Analytical Study on the Effect of Geometric Variations and Defense Holes on Stress Concentration in Steel Plates

Majdoline Ghadir*

(Received 29 / 3 / 2026. Accepted 25 / 5 / 2026)

□ ABSTRACT □

The primary objective of this study is to optimize mechanical stress distribution and mitigate stress concentration phenomena around holes in steel plates, a major factor contributing to localized structural failure. This research focuses on conducting a comparative analysis between the effects of circular holes and longitudinal slots on the stress concentration factor (K_t), while evaluating the effectiveness of implementing "defense holes" to reduce stress intensity.

The study adopts a numerical simulation methodology using Autodesk Inventor. A steel plate with dimensions of (200 ×100 ×5 mm) was modeled. The research was executed in two stages: the first investigated the impact of varying hole diameters (20, 25, 30 mm) on stress values, safety factors, and displacements. The second stage involved modifying the circular hole into a longitudinal slot with varying dimensions, followed by the strategic addition of two defense holes to analyze their efficiency in redistributing stress trajectories.

The results demonstrated that utilizing longitudinal slots effectively decrease stress concentration. Furthermore, the integration of two defense holes adjacent to the longitudinal slot contributed to a 4.18% improvement in the safety factor. This enhancement stems from the reduction of the stress concentration factor in the critical zone, thereby strengthening the design's load-bearing capacity without necessitating increased material thickness or altered mechanical properties.

Keywords: Stress Concentration, Defense Holes, Slot, Numerical Simulation, Factor of Safety.

Copyright **:**Latakia University journal (formerly Tishreen) -Syria, The authors retain the copyright under a CC BY-NC-SA 04

***Academic Assistant_ Department of Design and Production Engineering_ Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Latakia University (formerly Tishreen), Latakia, Syria.**
Email: majdoline.ghadir@latakia-univ.edu.sy

دراسة تحليلية لتأثير التغيرات الجيومترية والثقوب الدفاعية على تركيز الإجهادات في الصفائح الفولاذية

مجدلين غدير *

(تاريخ الإيداع 29 / 3 / 2026. قُبِل للنشر في 25/ 5 / 2026)

ملخّص

الهدف من هذه الدراسة هو تحسين توزيع الإجهادات الميكانيكية وتخفيف ظاهرة تركيزها حول الثقوب في الصفائح الفولاذية، هذه الظاهرة تعد سببا رئيسياً للانهيار الهيكلي الموضعي. يرتكز البحث على إجراء تحليل مقارن بين تأثير الثقوب الدائرية والفتحات الطولية (slot) على معامل تركيز الإجهاد (K_t)، مع تقييم فعالية استخدام الثقوب الدفاعية(Defense Holes) في تقليل تركيز الإجهاد.

اعتمدت الدراسة على منهجية المحاكاة العددية باستخدام برنامج Autodesk Inventor، حيث تم تصميم صفيحة فولاذية بأبعاد mm (5×100×200). تم العمل على مرحلتين؛ ركزت المرحلة الأولى على دراسة تأثير تغيير قطر الثقب mm (20،25،30) على قيم الإجهادات ومعامل الأمان والإزاحة. أما المرحلة الثانية تناولت تغيير شكل الثقب الدائري ليصبح فتحة طولية (slot) مع تغيير أبعاد الفتحة ومن ثم إضافة ثقبين دفاعيين لتحليل مدى كفاءة هذه الثقوب في إعادة توزيع مسارات الإجهاد. أظهرت النتائج أن استخدام الفتحات الطولية يقلل من تركيز هذه الإجهادات، كما أن إضافة الثقبين الدفاعيين على جانبي الفتحة الطولية ساهم بتحسين معامل الأمان بنسبة 4.18% هذه الزيادة ناتجة عن تقليل معامل تركيز الإجهاد حول المنطقة الحرجة مما يعزز من قدرة التصميم على تحمل الأحمال المطبقة دون الحاجة لزيادة سماكة المادة أو تغيير خصائصها الميكانيكية.

الكلمات المفتاحية: تركز الإجهادات، ثقوب دفاعية، فتحات طولية، محاكاة عددية، معامل أمان.

حقوق النشر : مجلة جامعة اللاذقية (تشرين سابقاً)- سورية، يحتفظ المؤلفون بحقوق النشر بموجب الترخيص CC BY-NC-SA 04

* قائم بالأعمال_ قسم هندسة التصميم والإنتاج _ كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية_ جامعة اللاذقية (تشرين سابقاً) _اللاذقية _ سورية. majdoline.ghadir@latakia-univ.edu.sy

1. مقدمة:

تعتبر الصفائح المعدنية ذات أهمية كبيرة في التطبيقات الهندسية والصناعية كالهياكل الصناعية والشبكية للجسور والمركبات، تتحمل هذه الصفائح الفولاذية أحمال مختلفة أثناء فترة التشغيل لذلك تعتبر دراسة تركيز الإجهادات في تلك الصفائح أمر مهم. في التطبيقات الهندسية غالباً ما تحتوي هذه الصفائح على ثقوب ومجاري للتثبيت والتجميع، مما يسبب تركز للإجهادات في المنطقة حول الثقوب ويزيد من خطر حدوث انهيار ميكانيكي ويقلل من المتانة الميكانيكية للهيكل هذه الظاهرة تسمى ظاهرة تركز الإجهادات (Stress Concentration). بحيث يأخذ معامل تركيز الإجهاد جانباً بالغ الأهمية في تقييم انهيار الهياكل ومكونات الآلات[1].

أظهرت الدراسات السابقة أن تركز الإجهادات يرتبط بشكل أساسي بقطر وشكل الثقب وموقعه، بالإضافة لعوامل أخرى كسماكة الصفيحة المعدنية ونوع المعدن المستخدم في صناعتها كما أن استخدام الثقوب الدفاعية يقلل من تلك الإجهادات، كما مكنت برامج المحاكاة الحديثة من دراسة توزع هذه الإجهادات على الصفيحة بدقة عالية ومناقشة النتائج قبل إجراء التصميم النهائي للصفيحة. في هذه الدراسة تم استخدام برنامج Autodesk Inventor وطريقة العناصر المنتهية (FEM) لتحليل الإجهادات على الصفيحة المعدنية والتحقق من تأثير قطر الثقب وشكله على تركيز الإجهادات (Stress Concentration) تحت تأثير قوة شد ثابتة.

قام الباحث B Safaei وآخرون في عام 2022 بدراسة تحليل الإجهاد عند حافة الثقب في صفائح ذات أبعاد مختلفة، بحيث يزداد الإجهاد في مناطق التغيرات الهندسية، فإذا تجاوزت قيمة هذا الإجهاد إجهاد الخضوع فإن المادة تنهار. كما تم تحليل توزيع الإجهاد عددياً وتحليلاً ومقارنة النتائج التي أثبتت صحة التحليل العددي لجميع المعاملات باستخدام برنامج Ansys [2] .

قام الباحث Y. ali وآخرون في عام 2025 بإجراء محاكاة بطريقة العناصر المنتهية لتقليل الإجهاد حول ثقب مركزي باستخدام تصميمات محسنة للثقوب المجاورة. عند وضع ثقب دائري في صفيحة مركبة يحدث إجهاد عند حافة الثقب ويتمثل الحل الأمثل من حيث التكلفة والوزن في انشاء ثقوب إضافية مجاورة واستخدام الطرق العددية والمحاكاة لتحديد مواقعها و أقطارها باستخدام برنامج Solidworks و Ansys [3] .

تتناول الدراسة التي أعدها T. da Silveira وآخرون في عام 2025 دراسة التحليل العددي لتأثير نسبة العرض إلى الارتفاع على السلوك الميكانيكي لصفيحة فولاذية مثقبة، استخدم الباحثون نوعين مختلفين من الفولاذ في المحاكاة باستخدام طريقة العناصر المنتهية مع تغيير إجهاد الخضوع بينهما فقط. بينت النتائج أن الإجهادات القصوى في AISI 4130 تكون أعلى منها في الفولاذ AH 36. بالنسبة للنسبة العرض إلى الارتفاع (b/a) تكون بين 1.00 و 0.40 ل (AH36) وبين 1.00 و 0.35 ل(AISI 4130) بحيث تنخفض قيمة الإجهادات القصوى مع انخفاض هذه النسبة[4].

قام الباحثون R. Chugh وآخرون في عام 2025 بدراسة معاملات تخفيض معامل تركيز الإجهاد في صفيحة رقيقة منحنية ذات ثقب دائري تحت تأثير حمل شد. استخدمت محاكاة التحليل بطريقة العناصر المنتهية على صفائح معدنية منحنيه لتحليل توزيع الإجهادات في اشكال هندسية مختلفة، واضافة ثقوب مساعدة وتحديد العلاقة بين قطر الثقوب المساعدة وقطر الثقب الرئيسي[5].

2. أهمية البحث وأهدافه:

أهمية البحث

يمكن تلخيص أهمية هذا البحث بمجوعة من الأمور كما يلي:

- تستخدم الثقوب في الصفائح المعدنية بكثرة لأغراض التثبيت أو تخفيف الوزن أو التهوية، ولكنها تعتبر السبب الرئيسي في تركز الإجهادات التي تؤدي إلى حدوث انهيار مبكر في الصفائح الفولاذية.
- يساعد البحث في فهم تأثير تغير قطر الثقب وشكله على تركيز الإجهادات وتأثير إضافة ثقوب دفاعية على تركيز الإجهادات الأمر الذي يساعد في اختيار التصميم الأمثل للصفيحة المدروسة.
- أهمية التحليل العددي باستخدام طريقة العناصر المنتهية على برنامج Inventor وإجراء المحاكاة التي تساعد في تقليل الأخطاء التصميمة.
- تحسين معامل الأمان وتقليل احتمالية حدوث انهيار في الهياكل والمنشآت.
- الربط بين الجانب النظري والعملي باستخدام المحاكاة التي توفرها البرامج الهندسية.

أهداف البحث

يهدف هذا البحث إلى دراسة توزع الإجهادات على صفيحة فولاذية تحوي ثقب مركزي واحد وتأثير زيادة قطر الثقب على إجهادات فون ميسز والإزاحة ومعامل الأمان لكل حالة وحساب معامل تركيز الإجهاد ومقارنة النتائج، بالإضافة إلى تغيير شكل الثقب الدائري ليصبح فتحة طولية (Slot) وتغيير الأقطار لمعرفة الحالة الأمثل، ومن ثم إضافة ثقبين دفاعين على جانبي الفتحة الطولية وتحليل النتائج تحت تأثير حمل شد محوري على الصفيحة الفولاذية.

مقارنة تأثير كل من القطر وشكل الثقب لتقليل تركيز الإجهادات وزيادة معامل الأمان لتحديد أي الحالات هي الأنسب من الناحية التصميمة، مما قد يعزز الفهم التطبيقي للعلاقة بين المتغيرات الهندسية للثقوب والأداء الميكانيكي للعناصر المعدنية.

3. مشكلة البحث

تعد ظاهرة تركيز الإجهادات عند الانقطاعات الهندسية من أبرز أسباب بدء التشقق و الانهيار المبكر في العناصر الإنشائية الفولاذية، إذ يلاحظ في التطبيقات الهندسية الواقعية أن كثيراً من المنشآت تحتوي على ثقوب أو فتحات سواء لأغراض تخفيف الوزن أو تمرير التوصيلات أو لمتطلبات التصنيع. وعلى الرغم من أن هذه الثقوب ضرورة تقنية لا يمكن تجنبها في كثير من الحالات إلا أنها تشكل نقاط ضعف موضعية تتضاعف عندها قيم الإجهاد بشكل ملحوظ مقارنةً بالإجهاد الاسمي في العنصر، مما يقلص العمر الافتراضي للمنشأة ويهدد سلامتها. ومن هنا تبرز الحاجة إلى دراسة أساليب التدخل الهندسي الفعالة للتقليل من هذا التركيز دون التأثير بشكل جوهري على وظيفة الثقب أو سلامة المنشأة. تسعى هذه الدراسة إلى تقديم مقاربة عملية لهذه الإشكالية من خلال دراسة تأثير تغيير قطر الثقب الدائري وتحويله إلى فتحة طولية بأبعاد مختلفة ثم دراسة تأثير إضافة ثقبين دفاعيين على جانبي الفتحة في إعادة توزيع الإجهادات وخفض قيمة معامل تركيز الإجهاد، وذلك بالاستعانة بأداة التحليل بالعناصر المحدودة في برنامج Inventor لمحاكاة سلوك الصفيحة الفولاذية تحت الأحمال المطبقة عليها.

4. منهجية البحث

يقوم هذا البحث على منهجية تحليلية تجريبية في بيئة Autodesk Inventor الافتراضية، حيث اعتمدت الدراسة على محاكاة سلوك صفيحة فولاذية تحوي ثقب تحت تأثير حمل شد محوري باستخدام برنامج Inventor وإنشاء نموذج هندسي للصفيحة وتحديد الحمولة والتثبيت وخصائص المادة.

تم تنفيذ الدراسة على مرحلتين رئيسيتين:

المرحلة الأولى: تغيير قطر الثقب، ودراسة تأثير هذا التغيير على إجهادات فون ميسز، والإزاحة الكلية، ومعامل الأمان ومعامل تركيز الإجهاد.

المرحلة الثانية: تغيير شكل الثقب الدائري إلى فتحة طولية وتغيير القطر مرة أخرى ومقارنة النتائج مع الحالة الأولى، ثم إضافة ثقبين دفاعيين للفتحة الطولية الأكبر ودراسة تأثير هذين الثقبين على توزع الإجهادات في المنطقة حول الفتحة الطولية.

5. طرائق البحث ومواده:

تتلخص طرائق البحث بدراسة وبحث النقاط التالية:

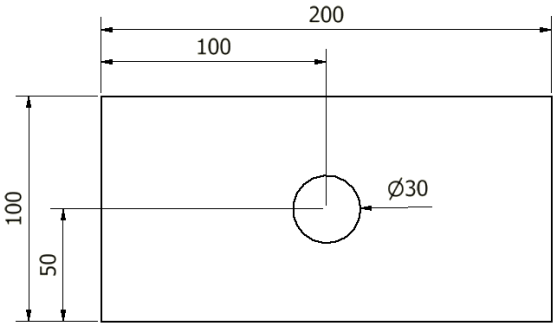
- إجراء عملية رسم القطعة بمساعدة برنامج التصميم الهندسي Autodesk Inventor Professional (AIP) من أجل بحث سيناريوهات إنجاز عملية محاكاة للصفيحة. تغيير قطر الثقب الدائري للصفيحة واستبداله بفتحة طولية وإضافة ثقبين دفاعيين ومقارنة النتائج وتأثيرها على تركيز الإجهادات.
- التحليل الستاتيكي بمساعدة طريقة العناصر المنتهية (FEM) وتسجيل قيم كل من الإجهادات والازاحة ومعامل الأمان على كافة الحالات المدروسة.

6. الأبعاد والخصائص الهندسية والبيئة الرقمية

6_1 الخصائص التصميمية للصفيحة المدروسة

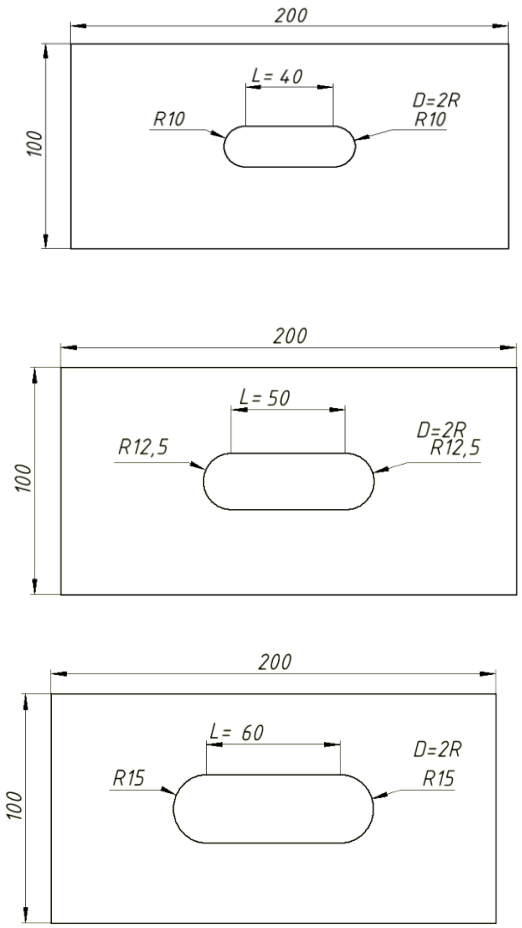
تعتمد دقة التحليل في البرامج الهندسية على التوصيف الدقيق للهندسة الفراغية للصفيحة الفولاذية وتحديد أماكن عدم الاستمرارية الناتجة عن الفتحات، تم تمثيل الصفيحة وفق عدة مراحل هندسية لدراسة تأثير تركيز الإجهادات. يتم التعامل مع المادة بوصفها مادة متجانسة الخواص لضمان الحصول على نتائج جيده عند ادخال المتغيرات الهندسية اللاحقة.

في المرحلة الأولى تم إدراج ثقب دائري في مركز الثقل الهندسي للصفيحة بهدف دراسة مناطق تركيز الإجهاد (Stress Concentration) حول المحيط الدائري. اعتمدت الحالة المعيارية لتوضع الثقب بناءً على الدراسة المرجعية[6] بحيث أن دراسة الثقب في منتصف الصفيحة هي الحالة المعيارية لتعريف معامل تركيز الإجهاد (K_t) ولفهم سلوك المادة وتوزع الإجهادات بعيداً عن تأثير الحواف وهو ما يضمن صحة المقارنة عند إضافة ثقب دفاعي في المرحلة التالية. يبين الشكل (1) أبعاد الصفيحة المدروسة ومكان وجود الثقب الدائري.



الشكل(1): أبعاد الصفيحة المدروسة

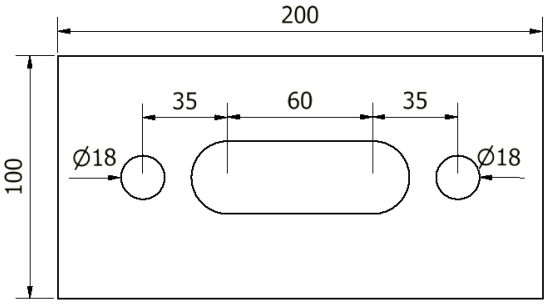
في المرحلة الثانية تم استبدال الثقب الدائري بفتحة طولية (Slot) وهي فتحة مستطيلة ذات نهايات نصف دائرية بحيث أن استخدام هذه الفتحات يغير مسار خطوط الإجهاد بشكل يختلف عن الثقب الدائري، يبين الشكل (2) الفتحات الطولية المستخدمة وأبعادها بحيث تم تحديد أبعاد الفتحة الطولية وفق العلاقة L=2D مع مراعاة الحفاظ على السلامة الإنشائية للصفيحة، كما تم اختيار الطول والعرض بحيث لا يسببان اضعاف للمقطع العرضي أو يؤديان لحدوث انهيار مبكر.



الشكل(2): يوضح أبعاد الفتحات الطولية المستخدمة

يبين الشكل(3) أبعاد الثقبين الدفاعيين المستخدمين ومكان تواجدهما على جانبي الفتحة الطولية حيث يسمح استخدام نظام الثقوب الدفاعية بإعادة توزيع تدفق الإجهادات عن طريق ادخال ثقوب مساعدة في المناطق ذات الإجهاد المنخفض بالقرب من الثقب الرئيسي، وبالتالي زيادة قدرة التحمل للوصلات المثبتة ببراغي[7].

تقوم عملية إضافة الثقوب الدفاعية (Defense Holes) إلى المبادئ الميكانيكية المتعلقة بتوجيه مسارات تدفق الإجهاد (Stress Flow Lines) وإعادة توزيع حقول الإجهاد حول الفتحات غير المنتظمة. ومن الناحية النظرية، يشير التفاعل الهيكلي بين الثقوب المتجاورة إلى أن وجود فتحات إضافية في مناطق مختارة بعناية لا يؤدي بالضرورة إلى إضعاف العنصر الإنشائي، بل قد يعمل كأداة لتشتيت تركيز الإجهاد الأقصى. وهذا ما أكدته دراسة (Bulut et al., 2025) عند تحليلها للصفائح ذات الثقوب المتعددة، حيث أن ترتيب الثقوب وعددها تلعب دوراً جوهرياً في تحديد قيمة معامل تركيز الإجهاد (K_t). وتوفر هذه الدراسة أساساً نظرياً للبحث الحالي في اعتبار الثقوب الدفاعية وسيلة لخلق تداخل إيجابي بين حقول الإجهاد، مما يقلل من حدة التدرج الإجهادي (Stress Gradient) عند حواف الثقوب الطولية (Slots) ويحسن من تجانس توزيع الأحمال داخل الصفيحة[8].



الشكل(3): يوضح أبعاد الثقبين الدفاعيين المستخدمين

6_2 إجهاد فون ميسيز وطريقة العناصر المنتهية

تعد إجهادات فون ميسيز (Von Mises Stress) من أبرز معايير الفشل الهندسي المعتمدة في تحليل المنشآت الفولاذية والمكونات الميكانيكية، وتستند إلى مبدأ طاقة التشويه (Distortion Energy Theory) الذي صاغه ريتشارد فون ميسيز عام 1913م. وتقوم هذه النظرية على الافتراض بأن فشل المواد اللدنة لا يقع بفعل الإجهاد الهيدروستاتيكي، بل بفعل طاقة التشوه التي تتراكم في العنصر المحمل وقد طورت لتشمل معايير فشل متعددة في إطار موحد يتيح تطبيقها على مجموعة واسعة من المواد الهندسية[9].

ويقترح هذا المعيار أن الخضوع (Yielding) يبدأ حين يبلغ ثاني متغير إجهاد الانحراف (J_2) قيمة حرجة، ومن ثم يعرف أحياناً بنظرية تدفق J_2، وهو يطبق بدقة على المواد الطيعة كالفولاذ الإنشائي التي لا يعتمد فيها الخضوع على المكون الهيدروستاتيكي لموتر الإجهاد وفي تحليل العناصر المحدودة (FEA)، يحول إجهاد فون ميسيز المكافئ إلى قيمة قياسية وحيدة تمثل حالة الإجهاد ثلاثية الأبعاد الكاملة، وتقارن مباشرة بحد الخضوع (Yield Strength) للمادة المستخرج من اختبار الشد أحادي المحور، مما يسهل الحكم على سلامة التصميم تحت أحمال التشغيل المختلفة[10].

تعد طريقة العناصر المنتهية من أكثر الطرق استخداماً في العديد من المجالات تعتمد هذه الطريقة على تقسيم النموذج الهندسي المعقد إلى شبكة كثيفه من العناصر الصغيرة التي تسمى (Elements)، ليقوم الحاسوب بمعالجة

كل قطعة على حدى وحساب القوى المؤثرة عليها بدقة [12] ,[11] ,[5] ,[3] ,[2]. ولغرض تنفيذ هذه المحاكاة تم استخدام بيئة تحليل الإجهادات في برنامج Autodesk Inventor حيث يتيح البرنامج إمكانية تكثيف الشبكة وتخصيصها حول مناطق تركيز الإجهاد (مثل الثقوب) مما يعطي نتائج أكثر دقة وواقعية وتعرف هذه العملية بـ(Meshing).

3_6 حساب معامل تركيز الإجهاد ومعامل الأمان

يعرف معامل تركيز الإجهاد Kt على أنه النسبة بين أقصى إجهاد موضعي عند حافة الثقب والإجهاد الاسمي البعيد عنه. وتتأثر قيمة هذا المعامل بعدة عوامل هندسية أبرزها نسبة قطر الثقب إلى عرض الصفيحة (d/W)، إذ تزداد قيمة Kt مع زيادة هذه النسبة في الصفائح ذات الأبعاد المحدودة. كما يشير Peterson إلى أن شكل الثقب يؤثر تأثيراً مباشراً على توزيع الإجهادات، حيث تعطي الفتحات الطولية (Slot) ذات الحواف المدورة قيماً أقل لمعامل التركيز مقارنةً بالثقوب الدائرية عند نفس مساحة المقطع المفقود[6][13].

يتأثر معامل تركيز بالشكل الهندسي للأجزاء المدروسة بالإضافة إلى ظروف التحميل والاستخدام، بحيث تؤدي التغيرات الهندسية والحمل إلى تركز الإجهادات في منطقة التغيرات الهندسية بحيث إذا تجاوزت قيمته قيمة إجهاد الخضوع فإن المادة تنهار في هذه المناطق[11] ,[2].

لتقييم مدى تأثر الاستجابة الميكانيكية للصفيحة الفولاذية بوجود الانقطاعات الهندسة (Holes & Slots)، تم حساب معامل تركيز الإجهاد (K_t) وفق منهجين متكاملين:

- المنهج التحليلي (Theoretical Approach) كما يلي:

استخدمت الصيغ الرياضية الكلاسيكية التي وضعها (Roark's Formulas) لتقدير المعامل نظرياً. تأخذ هذه المعادلات في الاعتبار التأثير المشترك لقطر الثقب (d) وعرض الصفيحة المحدود (W)، حيث تم حساب القيمة المرجعية بناءً على النسبة (d/W)، وفقاً للعلاقة الموضحة في المعادلة رقم(1) للثقب الدائري:

$$K_{t,th} = 3.0 - 3.14\frac{d}{W} + 3.66\frac{d^2}{W^2} - 1.53\frac{d^3}{W^3} \quad (1)$$

أما في حالة وجود الفتحة الطولية يستخدم القانون الموجود في المعادلة (2):

$$K_{t\,t,th} = 2 + 2\left(\frac{h^3}{W^3}\right) \quad (2)$$

h: عرض الفتحة الطولية[14].

- المنهج العددي التجريبي (Numerical Approach):

في هذا المنهج، تم استخدام برامج المحاكاة الهندسية (Inventor) لاستخراج معامل تركيز الإجهاد الفعلي ($K_{t,num}$). يتميز هذا المنهج بقدرته على رصد التأثير الحقيقي للثقوب الدفاعية وتداخل حقول الإجهاد التي لا يمكن للمنهج التحليلي حصرها. يتم حساب المعامل بقسمة أقصى إجهاد ناتج عن المحاكاة على الإجهاد الاسمي المحسوب للمقطع الصافي[6]:

$$K_{t,num} = \frac{\sigma max}{\sigma nom} \quad (3)$$

$K_{t,num}$: معامل تركيز الإجهاد العددي المحسوب.

$б_{max}$: أقصى إجهاد (Von Mises Stress) تم رصده عند حواف الانقطاع من برنامج المحاكاة (MPa).

$б_{nom}$: الإجهاد الاسمي (Nominal Stress) المحسوب عند المقطع العرضي الصافي (MPa).

يتم حساب الإجهاد الأسمي وفق العلاقة التالية:

$$б_{nom} = \frac{P}{Anet} \qquad (4)$$

p: قوة الشد المحورية المسلطة (N).

A_{net}: مساحة المقطع العرضي الصافي (mm^2).

كما يعد معامل الأمان من الركائز الأساسية لضمان سلامة التصميم تحت ظروف التشغيل المختلفة، ويعرف رياضياً بأنه نسبة إجهاد الخضوع ($б_y$) على أقصى إجهاد ناتج عن الأحمال الفعلية المؤثرة ($б_{max}$)، كما هو موضح بالعلاقة (5).

$$FOS = \frac{бy}{бmax} \qquad (5)$$

تم اختيار معامل أمان يتراوح بين 2 و3 كمعيار لقبول التصميم وذلك لضمان الموثوقية العالية للهيكل الإنشائي للصفيحة، وتعويض أي انحرافات محتملة في خواص المواد أو ظروف التحميل، مما يضمن بقاء الإجهادات ضمن حدود النطاق المرن بشكل آمن.

4_6 الشروط الحدية

لإجراء محاكاة دقيقة لسلوك الصفيحة الفولاذية تحت تأثير الحمولة المطبقة، تم تطبيق مجموعة من الشروط الحدية ضمن بيئة العناصر المنتهية. تم تثبيت حافة الصفيحة (100×5) بالكامل عن طريق تقييد درجات الحرية في الاتجاهات الثلاثة (ux =uy= uz=0) لضمان استقرار النموذج ومنع الحركة الإنتقالية والدورانية. في الجهة المقابلة تم تسليط قوة شد موزعة على مساحة المقطع العرضي كما هو موضح بالجدول(1)، أما بالنسبة للحدود الداخلية للثقوب المركزية والفتحات الطولية والثقب الدفاعي فقد تم اعتبار حوافها أسطح حرة غير مقيدة تسمح بإعادة توزع الإجهاد وتحديد معامل تركيز الإجهاد بدقة حول الثقوب.

الجدول 1: الشروط الحدية للصفيحة المدروسة

الحمولة المطبقة على الصفيحة	**15000 N**
عامل الأمان المطلوب	**3-2**
المواد المستخدمة في صناعة الصفيحة	**Mild Steel**
التثبيت	**من جهة واحدة (100×5)**

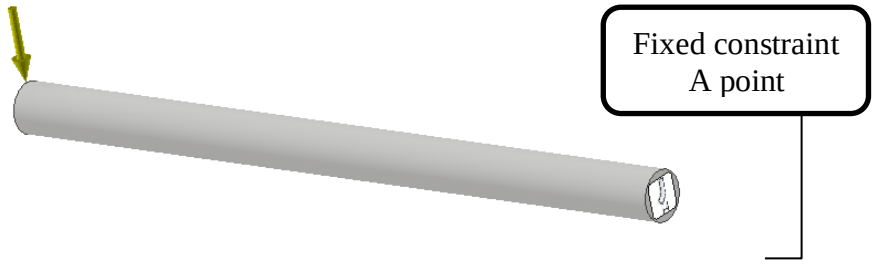
تمت الدراسات باعتبار المعدن المستخدم هو الفولاذ (Steel,Mild) والحمولة المطبقة هي حمولة شد محورية، يبين الجدول التالي مواصفات المعدن المستخدم في الدراسة.

الجدول 2: الخواص الفيزيائية والميكانيكية للفولاذ المستخدم

إجهاد الخضوع للفولاذ	**MPa 207-210**
نسبة بواسون (υ)	**0.3**
معامل يونغ (E)	**GPa 210-200**
الكثافة (ρ)	**Kg/m^3 7850**

5_6 معايرة الشبكة والإعدادات الرقمية

تعد عملية تحديد الإعدادات الرقمية ومعايرة الشبكة عملية أساسية لضمان موثوقية وجودة نتائج التحليل الإنشائي باستخدام تقنية العناصر المنتهية (FEA). يهدف هذا الإجراء إلى إثبات أن الحلول العددية التي تم الحصول عليها من برنامج Autodesk Inventor قد وصلت إلى مرحلة الاستقرار[15]. لإتمام عملية المعايرة تم تحليل نموذج مرجعي مبسط لجائز مصمت بقطر (100 mm) وطول (1500 mm) تحت تأثير حمولة بقيمة (1000 N) ومعامل يونغ Elastic Modulus=210[MPa]، حيث يبين الشكل(4) الجائز المستخدم في الدراسة ومكان توضع القوة المطبقة ومكان التثبيت.



الشكل(4): الجائز المدروس تحت تأثير الحمل المطبق

بحساب العزم حول المسند A كما هو موضح بالعلاقة(6)، ومعامل المقطع Z كما هو مبين بالعلاقة(7)

$$M=F\times L \quad \text{Then} \quad M=1000\times 1.5 \qquad (6)$$

$$M=1500 \text{ [N.m]}$$

$$Z=\frac{\pi d^3}{32} \quad \text{Then} \quad Z=98174.77 \ [mm^3] \qquad (7)$$

بحساب أقصى إجهاد يتعرض له الجائز نحصل على المعادلة (8)

$$\sigma = \frac{M}{Z} \qquad (8)$$

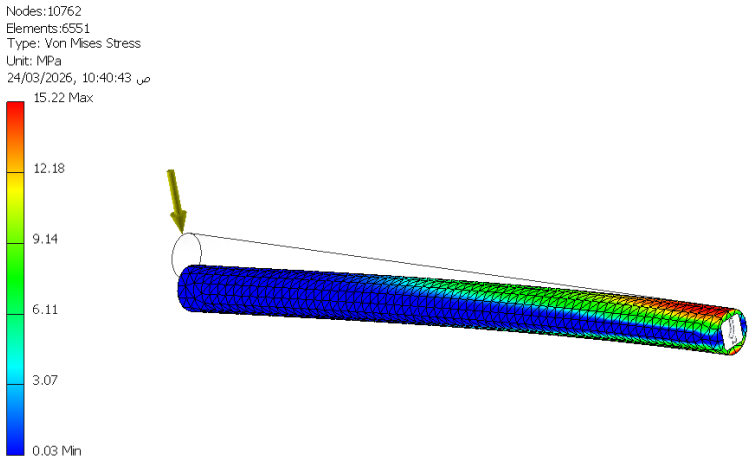
$$\sigma = 15.28 \ [MPa]$$

تم أخذ هذه القيمة كمعيار أساسي لتقييم الأداء الرقمي للبرنامج. ولضمان دقة النموذج العددي تم إجراء دراسة مقاربة الشبكة (Mesh Convergence Study) عند ثلاثة قيم لمتوسط حجم العنصر (Average Element Size) كما هو موضح بالجدول (3) أظهرت النتائج تطوراً ملحوظاً في دقة الحسابات، حيث انخفضت نسبة الخطأ من 4.32% عند متوسط حجم عنصر قيمته 0.02 لتصل إلى أدنى مستوياتها وهي 0.39% عند استخدام متوسط حجم عنصر قيمته (0.015). وبناءً على هذا الاستقرار في النتائج وتقارب قيمة الإجهادات المحسوبة (MPa 15.28) مع القيم المرجعية تم اعتماد متوسط حجم العنصر (0.015) .

بحيث تعتمد الإعدادات العامة للشبكة في برنامج Inventor على متوسط حجم العنصر (Average Element Size) كنسبة مئوية من حجم الصندوق المحيط بالنموذج (Bounding Box). وبناء عليه تم اختيار القيمة (0.015) لضمان كثافة كافية للشبكة بشكل عام، مع الإدراك التام بأن هذه القيمة تمثل معدلاً لتوليد العناصر عبر كامل النموذج وليست قيمة ثابتة لجميع العناصر.

الجدول 3: نتائج دراسة تقارب الشبكة

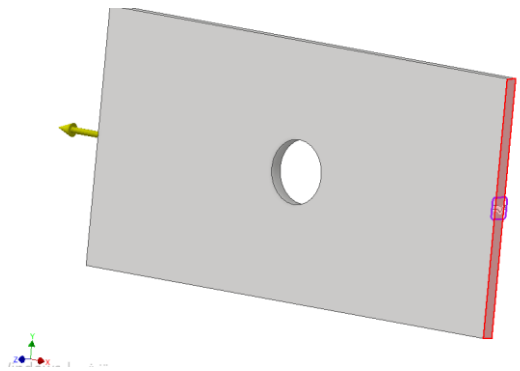
متوسط حجم العنصر	الإجهاد العددي Mpa	نسبة الخطأ%
0.02	**14.62**	**%4.32**
0.016	**14.93**	**%2.29**
0.015	**15.22**	**%0.39**



الشكل(5): تحليل الإجهادات للجائز للقيام بعملية المعايرة

7. النتائج والمناقشة:

تحليل الإجهادات للصفيحة يتم بدراسة ثلاثة أقطار مختلفة للثقب ومقارنة النتائج التي تم الحصول عليها. يبين الشكل (6) الصفيحة الفولاذية المدروسة ومكان تطبيق كل من الحمولة والتثبيت ومكان تواجد الثقب بشكل مركزي في الصفيحة.

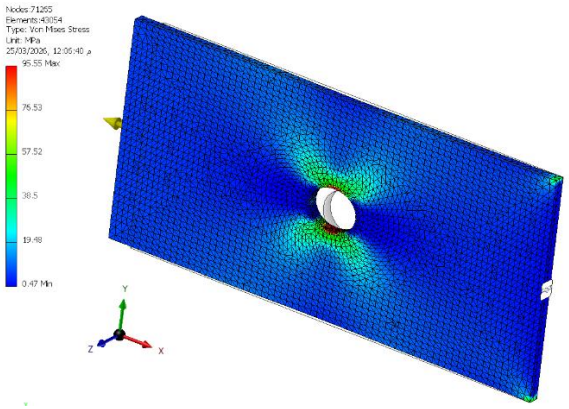


الشكل(6): الصفيحة الفولاذية المدروسة ضمن بيئة تحليل الإجهادات

7_1 تغيير قطر الثقب الدائري:

في المرحلة الأولى أجريت دراسة على الصفيحة الفولاذية لثقب متمركز قطره 20 mm وإجراء تحليل إجهادات (stress Analysis) باستخدام المحاكاة وطريقة العناصر المنتهية، ثم حساب معامل التركيز (Kt) لكل حالة. بتطبيق حمولة 15000 نيوتن وإجراء تحليل الإجهادات للصفيحة واستخدام تنعيم الشبكة (Mesh Refinement) بشكل أدق حول فتحة الثقب لإعطاء نتائج أكثر دقة، تكون قيمة اجهادات فون ميسز والإزاحة ومعامل التركيز

والأمان كما هو موضح بالجدول(4). يبين الشكل(7) قيمة إجهادات فون ميسز(Von Mises Stresses) للصفيحة المدروسة عند قطر 20 mm، ومكان تنعيم الشبكة حول حواف الثقب ،عدد العناصر المستخدمة في التحليل هو (43054)عنصر و (71265)عقدة .



الشكل(7): بيئة تحليل الإجهادات للصفيحة المدروسة وقيمة إجهادات فون ميسز عند قطر 20 mm

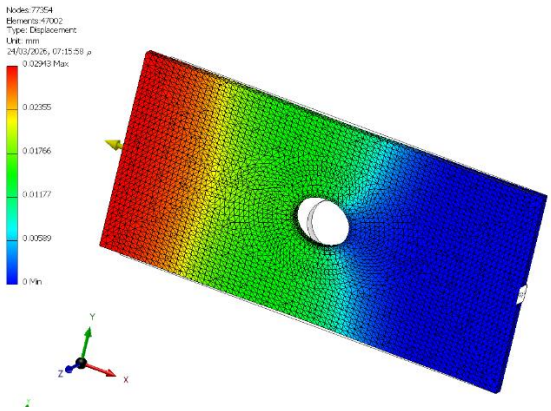
الجدول(4): قيم نتائج تحليل الإجهادات للقطر الأول للثقب (20 mm)

عامل الأمان(FOS)	الإزاحة (mm)	إجهادات Von Mises (Mpa)	معامل التركيز($K_{t,num}$)	الحمولة(N)
2.17	0.02856	95.55	2.54	15000

بتكرار خطوات تحليل الإجهاد للصفيحة الفولاذية مع الحفاظ على نفس الحمولة ومكان التثبيت ونوع المعدن وتغيير قطر الثقب ليصبح (25 mm) وحساب معامل تركيز الإجهاد تم الحصول على النتائج المبينة في الجدول(5)، والإزاحة الحاصلة ضمن بيئة تحليل الإجهاد عند قطر 30 mm للثقب موضحة في الشكل (8).

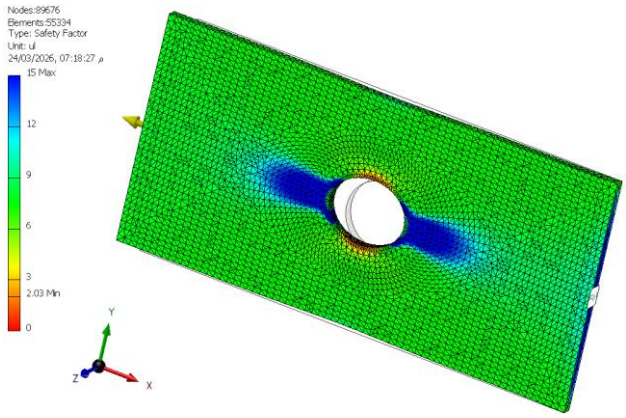
الجدول(5): قيم نتائج تحليل الإجهادات للقطر الثاني للثقب (25 mm)

عامل الأمان(FOS)	الإزاحة (mm)	إجهادات Von Mises (Mpa)	معامل التركيز($K_{t,num}$)	الحمولة(N)
2.1	0.02943	98.35	2.45	15000



الشكل(8): الإزاحة الحاصلة عند قطر 25 mm لثقب متمركز.

بتغير قطر الثقب ليصبح (30 mm) مع الحفاظ على باقي البارمترات ثابتة، كما يبين الشكل (9) قيمة معامل الأمان للصفيحة المدروسة عند قطر (30 mm) ضمن بيئة تحليل الإجهاد لبرنامج Inventor.



الشكل(9): قيمة معامل الأمان عند قطر 30 mm

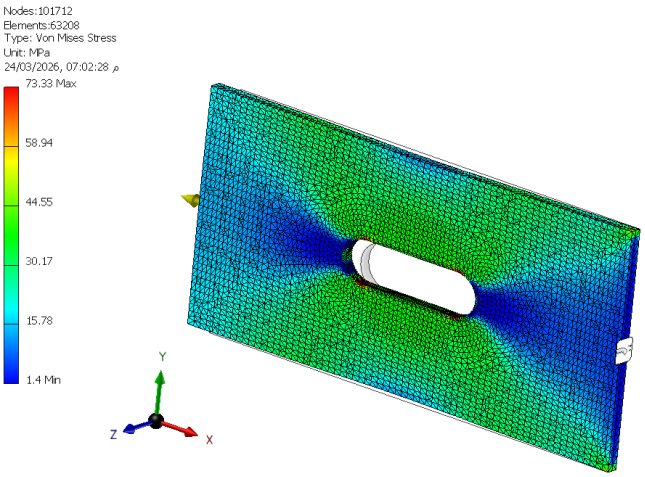
الجدول(6): قيم نتائج تحليل الإجهاد للقطر الثالث للثقب (30 mm)

عامل الأمان(FOS)	الإزاحة (mm)	إجهادات Von Mises (Mpa)	معامل التركيز($K_{t,num}$)	الحمولة(N)
2.03	0.03057	102.1	2.38	15000

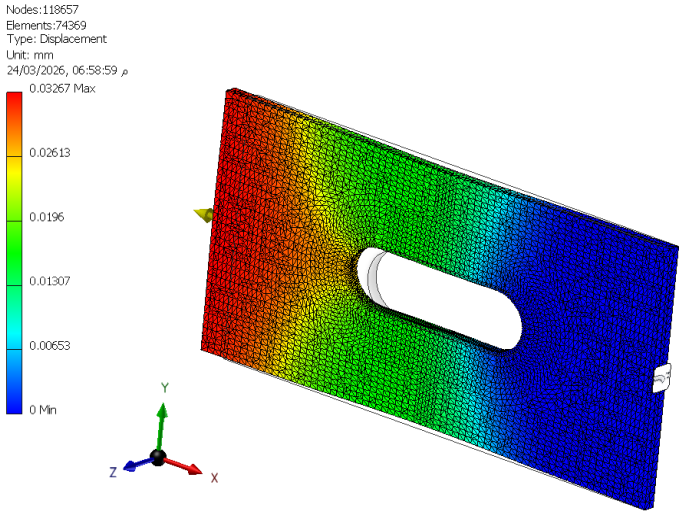
تم تحديد الإجهاد الأعظمي عند النقاط الواقعة على حافة الثقب في الاتجاه العمودي على محور التحميل وذلك بالتوافق مع حل كيرش النظري الذي يثبت أن أعلى إجهاد يتمركز عند هاتين النقطتين حيث تبلغ قيمته ثلاثة أضعاف الإجهاد الاسمي في حالة الصفيحة اللانهائية.

7_2 استبدال الثقب الدائري بفتحة طولية (Slot):

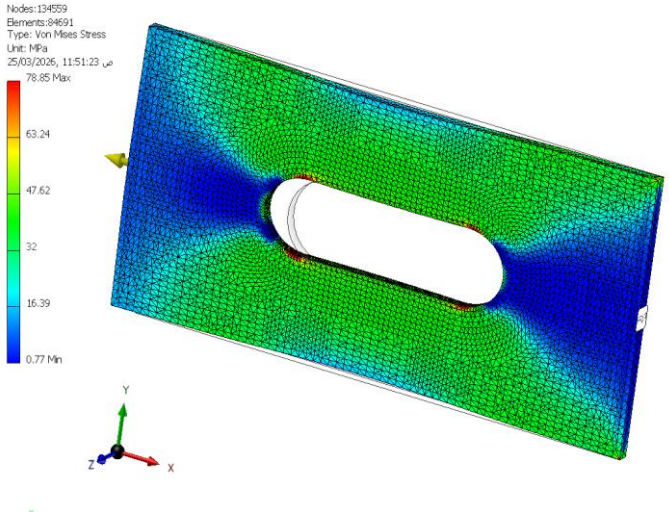
يستخدم الثقب الطولي على نطاق كبير في الصناعة لما يقدمه من ميزات تتيح ضبط المحاذاة وتعويض التفاوتات التصنيعية أثناء عملية التجميع. تم استبدل الثقب الدائري بفتحة طولية والتحميل وفق نفس البارمترات وإجراء تحليل للإجهادات ضمن بيئة Inventor كما هو موضح بالأشكال(10،12،11) ليتم الحصول على النتائج كما هي موضحة في الجدول(7).



الشكل(10): عملية تحليل الإجهاد للفتحة الطولية



الشكل (11): مقدار الإزاحة الحاصلة للفتحة الطولية الثانية



الشكل (12): إجهادات فون ميسز للحالة الثالثة للفتحة الطولية

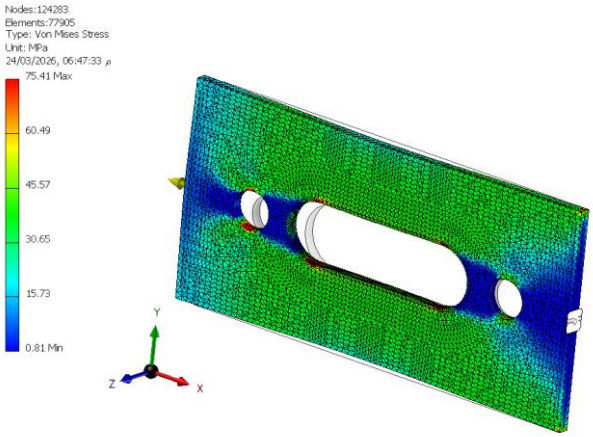
الجدول(7): يوضح نتائج تحليل الإجهاد للحالات الثلاث للثقب الطولي.

الحمولة(N)	معامل التركيز($K_{t,num}$)	إجهادات Von Mises (Mpa)	الإزاحة (mm)	عامل الأمان(FOS)
15000	1.95	73.33	0.03043	2.82
15000	1.88	75.51	0.03267	2.74
15000	1.84	78.85	0.03578	2.63

3_7 إضافة ثقبين دفاعيين حول الفتحة الطولية:

إضافة ثقوب دفاعية للفتحة الطولية ستمكن من إعادة توجيه مسارات الإجهاد مما يرفع من كفاءة التصميم وعمره الافتراضي، تمت إضافة ثقبين بقطر (18 mm) وعلى بعد (35 mm) بين مركز الثقب الدفاعي ومركز الجزء الدائري من الفتحة الطولية ضمن منطقة ظل الإجهاد والقيام بتحليل الاجهاد كما هو مبين بالشكل(13). تعود إضافة الثقوب الدفاعية للحالة الثالثة فقط إلى الارتفاع النسبي في قيم الإجهادات القصوى (78.85 MPa) وتناقص معامل الأمان نتيجة اتساع قطر الفتحة الطولية، حيث أدى هذا الاتساع إلى زيادة تركيز الإجهادات حول

الفتحة الطولية، لذلك استلزم الأمر إدراج هذه الثقوب لتعمل كمشتتات تقود خطوط التدفق بشكل انسيابي بعيداً عن حواف الفتحة الرئيسية مما يضمن استقرار التصميم ومنع تمركز الإجهاد في الموقع الأكثر عرضة للانهيار الميكانيكي.



الشكل(13): يوضح عملية تحليل الإجهاد للثقب الطولي مع وجود ثقبين دفاعيين

بحساب معامل تركيز الاجهاد لهذه الحالة وأخذ قيم كل من معامل الأمان والإزاحة وإجهادات فون ميسيسز التي تم الحصول عليها بتحليل الإجهادات ضمن بيئة المحاكاة للبرنامج المستخدم، تظهر هذه القيم موضحه في الجدول(8).

الجدول(8): يوضح نتائج تحليل الإجهاد للفتحة الطولية بعد إضافة ثقبين دفاعيين.

عامل الأمان(FOS)	الإزاحة (mm)	إجهادات Von Mises (MPa)	معامل التركيز($K_{t,num}$)	الحمولة(N)
2.74	0.03727	75.41	1.76	15000

بعد القيام بإجراء محاكاة للحالات جميعاً وتحليل الإجهادات والقيام بتجميع البيانات للحالات السبعة المدروسة، تم وضعها ضمن الجدول(9) كما هو موضح.

الجدول(9): إجهاد فون ميسيز والإزاحة ومعامل الأمان وتركيز الإجهاد لكل حالة تحت تأثير الحمولة المطبقة.

قطر الثقب	عامل الأمان (FOS)	الإزاحة (mm)	إجهادات Von Mises (MPa)	معامل التركيز $K_{(t,num)}$	معامل التركيز($K_{t,th}$)	الحمولة N
20	2.17	0.02856	95.55	2.54	2.51	15000
25	2.1	0.02943	98.35	2.45	2.42	15000
30	2.03	0.03057	102.1	2.38	2.35	15000
20	2.82	0.03043	73.33	1.95	2.01	15000
25	2.74	0.03267	75.51	1.88	2.03	15000
30	2.63	0.03578	78.85	1.84	2.05	15000
30	2.74	0.03727	75.41	1.76	N/A	15000

من الجدول (9) وبمقارنة النتائج التي تم الحصول عليها بتحليل الإجهادات بواسطة برنامج Inventor نلاحظ أن زيادة قطر الثقب الدائري تؤدي إلى زيادة في إجهادات فون ميسز والإزاحة وانخفاض معامل الأمان ومعامل تركيز الإجهاد، يعود انخفاض معامل تركيز الإجهاد النظري ($K_{t,th}$) مع زيادة قطر الثقب إلى ارتفاع النسبة الهندسية (d/w) حيث يؤدي ضيق المساحة الجانبية المتبقية من الصفيحة إلى توزيع إجهادات أكثر اتساقاً عبر المقطع العرضي، مما يقلل الفجوة النسبية بين الإجهاد الأقصى والإجهاد الاسمي (المحسوب على المساحة الصافية)، رغم الارتفاع المستمر في القيم المطلقة للإجهاد والإزاحة، كما أنه لم يتم إدراج القيم النظرية لحالة الثقوب الدفاعية نظراً

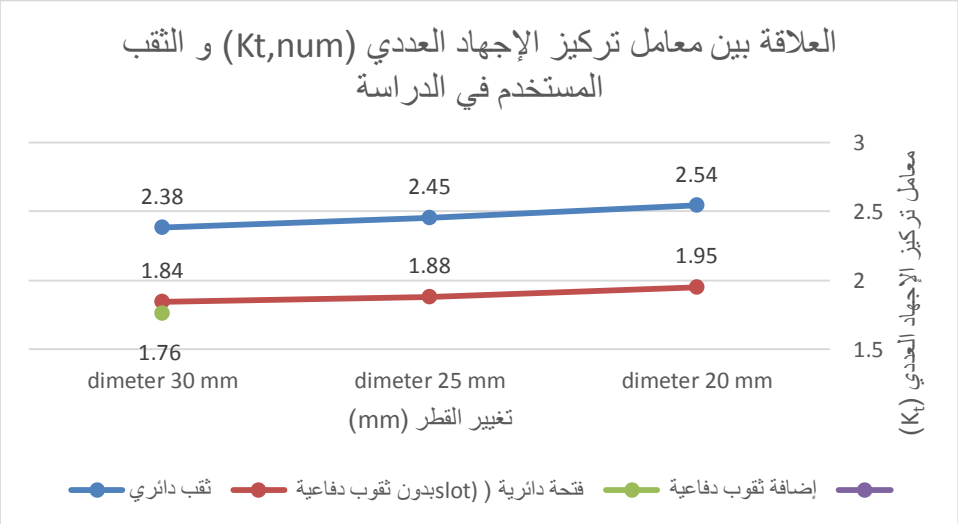
لعدم وجود صيغ تحليلية قياسية تغطي تداخل الحقول الإجهادية لهذه الحالة المعقدة، وتم الاعتماد على الحل العددي كمرجع أساسي.

عند مقارنة النتائج التي تم الحصول عليها بوجود ثقب دائري مع نتائج وجود فتحة طولية نلاحظ أن الفتحة الطولية قد أعطت نتائج أفضل من الثقب الدائري من حيث معامل أمان أعلى وإجهادات (Von Mises) أقل. كما أن وجود ثقوب دفاعية يخلق حقل إجهاد خاص به (Destructive Interference) يتداخل مع حقل إجهاد الفتحة الطولية، بحيث تعمل الثقوب الدفاعية كماص للصدمات مما يجعل انتقال الإجهاد من المنطقة المصمتة إلى منطقة الثقب أكثر تدرجاً.

بينما توفر الحلول التحليلية (Analytical Solutions) تقديراً أولياً لمعامل تركيز الإجهاد، فإن الحلول العددية (Numerical Solutions) تعد أكثر تمثيلاً للواقع الفيزيائي في هذه الدراسة. فهي تأخذ في الاعتبار التعقيد الهندسي الناتج عن التفاعل بين الحواف المحدودة للصفيحة وتوزيع الإجهاد غير الخطي حول الفتحات المطورة (Slotted and Defensive Holes) وهو ما يجعل النتائج العددية هي المرجع الأدق لتصميم الصفائح الفولاذية.

يبين المخططين الموضحين في الأشكال (14،15) معامل تركيز الإجهاد ومعامل الأمان للحالات المدروسة. تظهر النتائج الموضحة بالشكل (14) أن استخدام الثقوب الدائرية سجل أعلى قيم لمعامل تركيز الإجهاد (K_t). في المقابل أظهر استخدام الفتحات الطولية (Slots) انخفاضاً نسبياً في قيم(K_t) مقارنة بالثقوب الدائرية عند نفس الأقطار، مما يشير إلى أن استطالة الفتحة تساهم في توزيع تدرج الإجهاد (Stress Gradient) على مساحة أكبر مما يقلل من حدة الانحراف المفاجئ في مسارات الإجهاد.

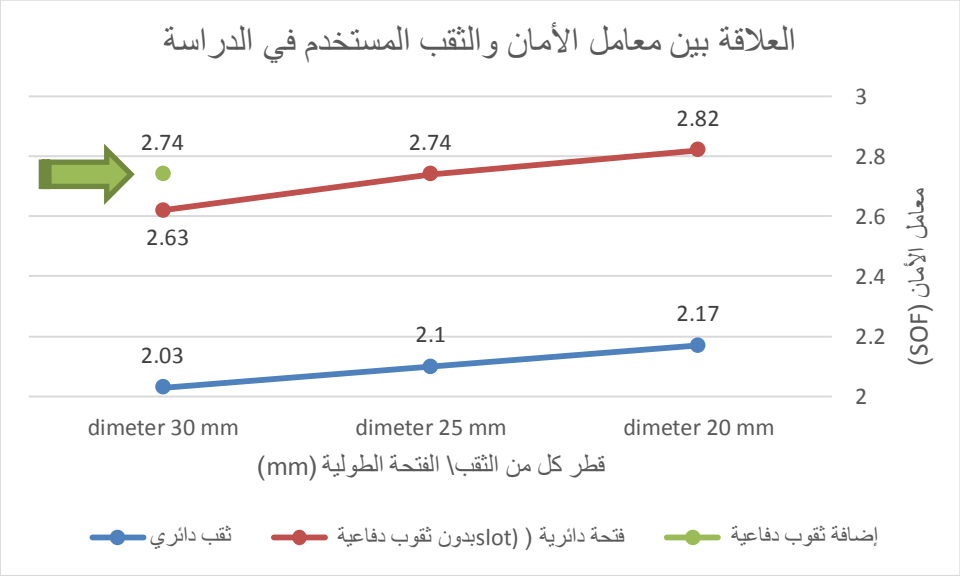
أما النتيجة الأكثر أهمية، فتتمثل في التأثير الإيجابي للثقوب الدفاعية (Defense Holes) حيث أدت إضافتها إلى تخفيض معامل تركيز الإجهاد، حيث تعمل الثقوب الدفاعية كعناصر وسيطة تقوم بتمهيد انحناء خطوط الإجهاد بشكل انسيابي وتدريجي قبل وصولها إلى الفتحة المركزية. وبناء على ذلك، يمكن استنتاج أن زيادة قطر الثقب الرئيسي تزيد من احتمالية الفشل الميكانيكي في الصفيحة الفولاذية، إلا أن التصميم الهندسي الجيد المعتمد على الثقوب الدفاعية يعمل كآلية فعالة لتخفيف الإجهادات الموضعية وتعزيز السلامة الهيكلية للصفيحة الفولاذية تحت أحمال الشد.



الشكل(14): معامل تركيز الإجهاد للحالات المدروسة.

تُظهر النتائج التجريبية الموضحة بالشكل(15) علاقة عكسية واضحة بين قطر الثقب ومعامل الأمان (FOS) لكافة الحالات المدروسة، حيث سجلت الفتحات الدائرية أدنى قيم لمعامل الأمان، بحيث ينخفض معامل الأمان بزيادة قطر الثقب الدائري يعود هذا الانخفاض إلى تركيز الإجهادات المرتفع الذي يُعجل بوصول المادة إلى حد الخضوع . (Yield Point)في المقابل حققت الفتحات الطولية (Slots) تحسناً ملموساً في معامل الأمان مقارنة بالثقوب الدائرية، ويعود ذلك إلى قدرة الفتحة الطولية على توزيع الأحمال بشكل أكثر انسيابية، مما يقلل من شدة الإجهاد الموضعي ويرفع من كفاءة الصفيحة في مقاومة الأحمال التي تتعرض لها.

ظهرت أفضل النتائج عند إضافة الثقوب الدفاعية(Defense Holes) ، حيث سجلت الصفيحة أعلى مستويات معامل الأمان، ويعود ذلك إلى آلية تخفيف الإجهاد إذ تقوم الثقوب الدفاعية بإعادة توزيع مسارات تدفق الإجهاد بعيداً عن حواف الثقب الرئيسي، مما يقلل من الإجهاد المكافئ (Von Mises Stress) في تلك المناطق الحرجة .إن تقليل هذا الإجهاد عبر التصميم الهندسي بإضافة (Defense Holes) يؤدي بالضرورة إلى رفع درجة موثوقية الصفيحة الفولاذية وزيادة قدرتها على تحمل ظروف التشغيل دون مخاطر الانهيار الهيكلي.



الشكل(15): معامل الأمان لجميع الحالات المدروسة.

7. الاستنتاجات والتوصيات:

الاستنتاجات:

من خلال ما تقدم يمكن الوصول للنتائج التالية:

- أثبتت الدراسة أن الانتقال من الثقب الدائري البسيط إلى الفتحة الطولية (Slot) مع إضافة الثقوب الدفاعية (Defensive Holes) هو إجراء فعال جداً لتقليل الإجهادات، حيث انخفض معامل تركيز الإجهاد (K_t) من قيمته القصوى (2.54) إلى (1.76).
- أظهرت النتائج أن إضافة الثقوب الدفاعية تسمح بامتصاص وتوجيه خطوط الإجهاد بعيداً عن حواف الثقب الطولي (Slot)، مما سبب انخفاض الإجهاد المكافئ إلى (75.41 MPa) أي انخفاض الإجهادات المكافئة (4.36%).

- أظهرت النتائج أن توزيع الإجهاد المنتظم أهم من زيادة مساحة المقطع العرضي بالنسبة للمتانة، فبالرغم من إزالة جزء إضافي من المادة (الثقبين الدفاعيين) تحسن معامل الأمان (FOS) بنسبة (4.18%).
- تبين أن الفتحة الطولية (Slot) توفر مرونة أكبر في توزع الأحمال مقارنةً بالثقب الدائري التقليدي عند تطبيق حمولة شد محورية بقيمة 15000 نيوتن.

التوصيات:

- يجب استخدام الثقوب الدفاعية على مستوى أوسع لتقليل تركيز الإجهادات على الأجزاء المدروسة.
- يجب أن تتم مثل هذه الدراسة على مختلف أنواع الصفائح المعدنية وليست الفولاذية فقط.
- نوصي المصممين بوضع ثقوب دفاعية (Defense Holes) عند وجود فتحات طولية(Slot) في الصفائح والأجزاء المعرضة لأحمال شد، لزيادة العمر الافتراضي للقطعة.

التوصيات لأعمال مستقبلية

- نقترح في الأبحاث المستقبلية دراسة النسبة بين قطر الثقب الدفاعي(d) وقطر الثقب الطولي (D) بشكل أعمق.
- ضرورة الالتزام بوجود مسافة أمان لا تقل عن نصف قطر الثقب الدفاعي بين حافة(Slot) وحافة الثقب الدفاعي لضمان عدم حدوث تداخل سلبي في الإجهادات الذي يؤدي لحدوث فشل المادة بين الثقبين.
- نوصي بإجراء اختبارات ديناميكية لدراسة مدى تحسين مقاومة الصفيحة الفولاذية للكسر الناتج عن التعب.
- تغيير سماكة الصفيحة المدروسة، وإجراء الدراسة السابقة على أنواع مختلفة من الفولاذ.

References:

[1] T. Hasan, A. Das, T. Rahman, S. C. Chowdhury, and M. T. Alam, "Stress Analysis of Steel Plate Having Holes of Various Shapes , Sizes and Orientations Using Finite Element Method," vol. 2009, no. December, pp. 26–28, 2009.

[2] B. Safaei, Z. Pezeshki, K. Kotrasova, and E. Kormanikova, "Analysis of stress concentration at the edge of hole in plates with different widths by using FEM," *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.*, vol. 1252, no. 1, p. 012067, 2022, doi: 10.1088/1757-899x/1252/1/012067.

[3] Y. H. Ali, A. A. Borhana Omran, Z. M. T. Rashid, and E. T. Karash, "Finite Element Simulation for Reducing Stress Concentration Around a Central Hole Using Optimized Adjacent Hole Designs," *Ann. Chim. Sci. des Mater.*, vol. 49, no. 6, pp. 669–684, 2025, doi: 10.18280/acsm.490609.

[4] T. da Silveira, E. A. Crestani, E. D. dos Santos, and L. A. Isoldi, "Numerical Analysis of Aspect Ratio Effects on the Mechanical Behavior of Perforated Steel Plates," *Metals (Basel).*, vol. 15, no. 7, pp. 1–22, 2025, doi: 10.3390/met15070786.

[5] R. Chugh, S. Nagpal, and S. Sanyal, "Parameters for Mitigation of Stress Concentration Factor in a Thin Curved Plate with Single Circular Hole Under Tensile Load," *J. Fail. Anal. Prev. 2025 252*, vol. 25, no. 2, pp. 741–756, Mar. 2025, doi: 10.1007/s11668-025-02132-8.

[6] W. Pilkey, D. Pilkey, and Z. Bi, *Peterson ' S Stress Concentration Factors*, 4th editio. John Willey & Sons, 2020. Accessed: Mar. 21, 2026. [Online]. Available:

https://books.google.com/books/about/Peterson_s_Stress_Concentration_Factors.html?hl=ar&id=apXFDwAAQBAJ

[7] A. R. Othman, K. J. Jadee, and M. Z. Ismadi, "Mitigating stress concentration through defense hole system for improvement in bearing strength of composite bolted joint, Part 1: Numerical analysis," *J. Compos. Mater.*, vol. 51, no. 26, pp. 3685–3699, Nov. 2017, doi: 10.1177/0021998317692396.

[8] N. Z. Cengiz Bulut, M. T. Ozkan, and V. Ozdemir, "FEM and ANN modeling of stress concentration factors (Kt) of circular plates with various circular holes according to internal and external pressures," *Mater. Test.*, vol. 67, no. 10, pp. 1591–1612, 2025, doi: 10.1515/mt-2025-0139.

[9] D. Prager *et al.*, "A unified approach for topology optimization with local stress constraints considering various failure criteria : von Mises , Drucker – Prager , Tresca , Mohr – Coulomb , Bresler – Pister and Willam – Warnke Subject Areas :," no. May, 2026, doi: 10.1098/rspa.2019.0861/637135/rspa.2019.0861.pdf.

[10] I. Asmara, F. Hamza, and L. Susanti, "Structural analysis of single girder overhead crane using SS400 and ST52-3 steel plate Structural analysis of single girder overhead crane using SS400 and ST52-3 steel plate," 2020, doi: 10.1088/1742-6596/1450/1/012130.

[11] V. Nikolić, Ć. Dolićanin, and M. Radojković, "Application of finite element analysis of thin steel plate with holes," *Teh. Vjesn.*, vol. 18, no. 1, pp. 57–62, 2011.

[12] B. Mallikarjun, P. Dinesh, and K. Parashivamurthy, "Finite Element Analysis of Elastic Stresses around Holes in Plate Subjected to Uniform Tensile Loading," *Bonfring Int. J. Ind. Eng. Manag. Sci.*, vol. 2, no. 4, pp. 136–142, 2012, doi: 10.9756/bijiems.1824.

[13] K. E. G., "Die Theorie der Elastizit t und die Bed rfnisse der Festigkeitslehre," *Zeitshrift des Vereines Dtsch. Ingenieure*, vol. 42, pp. 797–807, 1898, Accessed: Apr. 30, 2026. [Online]. Available: https://cir.nii.ac.jp/crid/1570291225525838976

[14] S. Nagpal, N. Jain, and S. Sanyal, "Stress concentration and its mitigation techniques in flat plate with singularities-a critical review," *Eng. J.*, vol. 16, no. 1, pp. 1–15, 2012, doi: 10.4186/ej.2012.16.1.1.

[15] S. De, "Verification and Validation in Computational Mechanics," *preprints*, no. February, 2022, doi: 10.20944/preprints202202.0121.v1.