الترددات في الحزمة العليا بسبب تطبيق مرشح ذو حزمة تمرير منخفضة كما يوضح الشكل (15-b). يبين الشكل(16-a,16-b) منحنى الاستجابة لمرشح التمرير المنخفض والمرتفع.



الشكل(16-a-b): منحنى الاستجابة الترددية لمرشحات التمرير المرتفع (a) والمنخفض (b)

عند تطبيق الإشارة الصوتية السابقة على مرشح تمرير مرتفع نجد أن كمية صغيرة من طاقة الإشارة الصوتية تكون معنية بحزمة التمرير المرتفع كما يوضح الشكل (17).



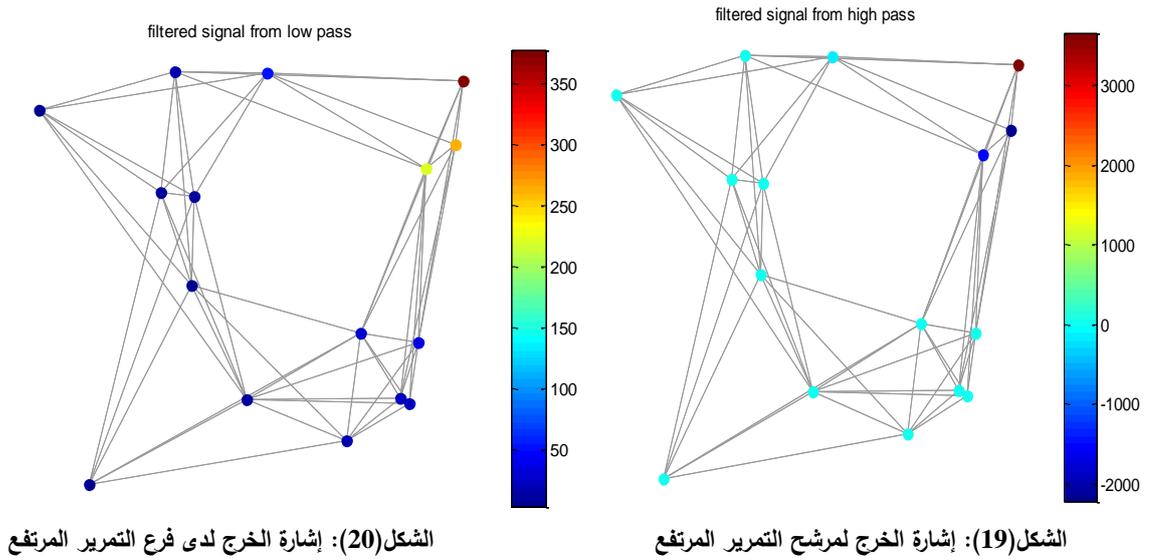
الشكل (17): إشارة خرج الترشيح الموزعة على High pass وفق الشكل (18): توزيع عينات الإشارة الأصلية وفق غراف

3.2.8. السيناريو الثاني:

تم إنشاء مجموعة معطيات افتراضية مكونة من ثمانية عينات متباينة تتضمن عينة واحدة على الأقل تكون ذات قيمة متفاوتة بشكل كبير مقارنة بالعينات الأخرى وتطبيقها كإشارة graph على مرشح تمرير منخفض وتمرير مرتفع ليتم تصنيف القيم الشاذة المتوقعة من بين القيم المقاسة الأخرى التي تكون متقاربة بالقيمة.

عندما تكون إشارات graph في معظمها ذات تردد منخفض في حين أن القياسات الشاذة أو المعطيات المفقودة تشغل أجزاء ذات ترددات عالية من الإشارة، حيث يكون من الصعب فحص كل عقد تحسس والتأكد من سلامة أدائها، والمطلوب هنا تحديد العقد المتعطلة وظيفياً بناء على المعطيات التي تقوم بتقديمها.

يمكن الكشف عن العينات الشاذة بالتصميم المناسب لمرشحات التمثيل البياني ذات الحزمة العالية على اعتبار أن الكميات الفيزيائية لإشارات graph تبدي تفاوتاً ضئيلاً عندما يمثل graph شبكة WSN، كما أن الأجزاء المفقودة من الممكن استعادتها بتقنيات التنظيم والأمثلة المناسبة. يوضح الشكل (18) نموذج graph من 8 عقد تزود ثمانية قيم مقاسة. يبين كل من الشكل (19) والشكل (20) نتيجة الخرج وفق مرشح التمرير العالي والمنخفض مما يسهم في فرز قيم العينات الغير موثوقة والتي تبدي تفاوت غير منطقي يتجاوز الحدود المتوقعة التي يفرضها التطبيق الذي وظفت من أجله WSN.



الاستنتاجات والتوصيات:

تم في هذا البحث تطبيق عمليات معالجة للإشارة وفق GSP باستخدام التتابع المزودة من قبل المكتبات البرمجية في ماتلاب أو بايثون، وتوظيف العمليات المطبقة من أجل تطبيقات شبكات الحساسات اللاسلكية في هذا المجال. وتم التوصل في هذا البحث إلى عدة استنتاجات أساسية يمكن إيجازها كما يلي:

الاستنتاجات:

1. من الممكن تطبيق معالجة موزعة لعينات الإشارة غير المنتظمة ضمن مجال مطور عن DSP يدعى GSP.
2. استثمار إمكانيات معالجة GSP في تطبيقات شبكات الحساسات اللاسلكية.
3. تطبيق عمليات الترشيح بأنواعها لإشارة المعطيات وفق graph باستخدام graph filter.
4. استنتاج الطيف الترددي لإشارة المعلومات ذات العينات الموزعة مما يحسن أداء تطبيق مراقبة البيئة على نحو أفضل.
5. تطبيق عمليات الفرز والتصفية باستخدام مرشحات ذات تردد قطع مناسب لتقييم القياسات الشاذة وفصلها عن القيم الأخرى ضمن الحدود المنطقية من أجل التطبيق.

التوصيات:

من الممكن تطوير أدوات المعالجة باتجاه عمليات الأمثلة لاستعادة إشارة المعلومات ضمن حدود الخطأ الصغرى من أجل العينات المفقودة، أيضاً العمل على تقييم الفعالية الحسابية للعمليات التي يستهلكها تابع الترشيح على اعتبار أن عينة الخرج تكافؤ تركيبة خطية موزعة من عينات العقد مجاورة.

References:

- [1] JABLONKI,I. *Graph signal processing in applications to sensor networks, smart grids, and smart cities*. IEEE Sensors Journal, 17(23), 2017, 7659-7666.
- [2] SHI,X.;FENG,H.;ZHAI,M.;YANG,T.;HU,B. *Infinite impulse response graph filters in wireless sensor networks*. IEEE Signal Processing Letters, 22(8), 2015, 1113-1117.
- [3] ORTEGA,A.;FROSSARD,P.;KOVACEVIC,J.;MOURA,J.M.;VANDERGHEYNST, P. *Graph signal processing: Overview, challenges, and applications*. Proceedings of the IEEE, 106(5), 2018,808-828.

- [4] JABLONSKI,I. *Modern methods for the description of complex couplings in the neurophysiology of respiration*. IEEE Sensors Journal, 13(9), 2013,3182-3192.
- [5] SAAD,L.B.;BEFERULL-LOZANO,B. *Graph Filtering of Time-Varying Signals over Random Asymmetric Wireless Sensor Networks*. WISENET Center, Dept. of Information and Communication Technology, University of Agder, Norway,2019,1-2.
- [6] NASIRUZZAMAN, A. B. M.; POTA, H. R. *Complex Network Framework Based Comparative Study of Power Grid Centrality Measures*. *International Journal of Electrical & Computer Engineering*.3.4. 2088-8708, 2013.
- [7] WAGENER;R.S., BARANIUK, R.G.;DU,S.; JOHNSON,D.B.; COHEN, A. *An architecture for distributed wavelet analysis and processing in sensor networks*. In Proceedings of the 5th international conference on Information processing in sensor networks, pp. 243-250, April,2006.
- [8] CIANCIO,A.;PATTEM,S.;ORTEGA,A.;KRISHNAMACHARI,B.*Energy-efficient data representation and routing for wireless sensor networks based on a distributed wavelet compression algorithm*. In Proceedings of the 5th international conference on information, processing in sensor networks, pp. 309-316, 2006.
- [9] SANDRYHAILA,A.;MOURA, J. M. F. *Discrete Signal Processing on Graphs: Frequency Analysis*. Signal Processing, IEEE Transactions on, vol. 62, no. 12, pp. 3042–3054, Jun. 2014.
- [10] EGILMEZ,H.E; ORTEGA,A. *Spectral anomaly detection using graph based filtering for wireless sensor networks*. in Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2014 IEEE International Conference on. IEEE, pp. 1085–1089,2014.
- [11] ZHU,X.;RABBAT,M.*Graph spectral compressed sensing for sensor networks*. 2012 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). IEEE, 2012.
- [12] KANEKO,M.; CHEUNG,G.;SU,W.T.;LIN,C.W. (2017, December). *Graph-based joint signal/power restoration for energy harvesting wireless sensor networks*. In: GLOBECOM 2017-2017 IEEE Global Communications Conference. IEEE, p. 1-6, 2017.
- [13] SHAFIPOUR,R.; KHODABAKHSH, A.; MATEOS,G.; NIKOLOVA,E. *A directed graph Fourier transform with spread frequency components*. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 67(4), 946-960,2018.
- [14] JainAIN,R.K; Moura OURA,J.M.F; KONTOKOSTA,C.E. *Big Data + Big Cities: Graph Signals of Urban Air Pollution [Exploratory SP]*. IEEE Signal Processing Magazine, vol. 31, no. 5, pp. 130–136, 2014.
- [15] HE,K.; STANKOVIC,L.; LIAO,J.; STANKOVICt,V.*Non-intrusive load disaggregation using graph signal processing*. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 9(3), 1739-1747, 2016.
- [16] MOHAN ,D. M.; ASIF.M.T; MITROVIC,N.; DAUWELS,J.; AILLET,P.*Wavelets on graphs with application to transportation networks*. In 2014 17th IEEE International Conference on Intelligent Transportation Systems, ITSC 2014, Nanyang Technological University, Singapore City, Singapore. IEEE, pp. 1707–1712, Jan. 2014.
- [17] KALOFOLIAS,V. *How to learn a graph from smooth signals, in Artificial Intelligence and Statistics*, Signal Processing Laboratory 2 (LTS2), Switzerland, pp. 920–929, 2016.
- [18] SHUMAN,D.I.;VANDERGHEYNST,P.;KRESSNER,D.;FROSSARD,P. *Distributed*

- Signal Processing via Chebyshev Polynomial Approximation*. arXiv.org, 2017.
- [19] WANG,X.; M. WANG,M. ;GU,Y. *A Distributed Tracking Algorithm for Reconstruction of Graph Signals*. Selected Topics in Signal Processing, IEEE Journal of, vol. 9, no. 4, pp. 728–740, 2015
- [20] AKIYAMA,A.;Y. TANAKA,Y.;TANAKA,T.;ORTEGA,A. *Efficient sensor position selection using graph signal sampling theory*, in Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2016 IEEE International Conference on. IEEE, pp. 6225–6229, 2016.
- [21] PERRAUDIN,N.; PARATTE,J.; SHUMAN,D.; MARTIN,L.; KALOFOLIAS, VANDERGHEYNST,P.;HAMMOND,D.K.*GSPBOX: A toolbox for signal processing on graphs*. arXiv preprint arXiv:1408.5781,2014.
- [22] LTS,E. *pygsp Documentation*, Release 0.4.0, Aug 11, 2017.
- [23] SANDRYHAILA, A.; MOURA,J. M. *Discrete signal processing on graphs: Graph filters*. In 2013 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE, pp. 6163-6166, May,2013.
- [24] SANDRYHAILA, A.; MOURA,J. M. *Discrete signal processing on Graphs*. IEEE Trans. Signal Process., vol. 61, no. 7, pp. 1644–1656, 2013.
- [25] SHUMAN.D.I.;NARANG,S.K.;FROSSARD,P.;ORTEGA,A.;VANDERGHEYNST,P.*The emerging field of signal processing on graphs: Extending high-dimensional data analysis to networks and other irregular domains*. IEEE Signal Process. Mag., vol. 30, pp. 83–98, May 2013.
- [26] GAVILIA.;ZHANG,X.P. *On the shift operator, graph frequency,and optimal filtering in graph signal processing*, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 65, no. 23, pp. 6303–6318, Dec 2017.
- [27] CHUNG,F.R.K. *Spectral Graph Theory*. AMS, 1996.