

Improving The Fuzzy Distribution For Reliability Calculations Based On First-Class Fuzzy Sets Using Intuitionistic Fuzzy Sets

Dr. Haitham Alradwan *

Dr. Hasan Albustani **

Alaa Habeeb *** 

(Received 11 / 1 / 2025. Accepted 20 / 5 / 2025)

□ ABSTRACT □

Intuitionistic Fuzzy Sets is an advanced artificial intelligence technique used in many engineering fields, including reliability. It is a development of the classical fuzzy sets theory of the first type (Fuzzy Sets). Artificial intelligence techniques have proven in the field of reliability research their ability to obtain greater accuracy in calculations at a lower cost in terms of time and effort. Hence, as a development of traditional reliability research, which mostly relied on traditional probability distributions, we used fuzzy sets and intuitionistic fuzzy sets to develop a fuzzy reliability calculation model. We compared the overall reliability of a previously studied communications system according to the Weibull statistical distribution with the results of the classical fuzzy distribution as well as the new intuitionistic fuzzy distribution, and compared the three results (Weibull, fuzzy distribution, intuitionistic fuzzy distribution). After the comparison, the results were studied, the positives were shown, and proposals were presented.

Keywords: Reliability, artificial intelligence, fuzzy sets, intuitionistic fuzzy sets, communication system.

Copyright



: Latakia University journal-Syria, The authors retain the copyright under a CC BY-NC-SA 04

* Professor- Faculty of Mechanical and Electrical Engineering- Lattakia University- Lattakia- Syria.

** Assistant Professor- Faculty of Information and Communication Technology Engineering- Tartous University- Tartous - Syria.

*** Postgraduate Student (Ph.D.) - Department of Communications and Electronics Engineering, Faculty of Mechanical and Electrical Engineering - Lattakia University- Lattakia- Syria.
email: Habeeb.alaa85@gmail.com

تحسين التوزيع الضبابي لحساب الوثوقية والمعتمد على المجموعات الضبابية من الصف الأول بالاعتماد على المجموعات الضبابية الحدسية

د. هيثم الرضوان*

د. حسن البستاني**

علاء رافع حبيب***

(تاريخ الإيداع 11 / 1 / 2025. قبل للنشر في 20 / 5 / 2025)

□ ملخص □

تعد تقنية المجموعات الضبابية الحدسية (Intuitionistic Fuzzy Sets) وهي من تقنيات الذكاء الصناعي (artificial intelligence) المتقدمة والمستخدم في العديد من المجالات الهندسية ومنها مجال الوثوقية (Reliability)، وهي تطوير لنظرية المجموعات الضبابية الكلاسيكية من الصف الأول (Fuzzy Sets)، وحيث أن تقنيات الذكاء الصناعي أثبتت في مجال أبحاث الوثوقية قدرتها على الحصول على دقة أكبر في الحسابات وبأقل تكلفة من حيث الوقت والجهد.

ومن هنا وكتطوير لأبحاث الوثوقية التقليدية والتي اعتمدت في أغلبها على التوزيعات الاحتمالية التقليدية، قمنا باستخدام المجموعات الضبابية والمجموعات الضبابية الحدسية بتطوير نموذج حساب وثوقية ضبابي. قمنا بمقارنة الوثوقية الاجمالية لنظام اتصالات مدروس سابقاً وفق توزيع وايل الإحصائي مع نتائج التوزيع الضبابي الكلاسيكي وكذلك وفق التوزيع الضبابي الحدسي الجديد، وإجراء المقارنة بين النتائج الثلاث (وايل، التوزيع الضبابي، التوزيع الضبابي الحدسي) وبعد المقارنة تمت دراسة النتائج وتبيان الإيجابيات وتقديم المقترحات.

الكلمات المفتاحية: وثوقية، ذكاء صناعي، مجموعات ضبابية، مجموعات ضبابية حدسية، نظام اتصالات.



حقوق النشر : مجلة جامعة اللاذقية - سورية، يحتفظ المؤلفون بحقوق النشر بموجب الترخيص

CC BY-NC-SA 04

*أستاذ - كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية - جامعة اللاذقية - اللاذقية - سورية.

**مدرس - كلية هندسة تكنولوجيا المعلومات والاتصالات - جامعة طرطوس - طرطوس - سورية.

***طالب دكتوراه - قسم هندسة الاتصالات والالكترونيات كلية الهمك - جامعة اللاذقية - اللاذقية - سورية.

مقدمة:

تعد دراسة الوثوقية من أكثر المجالات التي تلاقي اهتماماً متزايداً في مجال العلوم الهندسية، حيث تدخل حسابات الوثوقية بشكل حتمي ضمن الحسابات التصميمية لأي منظومة هندسية سواء في مرحلة التصميم، الانتاج أو التشغيل. اعتمدت دراسة الوثوقية بشكلها التقليدي على العديد من الطرق والتي اعتمدت بأغلبها على معلومات يتم الحصول عليها من خلال المشاهدات ويتم تقييم هذه المشاهدات من خلال الخبراء لتعطي معلومة يمكن استخدامها في تقدير الوثوقية لنظام معين أو تجهيزة معينة قيد الدراسة.

ولكن مع تطور تقنيات الذكاء الصناعي وتوظيفها في مختلف المجالات العلمية ومنها مجال حساب الوثوقية، حيث تم تنفيذ العديد من الدراسات وتم الحصول على تحسينات كبيرة ودقة أكبر، بشكل خاص في التطبيقات الحرجة والتطبيقات الأمنية وعلوم الفضاء.

تعد المجموعات الضبابية من أهم تقنيات الذكاء الصناعي المستخدمة في مجال الوثوقية وذلك باختلاف أصنافها (Type 1 , Type 2 , Intuitionistic Fuzzy Sets) وبناءً عليه تم في البحث الاعتماد على المجموعات الضبابية الحديثة لتحسين توزيع ضبابي تم استنتاجه سابقاً بالاعتماد على المجموعات الضبابية من الصنف الأول، كما تم تقييم التوزيع الجديد من خلال مقارنته مع التوزيع الضبابي وتوزيع واييل في حساب وثوقية منظومة اتصالات خلوية.

أهمية البحث وأهدافه:

يأخذ البحث أهميته من كون المجموعات الضبابية الحديثة تعد من التقنيات المتقدمة في مجال الذكاء الصناعي وتجري العديد من الأبحاث لتوظيفها في مجال حسابات الوثوقية والمهم في بحثنا هو توظيف هذه التقنية في مجال وثوقية أنظمة الاتصالات تحديداً وخاصة في التطبيقات ذات متطلبات الوثوقية المرتفعة والتي تمتلك درجة عالية من عدم اليقين. حيث نهدف في بحثنا إلى تجاوز صعوبات المراقبة وجمع المعلومات الذي تتطلبه الطرق التقليدية لحساب الوثوقية وزيادة دقة حساب الوثوقية من خلال استخدام توزيع ضبابي محسن باستخدام المجموعات الضبابية الحديثة، وبالتالي من الممكن أن نحصل على نتائج دقيقة حتى في حال غياب معلومات إحصائية مفصلة عن سجل أعطال وفشل النظام المستهدف بالدراسة.

طرائق البحث ومواده:

يمكن تقسيم البحث إلى المراحل التالية:

- 1- دراسة مرجعية عن استخدام التوزيعات الاحتمالية والمجموعات الضبابية في مجال الوثوقية. شرح المفاهيم الأساسية المستخدمة في البحث.
- 2- تلخيص استنتاج التوزيع الضبابي من خلال دمج ثلاث توزيعات احتمالية تقليدية الوارد في البحث [1].
- 3- تحسين التوزيع الضبابي بإدخال مفهوم المجموعات الضبابية الحديثة.
- 4- تطبيق التحسين السابق على منظومة اتصالات خلوية وحساب وثوقيتها وفق التوزيع الضبابي والتوزيع الجديد المحسن.
- 5- مقارنة النتائج التقليدية للوثوقية مع نتائج هذه الدراسة وتحديد الإيجابيات من استخدام التوزيع الجديد المحسن.
- 6- اقتراح التوصيات بناءً على الاستنتاجات السابقة.

1 - الدراسة المرجعية:

يعد تحليل الوثوقية أحد أهم المجالات الهندسية المعاصرة ، وتعد التوزيعات الاحصائية من وسائل تحليل الوثوقية الأكثر انتشاراً ، بالرغم من كونها تواجه العديد من المشاكل ، التي تشكل عقبة أمام دراسة وثوقية التجهيزة على كامل مسار عمرها الافتراضي ، يعد توزيع رايلي أحد التوزيعات المستخدمة بكثرة في نظرية الوثوقية، وكان هذا التوزيع قد درس وعمم من قبل العديد من الباحثين ، كما في الأبحاث [2]، [3]، [4]، [5]، [6]، [7]، [8] ،، بالرغم من الاستخدام الواسع لهذه التوزيعات فإن جمع المعلومات وقياسها وتسجيلها بدقة غير ممكن في كل التطبيقات .

لذلك تم اللجوء إلى تقنيات المجموعات الضبابية (FSS) لتجاوز مشكلة الحصول على البيانات وتحليلها ونذكر من أهم الأبحاث المعتمدة على تقنية المجموعات الضبابية البحث [9]، والذي اعتمد فيه الباحث على التوزيع الأسّي المضرب لدراسة الوثوقية خلال عمرها التشغيلي، وكذلك اعتمد الباحث في البحث [10] على توزيع وايل الضبابي لدراسة وثوقية النظام. بينما قدم البحث [11] منهجية معتمدة على طريقة بايز (Bayesian approach) لتقدير تابع الوثوقية المعتمد على توزيع رايلي الاحتمالي المستند على بيانات ضبابية لتوصيف عمر النظام، ولتحديد الأسباب الأكثر شيوعاً للفشل تم في البحث [12] اعتماد منهجية هجينة من كل من شبكات بايز والمجموعات الضبابية. وفي بحث آخر [13] عام (2017) تم تقييم معدل الفشل والوثوقية لتوزيع رايلي المعمم (Generalized Rayleigh Distribution).

من أجل زيادة الوثوقية في أنظمة الرعاية الصحية تم في البحث [14] الاعتماد على المنطق الضبابي بإدخاله على المخطط الصندوقي للوثوقية ((Reliability Block Diagram (RBD)، وباعتبار أن المجموعات الضبابية التقليدية تأخذ فقط درجة الانتماء بعين الاعتبار، تم إدخال مفهوم المجموعات الضبابية الحدية (Intuitionistic fuzzy sets (IFSs) في أبحاث الوثوقية مثل الأبحاث [15] و [16] التي ناقشت مشاكل النقل بالاعتماد على تحليل كل من درجتي الانتماء وعدم الانتماء.

نتيجة عدم الوضوح والضبابية في المعلومات المسجلة من قبل المراقبين لأي نظام مدروس عن طريق التوزيعات الاحتمالية التقليدية والتي يعتمد عليها لدراسة بارامترات الوثوقية على المسار الزمني لعمر التجهيزة أو النظام، نتيجة لذلك اهتم الباحثون بضرورة تعميم هذه التوزيعات الاحتمالية التقليدية إلى توزيعات زمنية ضبابية حدسية (Intuitionistic Fuzzy Lifetime Distribution) معتمدة على المجموعات الضبابية الحدية، فكان من هذه الابحاث البحث [17] الذي اعتمد توزيع رايلي المضرب (Rayleigh distribution) لتقييم الوثوقية ، والبحث [18] الذي اعتمد على توزيع وايل المضرب (Weibull lifetime distribution) من أجل حساب بارامترات الوثوقية، وفي البحثين [19] و [20] تم تقديم عدد ضبابي حدسي معمم جديد يعتمد على المجموعات الضبابية الحدية (IFS) في حساب الوثوقية. أما البحث [21] فقد استخدم العدد الضبابي الحديسي المعمم (GIFNB) كمتحول الحياة ضمن توزيع رايلي الضبابي الحديسي المعمم وكانت النتائج جيدة مقارنة مع التوزيعات التقليدية. ناقش البحث [22] وثوقية أنظمة أو تجهيزات من النادر ان تصاب بالفشل وذلك وفق بيانات وبارامترات ضبابية حدسية بالكامل ووفق توزيعين احتماليين، وكذلك اعتمد البحث [23] في تقدير قيمة عدم اليقين في حسابات الوثوقية على المجموعات الضبابية الحدية.

بتحليل أغلب الأبحاث السابقة في هذا المجال يلاحظ اللجوء إلى تضبيب أحد البارامترات أو تضبيب التوزيع الاحتمالي التقليدي للحصول على صيغة ضبابية منه، أما في بحثنا اعتمدنا على تضبيب نتائج ثلاث توزيعات احتمالية تقليدية للحصول على قيمة أدق وأشمل للوثوقية.

2- مفاهيم أساسية مستخدمة في البحث:

2-1- المجموعات الضبابية الحدسية (Intuitionistic fuzzy sets) [24,25]:

في البداية كانت المجموعات الضبابية وتعتبر تعميم لنظرية المجموعات مع مراعاة درجة انتماء أي عنصر لهذه المجموعة، وخلال العقود الماضية جرت العديد من التطويرات على هذه النظرية ومنها المجموعات الضبابية الحدسية، والتي من خلالها تم تقليص الشك وعدم اليقين بانتماء عنصر الى مجموعة ضبابية ما من خلال تابع الانتماء وتابع لعدم الانتماء وقيمة التردد.

- لنكن X مجموعة محددة، عندئذ تعرف A كمجموعة ضبابية حدسية كما في المعادلة (1):

$$A = \{(x, \mu_A(x), \vartheta_A(x)) : x \in X\} \quad (1)$$

بحيث: μ_A و ϑ_A تمثل على التوالي تابع الانتماء وعدم الانتماء للمجموعة A وتعرف هذه التتابع كما يلي:

$$\mu_A: X \rightarrow [0,1] \text{ ويعبر عن درجة انتماء العنصر } x \text{ إلى المجموعة } A$$

$$\vartheta_A: X \rightarrow [0,1] \text{ ويعبر عن درجة عدم انتماء العنصر } x \text{ إلى المجموعة } A$$

بحيث يكون:

$$0 \leq \mu_A(x) + \vartheta_A(x) \leq 1$$

ولكل مجموعة ضبابية A من الفضاء X يمكننا تعريف تابع التردد أو عدم اليقين بالمعادلة (2):

$$\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \vartheta_A(x) \quad (2)$$

يعبر هذا التابع عن درجة النقص في إمكانية تأكيد انتماء العنصر x إلى المجموعة A أو عدم انتمائه، ويأخذ قيمه ضمن المجال $[0,1]$.

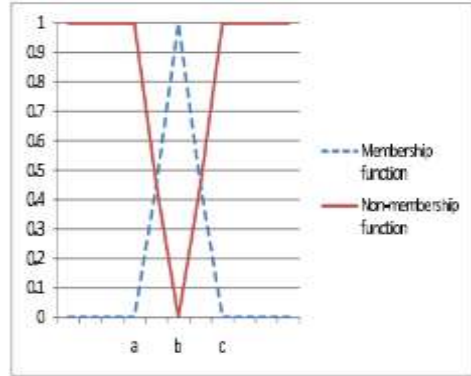
- التابع المثلثي الضبابي الحدسي (Intuitionistic fuzzy triangular function):

وفيه يعرف كل من تابع الانتماء وعدم الانتماء للمجموعة A بالمعادلات (3) و (4) على التوالي:

وبياناً يبين الشكل (1) كل من تابع الانتماء وعدم الانتماء للتابع الضبابي المثلثي الحدسي.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \left(\frac{x-a}{b-a}\right) & , a \leq x \leq b \\ \left(\frac{c-x}{c-b}\right) & , b \leq x \leq c \\ 0 & , o.w. \end{cases} \quad (3)$$

$$\vartheta_A(x) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{x-a}{b-a}\right) & , a \leq x \leq b \\ 1 - \left(\frac{c-x}{c-b}\right) & , b \leq x \leq c \\ 1 - \epsilon & , o.w. \end{cases} \quad (4)$$



الشكل (1) تابع الانتماء وعدم الانتماء للتابع الضبابي المثلثي الحدسي

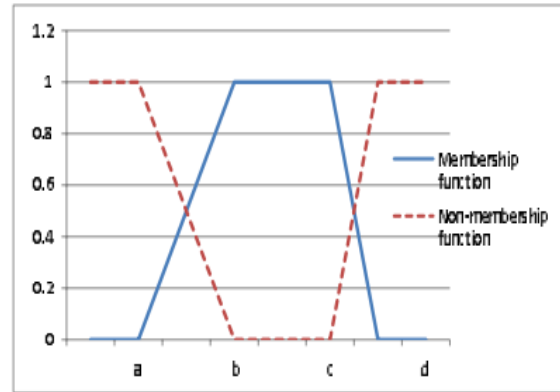
- تابع شبه المنحرف الضبابي الحدسي (Intuitionistic fuzzy Trapezoidal function):

وفيه يعرف كل من تابع الانتماء وعدم الانتماء للمجموعة A بالمعادلات (5) و (6) على التوالي، وبياناً يبين الشكل

(2) كل من تابع الانتماء وعدم الانتماء للتابع الضبابي الحدسي شبه المنحرف:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \left(\frac{x-a}{b-a}\right) & a \leq x \leq b \\ 1 - \epsilon & b \leq x \leq c \\ 1 - \left(\frac{d-x}{d-c}\right) & c \leq x \leq d \\ 0 & , OW. \end{cases} \quad (5)$$

$$\vartheta_A(x) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{x-a}{b-a}\right) & a \leq x \leq b \\ 0 & b \leq x \leq c \\ 1 - \left(\frac{d-x}{d-c}\right) & c \leq x \leq d \\ 1 - \epsilon & , OW. \end{cases} \quad (6)$$

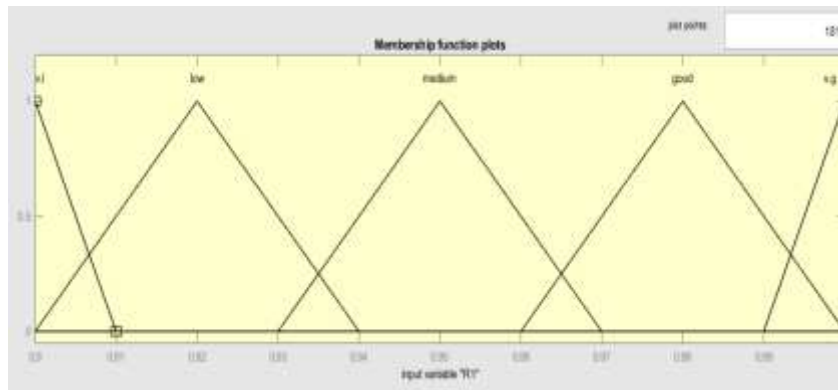


الشكل (2): تابع الانتماء وعدم الانتماء للتابع الضبابي
الحدسي الشبه المنحرف

سوف نستخدم في بحثنا المجموعات الضبابية الحدسية (التابع المثلثي الضبابي الحدسي) لتحسين التوزيع الضبابي المستنتج من خلال دمج ثلاث توزيعات احتمالية تقليدية ضبابياً.

3- استنتاج التوزيع الضبابي من خلال دمج ثلاث توزيعات احتمالية تقليدية [1]:

نهتم في الدراسة الحالية بالنظم الحرجة عموماً ومنها نظم الاتصالات على وجه التحديد، حيث متطلبات الوثوقية لهذه النظم مرتفعة وبالتالي سوف نركز في الدراسة على مجال وثوقية مرتفع يتراوح بين 90% (0.9) و 99% (0.99). تم تقسيم المجال المستهدف في الدراسة (من 90% (0.9) إلى 99% (0.99)) بما يتوافق مع أنظمة الاتصالات الحرجة من حيث الوثوقية إلى خمس مجموعات ضبابية (خمس مجالات تبعاً لقيم الوثوقية) كما في الشكل (3):

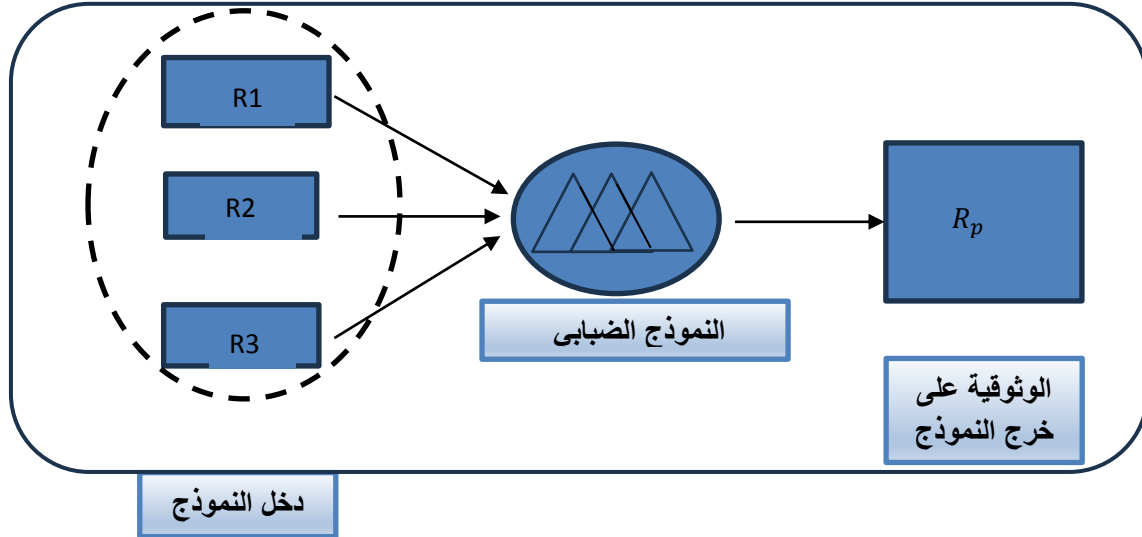


الشكل (3) المجموعات الضبابية المستخدمة لتضبيب قيم الوثوقية

- المجال من (0.9 – 0.91) حيث الوثوقية منخفضة جداً (Very Low)
- المجال من (0.9 – 0.94) حيث الوثوقية منخفضة (Low)
- المجال من (0.93 – 0.97) حيث الوثوقية متوسطة (Medium)
- المجال من (0.96 – 1) حيث الوثوقية جيدة (Good)
- المجال من (0.99 – 1) حيث الوثوقية جيدة جداً (Very Good)

يمكن تقسيم المجال الكامل من 0.9 إلى 1 إلى أكثر من خمس مجموعات ضبابية حيث يمكن التقسيم إلى عشر مجموعات أو أكثر ولكن الاختيار وقع على خمس مجموعات من أجل تخفيض إمكانيات الحوسبة المطلوبة.

يقوم النموذج على مبدأ اعتبار قيم الوثوقية لتجهيزة معينة أو نظام معين قيد الدراسة، والتي تم حسابها بالطرق التقليدية كمدخلات له ومن ثم معالجة هذه المدخلات من خلال تضبيبها وإخضاعها لعمليات الاستدلال الضبابي عن طريق تطبيق مجموعة من القواعد الضبابية والتي تؤدي إلى الحصول على قيمة ضبابية للوثوقية (R_{fuzzy}) ومن ثم القيام بعملية عكس التضبيب للحصول على قيمة أمثلية للوثوقية (R_p) وهي خرج النموذج، كما هو موضح في الشكل (4).

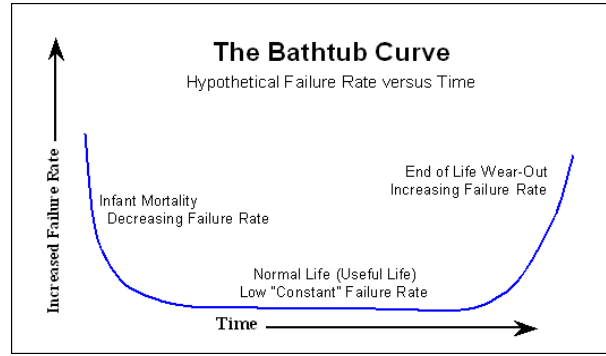


الشكل (4) الشكل العام للنموذج الضبابي من الدرجة الأولى

بالتالي يجب إيضاح حسابات الوثوقية بالطرق التقليدية كونها مدخلات للنموذج المنشود.

3-1 - حساب قيم الوثوقية بالطرق التقليدية:

اعتمدنا في هذه الحسابات على توزيع وايبل الاحتمالي وفق ثلاث قيم مختلفة للثنائية (α و β) لأنه يمثل المنحنى الأعم لتمثيل الوثوقية وهو منحنى حوض الاستحمام (bathtub curve) والمبين في الشكل (5).



الشكل (5) منحنى حوض الاستحمام الذي يعبر عن تغيرات الوثوقية لتجهيزة معينة مع الزمن

حيث (α و β) معامل الشكل والقياس، اللذان يحددان التوزيع الاحتمالي للأخطاء على المسار الزمني لحياة التجهيزة وإعطاء القيم المناسبة لهذه المعاملات في معادلة توزيع وايبل الاحتمالي السابقة (1)، نحصل على ثلاث توزيعات مشتقة من وايبل وتمثل بمجموعها منحنى حوض الاستحمام وهي مبينة في الجدول (1):

جدول (1) توزيع وايل بقيم مختلف لمعاملات الشكل والقياس

المرحلة من حياة التجهيزة الذي يمثلته التوزيع	$R(t)$	β	α
تمثل مرحلة المهد للتجهيزة (Mortality life)	$R1(t) = e^{-(\frac{t}{220000})^{0.5}}$	220000	0.5
تمثل مرحلة العمل المفيد للتجهيزة (Useful life)	$R2(t) = e^{-\lambda t}$ حيث λ هي معدل الفشل	$1/\lambda$	1
تمثل مرحلة اهتلاك التجهيزة (Wear – out)	$R(t) = e^{-(\frac{t}{220000})^{3.5}}$	220000	3.5

وبالتالي تم تمثيل حياة التجهيز بالكامل للحصول على قيمة وثوقية أمثلية، حيث تحسب الوثوقية في المهد وفي الحياة المفيدة للتجهيز وفي مرحلة اهتلاك التجهيز، وتدخل القيم الثلاث السابقة للمعالجة وفق النموذج الضبابي المقترح للحصول على القيمة المثلى للوثوقية الخاصة بالتجهيز وفق بارامترات فشل معينة وفي لحظة معينة. ولاستنتاج نموذج رياضي يكافئ النموذج الضبابي قمنا بتدريب النموذج على عينة كبيرة وشاملة لمختلف قيم الوثوقية الممكنة في مجال الدراسة حيث جرى تضبيب القيم على الدخل وعكس التضبيب على الخرج للحصول على R_p .

3-2- استنتاج النموذج الرياضي:

تم استنتاج هذا النموذج من خلال دراسة العديد من العينات التدريبيه (معدلات الفشل في لحظات زمنية متعددة) للحصول بداية على قيم دخل النموذج التقليدية الثلاثة ($R1, R2, R3$) ومن ثم إدخالها على النموذج الضبابي والحصول على $R_p()$ ، يبين الجدول (2) كيفية الحصول على القيم التقليدية للوثوقية وفق المعادلات الموضحة في الجدول (1)، والجدول (3) يبين العلاقة بين القيم التقليدية والقيمة الأمثل للوثوقية (R_p) وفق النموذج الضبابي.

جدول (2) بعض القيم من بيانات التدريب المستخدمة

λ	T	R1	R2	R3
0.00001489	50	0.9850375	0.999255777	1
0.00001481	3650	0.879144764	0.947378578	0.999999412
0.00001476	5900	0.848943556	0.916600098	0.999996841
0.00001466	10400	0.804589618	0.858589803	0.999977032
0.00001284	92300	0.52323568	0.305705824	0.953293084
0.00001202	129200	0.464712095	0.21161557	0.856229316
0.00001057	194450	0.390573065	0.12804974	0.522487071

جدول (3) حساب قيم R من خلال قيم الوثوقية التقليدية الثلاثة اعتمادا على النموذج الضبابي

R1	R2	R3	R_p
0.9850375	0.999255777	1	0.992
0.879144764	0.947378578	0.999999412	0.95
0.848943556	0.916600098	0.999996841	0.95
0.804589618	0.858589803	0.999977032	0.948
0.52323568	0.305705824	0.953293084	0.903
0.464712095	0.21161557	0.856229316	0.903
0.390573065	0.12804974	0.522487071	0.903

بعد إخضاع القيم السابقة في الجدولين (3,2) لأقرب تمثيل بياني ومعادلة رياضية تم استنتاج المعادلة (7) والتي تعتبر تمثيلاً رياضياً للنموذج الضبابي:

بحيث:

$$R = m\lambda + nt + c \quad (7)$$

$$\begin{aligned} m &= (-1.536e + 07, \quad 2.216e + 06) \\ n &= (-0.0003417, \quad 4.898e - 05) \\ c &= (-32.05, \quad 229.7) \end{aligned}$$

4- استخدام العدد الضبابي الحدسي المثلثي لتحسين التوزيع الضبابي:

تم العمل على تحسين وتطوير التوزيع الضبابي من خلال تضبيب نتائجه باستخدام التابع الضبابي الحدسي المثلثي (IFTriN) ومن ثم إزالة التضبيب للحصول على قيم وثوقية محسنة وأكثر دقة.

4-1- تضبيب "التوزيع الضبابي" باستخدام التابع المثلثي الضبابي الحدسي:

اعتمدنا في ذلك على البحث [24] من حيث التضبيب وفك التضبيب، سوف نخضع قيم الوثوقية الناتجة عن التوزيع الضبابي ضمن مجال الدراسة (0.9 - 1) إلى مرحلة ثانية من التضبيب الحدسي عن طريق التابع المثلثي، لتحسين قيم الوثوقية تحديداً عند طرفي المجال المذكور.

بعد التعويض في المعادلات (3) و (4) نحصل تابع الانتماء وعدم الانتماء للعدد المثلثي الحدسي:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \left(\frac{x - 0.9}{1 - 0.9}\right) & , 0.9 \leq x \leq 1 \\ \left(\frac{1.1 - x}{1.1 - 1}\right) & , 1 \leq x \leq 1.1 \\ 0 & , ow. \end{cases} \quad (8)$$

$$\vartheta_A(x) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{x - 0.9}{1 - 0.9}\right) - \epsilon & , 0.9 \leq x \leq 1 \\ 1 - \left(\frac{1.1 - x}{1.1 - 1}\right) - \epsilon & , 1 \leq x \leq 1.1 \\ 1 - \epsilon & , ow. \end{cases} \quad (9)$$

بحيث $\epsilon = 0.007$ (قيمة التردد المعتمدة ذاتها في البحث [24])

ملاحظة: تم اختيار بارامترات العدد المثلثي (0.9 ، 1 ، 1.1) تجريبياً بعد سلسلة من التجارب لاختيار المجال الأنسب من القيم وتلقائياً ما يهمنها هو القيم المضببة ضمن المجال (0.9 - 1)، أي الجزء الصاعد من التابع المثلثي.

من خلال المعادلات (8)، (9) يتم إعادة تضبيب خرج التوزيع الضبابي السابق والحصول على قيم الانتماء وعدم الانتماء المقابلة لكل قيمة من قيم خرج التوزيع الضبابي، يبين الجدول (4) عينة من هذه القيم:

جدول (4) قيم الانتماء وعدم الانتماء للوثوقية على خرج التوزيع الضبابي

الوثوقية على خرج التوزيع الضبابي (R)	قيمة الانتماء وفق تابع الانتماء $\mu_A(x)$	قيمة عدم الانتماء وفق تابع عدم الانتماء $\vartheta_A(x)$
0.9	0	0.993
0.91	0.1001	0.8929
0.915	0.15015	0.84285
0.925	0.25025	0.74275
0.934	0.34034	0.65266
0.945	0.45045	0.54255
0.95	0.500501	0.492499

0.955	0.550551	0.442449
0.965	0.650651	0.342349
0.97	0.700701	0.292299
0.974	0.740741	0.252259
0.985	0.850851	0.142149
0.99	0.900901	0.092099
0.995	0.950951	0.042049
0.999	0.990991	0.002009

تم تضبيب عينة كافية من النتائج المتوقعة على خرج التوزيع الضبابي وتم اختيار هذه القيم بحيث تكون شاملة وتغطي إلى حد كبير المجال المشمول بالدراسة (0.9، 1).

لتحسين النتائج تم تطبيق المعاملات المساعدة (Modal operators) المقترحة في البحث [24] على النتائج في الجدول (4) وسنقوم لاحقاً في البحث بإزالة التضبيب ومقارنة النتائج للحالات الثلاث لقيم الانتماء وعدم الانتماء (بدون أي عوامل تعديل ومع وجود عاملي التعديل) :

- المعامل الأول [24]: يرمز له بالشكل $(\boxplus)$ ويعرف بالمعادلة (10):

$$\boxplus A = \left\{ \left(x, \frac{\mu_A(x)}{2}, \frac{\vartheta_A(x) + 1}{2} \right), x \in X \right\} \quad (10)$$

بحيث: X المجموعة العامة، A المجموعة الضبابية الحدية، $\mu_A(x)$ ، $\vartheta_A(x)$ قيمة انتماء وعدم انتماء X إلى المجموعة A على التوالي.

نتائج تطبيق المعامل $(\boxplus)$ موضحة في الجدول (5):

جدول (5) قيم انتماء وعدم انتماء خرج تابع الوثوقية الضبابي بعد تطبيق المعامل $(\boxplus)$

الوثوقية على خرج التوزيع الضبابي (R)	قيمة الانتماء وفق تابع الانتماء $\mu_A(x)$ وفق المعامل $(\boxplus)$	قيمة عدم الانتماء وفق تابع عدم الانتماء $\vartheta_A(x)$ وفق المعامل ($\boxplus$)
0.9	0.5	0.4965
0.91	0.55005	0.44645
0.915	0.575075	0.421425
0.925	0.625125	0.371375
0.934	0.67017	0.32633
0.945	0.725225	0.271275
0.95	0.75025	0.24625
0.955	0.775275	0.221225
0.965	0.825325	0.171175
0.97	0.85035	0.14615
0.974	0.87037	0.12613
0.985	0.925425	0.071075
0.99	0.95045	0.04605
0.995	0.975475	0.021025
0.999	0.995495	0.001005

- **المعامل الثاني [24]:** يرمز له بالشكل $(\boxtimes)$ ويعرف بالمعادلة (11):

$$\boxtimes A = \left\{ \left(x, \frac{\mu_A(x) + 1}{2}, \frac{\vartheta_A(x)}{2} \right), x \in X \right\} \quad (11)$$

بحيث: X المجموعة العامة، A المجموعة الضبابية الحدية، $\mu_A(x)$ ، $\vartheta_A(x)$ قيمة انتماء وعدم انتماء x إلى المجموعة A على التوالي.

نتائج تطبيق المعامل $(\boxtimes)$ موضحة في الجدول (6):

جدول (6) قيم انتماء وعدم انتماء خرج تابع الوثوقية الضبابي بعد تطبيق المعامل $(\boxtimes)$

الوثوقية على خرج التوزيع الضبابي (R)	قيمة الانتماء وفق تابع الانتماء $\boxtimes_A(x)$ المعدل وفق المعامل $(\boxtimes)$	قيمة عدم الانتماء وفق تابع عدم الانتماء $\vartheta_A(x)$ المعدل وفق المعامل ($\boxtimes$)
0.9	0.9965	0
0.91	0.94645	0.05005
0.915	0.921425	0.075075
0.925	0.871375	0.125125
0.934	0.82633	0.17017
0.945	0.771275	0.225225
0.95	0.74625	0.25025
0.955	0.721225	0.275275
0.965	0.671175	0.325325
0.97	0.64615	0.35035
0.974	0.62613	0.37037
0.985	0.571075	0.425425
0.99	0.54605	0.45045
0.995	0.521025	0.475475
0.999	0.501005	0.495495

4-2- إزالة التضييب الحدي والحصول على القيم المحسنة للوثوقية

كما ذكرنا سابقاً فإننا اعتمدنا على البحث [24] في عملية التضييب السابقة وكذلك عملية إزالة التضييب وفق المعادلة (12)[24]:

$$c(y) = \begin{cases} \leq a & \text{if } y = 0 \\ a + (b - a)(y + \epsilon) - \left(\sqrt{\mu * (c_1 - \vartheta)} \right) & \text{if } 0 < y < \frac{x - a}{b - a} - \epsilon \\ (b - a)(y + \epsilon) + c - \left(\sqrt{\mu * (c_2 - \vartheta)} \right) & \text{if } \frac{x - a}{b - a} - \epsilon < y < \frac{c - x}{c - b} - \epsilon \\ \geq c & \text{if } y = 0 \end{cases} \quad (12)$$

بحيث:

a, b, c, ϵ

محددات تابع التضييب المستخدم

μ

قيمة تابع الانتماء عند القيمة المدروسة

y

قيمة الوثوقية على خرج التوزيع الضبابي

ϑ

قيمة تابع عدم الانتماء عند القيمة المدروسة

c_1, c_2

ثوابت عشوائية مرتبطة بخصوصية النظام المدروس

يبين الجدول (7) عينة من نتائج إزالة التضييب بالاعتماد على المعادلة (12) وتطبيقها على القيم المستنتجة في الجداول (4,5,6) وذلك في الحالات الثلاث (بدون العوامل المساعدة، مع إدخال العامل المساعد الأول (⊞)، مع إدخال العامل المساعد الثاني (⊞⊞)):

جدول (7) الوثوقية النهائية بعد إزالة التضييب

قيمة الوثوقية بعد إزالة التضييب وبإدخال العامل المساعد (⊞)	قيمة الوثوقية بعد إزالة التضييب وبإدخال العامل المساعد (⊞⊞)	قيمة الوثوقية بعد إزالة التضييب وبدون عوامل مساعدة	الوثوقية على خرج التوزيع الضبابي (R)
0.9906093	0.49286439	0.9906093	0.9
0.7744801	0.49661359	0.692811932	0.91
0.7297374	0.50040068	0.636574565	0.915
0.6637623	0.51193049	0.562266852	0.925
0.6200394	0.52707298	0.523064215	0.934
0.5795365	0.55237454	0.501200722	0.945
0.5647644	0.56665362	0.499624718	0.95
0.551923	0.58290314	0.503112687	0.955
0.5313924	0.62233691	0.525828807	0.965
0.5234692	0.64627901	0.545812943	0.97
0.5181757	0.66798808	0.566587981	0.974
0.5081474	0.74444654	0.652550842	0.985
0.5056962	0.79267673	0.71311948	0.99
0.5045246	0.86033774	0.802525429	0.995
0.5044997	0.9980317	0.968877907	0.999

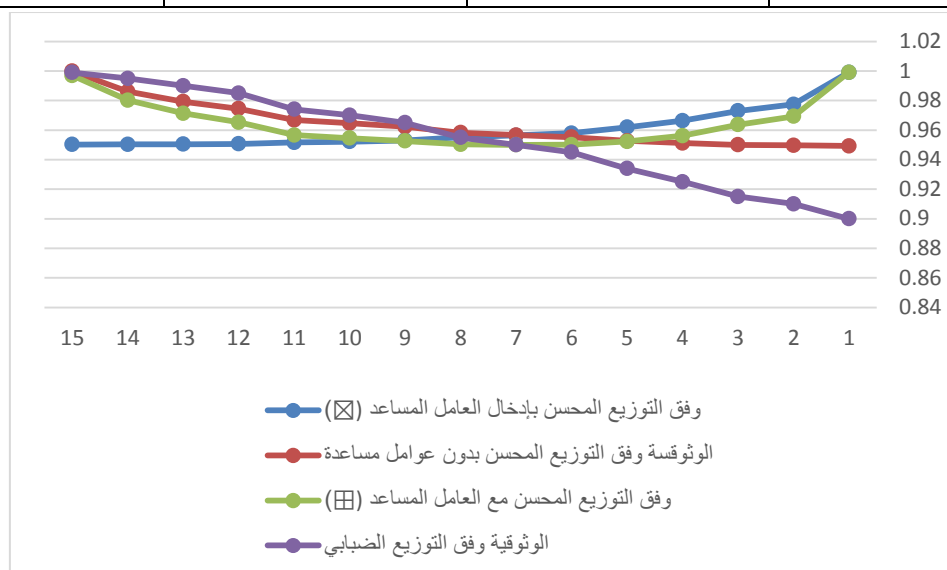
تم اختيار ($C1 = 0.001$) في كل الحسابات السابقة وهذه القيم توضع بناءً على خصوصية النظام المدروس أو التجهيزة المدروسة.

إن قيم الوثوقية بعد التضييب الحدي ومن ثم إزالة التضييب هي قيم من المجال $[0,1]$ ، أما المجال المستهدف في دراستنا فهو المجال $[0.9,1]$ ، سنقوم بإزاحة القيم السابقة إلى مجال الدراسة المستهدف لتصبح النتائج كما في الجدول (8) والشكل (6).

جدول (8) الوثوقية النهائية بعد إزالة التضييب وإزاحة القيم إلى مجال الدراسة

قيمة الوثوقية بعد إزالة التضييب وبإدخال العامل المساعد (⊞)	قيمة الوثوقية بعد إزالة التضييب وبإدخال العامل المساعد (⊞⊞)	قيمة الوثوقية بعد إزالة التضييب وبدون عوامل مساعدة	الوثوقية على خرج التوزيع الضبابي (R)
0.999061	0.949286	0.999061	0.9
0.977408	0.949661	0.969281	0.91
0.972924	0.95004	0.963657	0.915
0.96631	0.951193	0.956227	0.925
0.961924	0.952707	0.952306	0.934
0.957859	0.955237	0.95012	0.945
0.956375	0.956665	0.949962	0.95
0.955084	0.95829	0.950311	0.955
0.953017	0.962234	0.952583	0.965
0.952218	0.964628	0.954581	0.97
0.951683	0.966799	0.956659	0.974
0.950663	0.974445	0.965255	0.985

0.99	0.971312	0.979268	0.95041
0.995	0.980253	0.986034	0.950285
0.999	0.996888	0.999838	0.950275



الشكل (6) الوثوقية النهائية بعد إزالة التضييب وإزاحة القيم إلى مجال الدراسة

من خلال دراسة النتائج السابقة يتبين أن تحسين التوزيع الضبابي التقليدي من خلال المجموعات الضبابية الحديثة يعطي نتائج مقبولة عند إدخال المعامل المساعد (⊞)، حيث أن النتائج هنا كانت منطقية ومحسنة عند القيم الصغرى من مجال الدراسة وهناك تقابل منطقي في القيم على العكس في الحالتين الأخريين (التضييب من دون عوامل مساعدة، والتضييب باستخدام المعامل (⊞)، حيث كانت النتائج بعيدة عن المتوقع، لذلك سوف نعتمد على التحسين الذي استخدمنا فيه المعامل (⊞) في دراسة منظومة اتصالات خلوية كمثال تطبيقي لاختبار التحسين المطبق.

5- تطبيق التحسين السابق على منظومة الاتصالات الخلوية المدروسة في البحث [26]:

تم في البحث [26] دراسة وثوقية محطات البث الخلوية (BTS's) باستخدام التوزيعات الاحصائية التقليدية (توزيع وايل - Weibull Distribution) وكانت النتائج المتعلقة بأكثر خمس محطات من حيث معدل الفشل (Failure Rate) كما يلي:

- قيم الوثوقية وفق توزيع وايل للمحطات الخمس:

جدول (9) معدل الوثوقية للمحطات الخمس المدروسة

	BTS1	BTS2	BTS3	BTS4	BTS5
Reliability rate (in percent)	97.1	94.8	93.4	91.8	91

يمكن الآن وباستخدام طريقة حساب الوثوقية التفرعية للتجهيزات حساب وثوقية النظام الإجمالية كما يلي:

$$\begin{aligned}
 R &= [1 - (1 - R1)(1 - R2)(1 - R3)(1 - R4)(1 - R5)] \\
 &= [1 - (1 - 0.971)(1 - 0.948)(1 - 0.934)(1 - 0.918)(1 - 0.91)] \\
 &= 0.999999
 \end{aligned}$$

الآن ومن أجل تطبيق التوزيع الضبابي المبين في المعادلة (7) نحتاج إلى قيم معدلات الفشل لكل محطة، والتي تحسب اعتماداً على توزيع وايل من خلال المعادلة (13):

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\frac{\beta}{\theta} \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}}}{e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}}} = \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1} \quad (13)$$

بحيث:

$$f(t) = \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}}$$

تابع الكثافة الاحتمالية لتوزيع وايبل

$$t = 6 \text{ months} = 24 * 30 * 6 = 4320 \text{ h}$$

المدة التي تم حساب الوثوقية عندها

$$\Theta = 213463 \text{ h}$$

مدة التقادم الإجمالية للمحطة الأولى خلال الدراسة

$$\beta = 0.991$$

معامل الشكل لتوزيع وايبل

فكانت النتائج موضحة في الجدول (10):

جدول (10) معدلات الفشل للمحطات الخمس

	BTS1	BTS2	BTS3	BTS4	BTS5
λ	4.10^{-6}	$3.394.10^{-6}$	$9.15595.10^{-6}$	$3.72675.10^{-6}$	$2.3263.10^{-6}$

بناءً على معدلات الفشل السابقة وعند $t=4320 \text{ h}$ وعند القيم التالية لثوابت المعادلة (7):

$$m = -6.574e+06 \quad (-1.536e+07, 2.216e+06)$$

$$n = -0.0001664 \quad (-0.0003417, 4.898e-05)$$

$$c = 116 \quad (-32.05, 229.7)$$

تكون قيم الوثوقية للمحطات الخمس وفق التوزيع الضبابي موضحة في الجدول (11):

جدول (11) قيم الوثوقية للمحطات الخمس وفق التوزيع الضبابي

	BTS1	BTS2	BTS3	BTS4	BTS5
R	88.98515	92.969	74.81194	90.7815	99.98806

فتكون الوثوقية الإجمالية وفق التوزيع الضبابي:

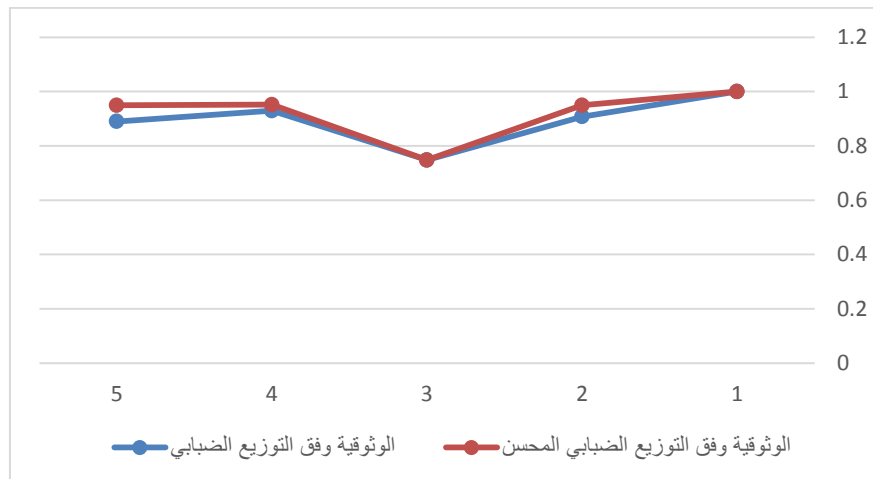
$$R = [1 - (1 - R1)(1 - R2)(1 - R3)(1 - R4)(1 - R5)]$$

$$= [1 - (1 - 0.8898515)(1 - 0.92969)(1 - 0.7481194)(1 - 0.907815)(1 - 0.9998806)] = 0.999999979$$

بتطبيق التحسين المضاف في بحثنا هذا والمعتمد على المجموعات الضبابية الحدية نحصل على الجدول (12)، والذي يبين قيم الوثوقية المحسنة والشكل (7) الذي يوضح المقارنة بيانياً:

جدول (12) قيم الوثوقية للمحطات الخمس وفق التوزيع المحسن

	BTS1	BTS2	BTS3	BTS4	BTS5
الوثوقية وفق التوزيع الضبابي	0.8898515	0.92969	0.7481194	0.907815	0.9998806
الوثوقية المحسنة بعد إدخال العامل المساعد (田)	Out of rang (0.949422)	0.951923	Out of rang (0.7481194)	0.949536	0.999838



الشكل (7) قيم الوثوقية للمحطات الخمس وفق التوزيعين الضبابي والمحسن

قيمة الوثوقية للمحطة الأولى (BTS1) والمحطة الثالثة (BTS3) هي خارج مجال الدراسة المعتمد في البحث وهو $[0.9 - 1]$ ولكن هذه القيمة من أجل المحطة الأولى قريبة من الحد الأدنى للمجال وباعتبار التوزيع المعتمد (ضبابي حدسي) فإنه قادر على التعامل مع هوامش معينة للخطأ (قد تكون أخطاء بشرية) حيث أنه غير حدّي على طرفي المجال.

- حساب الوثوقية الإجمالية المحسنة (R_E):

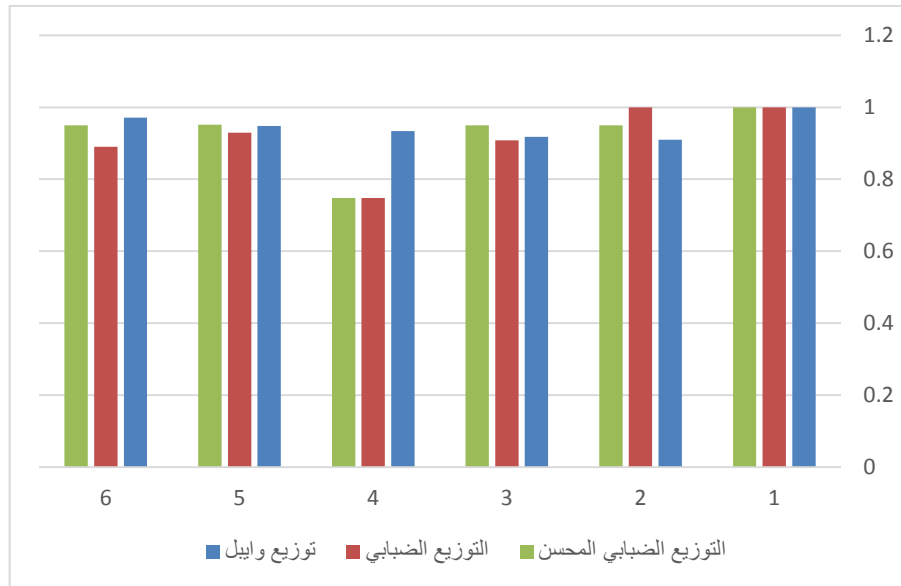
$$R_E = [1 - (1 - R1)(1 - R2)(1 - R3)(1 - R4)(1 - R5)]$$

$$= [1 - (1 - 0.949422)(1 - 0.951923)(1 - 0.7481194)(1 - 0.949536)(1 - 0.999999995)] = 0.999999995$$

6- مقارنة النتائج التقليدية لحساب الوثوقية في البحث [26] مع كل من نتائج التوزيع الضبابي والضبابي المحسن: بتلخيص النتائج السابقة نحصل على الجدول (13) والشكل (8):

الجدول (13) قيم الوثوقية للمحطات الخمس والوثوقية الاجمالية وفق التوزيعات الثلاث

التوزيع المستخدم	BTS1 Reliability	BTS2 Reliability	BTS3 Reliability	BTS4 Reliability	BTS5 Reliability	System reliability
weibull	0.971	0.948	0.934	0.918	0.91	0.999999
الضبابي	0.8898515	0.92969	0.7481194	0.907815	0.9998806	0.999999979
الضبابي المحسن	0.949422	0.951923	0.7481194	0.949536	0.949536	0.999999995



الشكل (8) مقارنة وثوقية المحطات الخمس والوثوقية الكلية وفق التوزيعات الثلاث

النتائج والمناقشة:

بدراسة الجدول والشكل السابقين نحصل على النتائج التالية:

- 1- تقارب القيمة النهائية للوثوقية الإجمالية للنظام ككل بالرغم من اختلاف قيم الوثوقية للمحطات الخمس باختلاف التوزيع المستخدم.
- 2- التوزيع الضبابي المحسن يتوقع وثوقية أعلى للنظام بعد مضي ستة أشهر من العمل (مدة المراقبة والقياس).
- 3- لم يعالج التوزيع المحسن قيمة وثوقية المحطة الثالثة (BTS3) كونها بعيدة عن الحد الأدنى لمجال الوثوقية المعتمد (1-0.9)، بينما تم معالجة قيمة الوثوقية للمحطة الأولى (BTS1) على اعتبار أن التوزيع المحسن حدسي وهذه مميزة من ميزات التوزيعات الضبابية والحدسية تحديداً وهي كونها غير حدية في التعامل مع مدخلات النظام على عكس التوزيعات التقليدية.
- 4- باعتبار التوزيع المحسن يعطي الاحتمال الأعلى لعمل النظام بشكل جيد بعد مدة معينة، فهو مفيد لمهندسي الوثوقية لتحديد المدة الزمنية القصوى التي من الممكن خلالها الاستفادة من تجهيزة معينة قبل المطالبة باستبدالها، الأمر الذي ينعكس على التكلفة بشكل ملموس.

الاستنتاجات والتوصيات:

- 1- يمكننا في المستقبل تطبيق التوزيع الضبابي المحسن على أنظمة إلكترونية وتجهيزات مختلفة لملاحظة التغير في النتائج والبناء على ذلك من حيث إمكانية تعميم هذا التحسين أو عدم إمكانية.
- 2- في حال توفر الإمكانيات الفنية على أرض الواقع يمكن توثيق نتائج البحث وتأكيداتها من خلال التطبيق العملي على محطات بث خلوية على أرض الواقع.

References:

- [1] H. Alradwan, H. Albustani and A. Habeeb, Improving reliability calculations in cellular communications system stations using Fuzzy Logic (In Arabic), *Latakia University Journal for Studies and Scientific Research- Engineering Sciences Series*. Vol 46, NO (6), (2024).
- [2] S. Dey, Comparison of Bayes estimators of the parameter and reliability function of the Rayleigh distribution, *Malaysian Journal of Mathematical Sciences*. Vol. 3, No. 2, pp.249-266, (2009).
- [3] A. J. Fernandez, Bayesian estimation and prediction based on Rayleigh sample quantiles, *Quality & Quantity*. Vol. 44, pp. 1239-1248, (2010).
- [4] R. Azimi, F. Yaghmai, D. Azimi, Comparison of Bayesian estimation methods for Rayleigh progressive censored data under the different asymmetric loss function, *International Journal of Applied Mathematical Research*. Vol.1, No.4, pp. 452-461, (2012).
- [5] B. Tarvirdizade, G. H. Kazemzadeh, Interval estimation of stress strength reliability based on lower record values from inverse Rayleigh distribution. *Journal of Quality and Reliability Engineering*. Vol. 2, Article ID 192072,8 pages, (2014).
- [6] M.K. Rastogi, F. Merovci, Bayesian estimation for parameters and reliability characteristic of the Weibull Rayleigh distribution, *Journal of King Saud University – Science*. 30(4), pp.472-478, (2018).
- [7] K.G. Potdar, D.T. Shirke, Reliability estimation for the generalized inverted Rayleigh distribution, *Electronic Journal of Applied Statistical Analysis*. Vol. 09, No. 01, pp. 154-168, (2016).
- [8] S. Dey, E. Raheem, S. Mukherjee, Statistical properties and different methods of estimation of transmuted Rayleigh distribution, *Revista Colombiana de Estadística*. Vol. 40, No. 1, pp. 165-203, (2017).
- [9] J. E. Baloui, An evaluation of the systems reliability using fuzzy lifetime distribution, *Journal of Applied Mathematics*. Vol. 7, No. 28, pp. 73-80, (2011).
- [10] Baloui J, E. Analyzing system reliability using fuzzy Weibull lifetime distribution. *International Journal of Applied Operational Research*, Vol. 4, pp. 93-102, (2014).
- [11] A. Pak, G. A. Parham, M. Saraj, Reliability estimation in Rayleigh distribution based on fuzzy lifetime data, *International Journal of System Assurance Engineering and Management*. Vol. 5, No. 4, pp. 487-494, (2014).
- [12] Y. L. Feng, Reliability analysis of multi-state systems with common cause failures based on Bayesian network and fuzzy probability. *Annals of Operations Research*, pp. 1-15, (2022).
- [13] A. Venkatesh, R. Manikandan, P. Senthil Kumar, Fuzzy reliability analysis for the effect of oxytocin using generalized Rayleigh distribution, *International Journal of Pure and Applied Mathematics*. Vol. 117, No. 6, (2017).
- [14] L. Sebastian, S. Rita and J. Vennila, Fuzzy logic reliability block diagram approach for patient health monitoring using r programming, *Reliability: Theory & Applications* 19.3 (79), pp. 179-185, (2024).
- [15] A. Ebrahimnejad, J.L. Verdegay, An efficient computational approach for solving type-2 intuitionistic fuzzy numbers-based Transportation Problems, *International Journal of Computational Intelligence Systems*. Vol. 9, No. 6, pp. 1154-1173, (2016).
- [16] A. Ebrahimnejad, J.L. Verdegay, *A new approach for solving fully intuitionistic fuzzy transportation problems*, Springer, 2017. <https://doi.org/10.1007/s10700-017-9280-1>.

- [17] K.S. Bohra, S.B. Singh, Evaluating fuzzy system reliability using intuitionistic fuzzy Rayleigh lifetime distribution, *Mathematics in Engineering, Science and Aerospace*. Vol. 6, No. 2, pp. 245-254, (2015).
- [18] P. Kumar, S.B. Singh, Fuzzy system reliability using intuitionistic fuzzy Weibull lifetime distribution, *International Journal of Reliability and Applications*. Vol. 16, No. 1, pp. 15-26, (2015).
- [19] J. E. Baloui, Analyzing system reliability using fuzzy Weibull lifetime distribution, *International Journal of Applied Operational Research*. Vol. 4, pp. 93-1, (2014).
- [20] A. Kalam, W. Cheng, D. Stefanatos, S. K. Shah, Statistical Reliability Assessment with Generalized Intuitionistic Fuzzy Burr XII Distribution Processes. 12(5), 915, (2024).
- [21] A. Ebrahimnejad, E. B. Jamkhaneh, System reliability using generalized intuitionistic fuzzy Rayleigh lifetime distribution. *Applications and Applied Mathematics. An International Journal (AAM)*, 13(1), 7, (2018).
- [22] P. Kumar and D. Kumar, The use of intuitionistic fuzzy numbers in reliability calculations, *Advances and Applications in Mathematical Sciences*. 23(5), pp. 419–429, (2024).
- [23] G.A. Lorenzini, Solution to investigate uncertainties in reliability analysis of distribution system based on fuzzy logic method, *Journal Européen des Systèmes Automatisés*. 57.1, pp. 289-294, (2024).
- [24] C. Annamalai, Intuitionistic fuzzy sets: new approach and applications, *Indian Institute of Technology Kharagpur*, (2022).
- [25] C. Radhika, R. Parvathi, Defuzzification of intuitionistic fuzzy sets, *Notes intuitionistic fuzzy sets*. 22(5), pp.19-26, (2016).
- [26] D. Davronbekov, U. K. Matyokubov and M. I. Abdullayeva, Evaluation of reliability indicators of mobile communication system bases, *EVALUATION*. 11(1), pp. 16–25, (2020).