دراسة مقارنة بين نظرية الإلكتروديناميك الكمومي QED ونظرية الكروموديناميك الكمومي QCD

الدكتور سلمان الشاتوري*

الدكتور محي الدين نظام**

سيلفا الخصي***

(تاريخ الإيداع 20 / 4 / 2019. قُبِل للنشر في 9 / 6 /2019)

□ ملخّص □

قمنا في هذا البحث بحساب معامل الاقتران لحل معادلتي كلين–جوردان ومعادلة ديراك في إطار نظرية الإلكتروديناميك الكمي باستخدام نظرية الاضطراب الزمنية. تبين الحسابات ارتباط معامل الاقتران بالمقدار $\frac{1}{q^2}$ وهذا يتفق مع النتائج المعروفة سابقاً، وقمنا أيضاً بإجراء مقارنة بين نظرية الإلكتروديناميك الكمومي (QED) ونظرية الكروموديناميك الكمومي (QCD) ولاحظنا أنهما متفقتان والاختلاف بين النظريتين يكون من خلال تشتت الشحنة في QED و QCD.

الكلمات المفتاحية: نظرية الإلكتروديناميك الكمومي، نظرية الكروموديناميك الكمومي

* أستاذ مساعد–قسم الفيزياء–كلية العلوم–جامعة تشرين–اللاذقية–سورية.

**أستاذ –قسم الفيزياء–كلية العلوم–جامعة تشرين–اللاذقية–سورية.

***طالبة دراسات عليا (دكتوراه)–قسم الفيزياء–كلية العلوم–جامعة تشرين–اللاذقية–سورية.

Comparison Study between Quantum Electrodynamics theory (QED) and Quantum Chromodynamics theory (QCD)

Dr.Salman AL-chatouri*
Dr.Mohey-AldinNizam**
Silva AL-khassi***

(Received 20 / 4 / 2019. Accepted 9 / 6 /2019)

□ ABSTRACT □

In this study we calculated the correlation coefficient to solve the Klein_Gordan equation and the Dirac equation in quantum electrodynamics theory, applying timed pendent perturbation theory. The calculations show correlation coefficient are coupled in the amount $\frac{1}{q^2}$ and this consistent with previously known results, we conducted a comparison between Quantum Electrodynamics theory (QED) and Quantum Chromodynamics theory (QCD), we noticed that it was agreed and the differences between two theory are through charge screening in QED and QCD.

Key words: Quantum Electrodynamics theory, Quantum Chromodynamics theory.

* **Associate professor-Department of physics-Faculty sciences-Tishreen University-Lattakia-Syria.**
** **professor-Department of physics-Faculty sciences-Tishreen University-Lattakia-Syria.**
*** **Postgraduate student (Ph.D.)-Department of physics-Faculty sciences-Tishreen University-Lattakia-Syria.**

مقدمة:

– إنّ نظرية الديناميكا اللونية الكمية (Quantum chromodynamics) (QCD) [1]هي نظرية التفاعل القوي؛ وهي القوة التي تربط بين الكواركات والكواركات المضادة ولا يمكن رؤيتها إلا عند التصادم بين النيترون والبروتون.

توجد خاصتان غريبتان في نظرية الكروموديناميك الكمومي:

الحرية المقاربة (Asymptotic freedom): التي تقول بأنه إذا كان التفاعل ذو طاقة عالية، سيكون التفاعل الحاصل بين الكواركات والغليونات ضعيفاً جداً. اكتشف هذا التنبؤ الموجود في الـ QCD لأول مرة في أوائل السبعينات بواسطة هيو دايفيد بولتيزر (Politzer) وفرانك ويلكزك (Wilczek) ودايفيد غروس (Gross)،الذين حصلوا بسببها على جائزة نوبل في عام 2004م.

الحصر (confinement): التي تقول بأن القوة التي تحدث بين الكواركات تزداد كلما ابتعدت الكواركات عن بعضها البعض. وبسبب هذا، نحتاج إلى طاقة لانهائية للقيام بالفصل بين كواركين، وبالتالي يبقى الكواركان مع بعضهما إلى الأبد على شكل الهادرونات مثل البروتونات أو النيوترونات على سبيل المثال.

–أما نظرية الديناميكا الكهربائية الكمية (Quantum Electrodynamics) (QED) [2] فهي نظرية أرساها ريتشارد فاينمان (Feynman) للربط بين النظرية النسبية الخاصة وميكانيك الكم وتعد هذه النظرية الصورة الكمومية للكهرطيسية أو بتعبير علمي أدق فإنها تعد نظرية الحقل الكمي للقوة الكهرطيسية. لذا وصفت بأنها تدرس التفاعل بين المادة المشحونة كهربائياً (الإلكترون) والضوء (الفوتونات الافتراضية) وتمثل هذه التبادلات بواسطة مخططات فاينمان.

–تم دراسة الجمل النسبية باستبعاد السبين وذلك باستخدام معادلة كلين–جوردان (Klein_Gordan)وذلك بمواءمة هذه المعادلة لتشمل المفاعيل الكهرطيسية وفق التحويل:

$$\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu + i\, e\, A_\mu \quad (1)$$

كما نعلم من نظرية الكم النسبوية فإن معادلة كلين_جوردان ومعادلة ديراك تنتجان من تعميم ميكانيك الكم الموجي ليشمل نظرية النسبية . يوصف تطور الحالة الكوانتية لجملة $|\boldsymbol{\psi}\rangle$ بمعادلة شرودنغر من الشكل:

$$i\frac{\partial}{\partial t}|\boldsymbol{\psi}\rangle = \hat{H}\,|\boldsymbol{\psi}\rangle \quad (2)$$

حيث $\hat{H}$ المؤثر الهاملتوني الموافق للطاقة الكلية $\hat{H} = \frac{\hat{P}^2}{2m}$

حيث: $\vec{P} = i\vec{\nabla}$ مؤثر كمية الحركة و m كتلة الجسيم وتصبح المعادلة (2) في هذا التمثيل كما يلي :

$$i\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{\psi}(\vec{x},t) = -\frac{1}{2m}\overrightarrow{\nabla^2}\,\boldsymbol{\psi}(\vec{x},t) \quad (3)$$

حيث $\boldsymbol{\psi}(\vec{x},t)$ التابع الموجي للموضع والزمن.

تقبل المعادلة (3) تفسيراً إحصائياً (a probabilistic interpretation) وذلك من خلال أخذ المرافق $\boldsymbol{\psi}^*$ وضربه بالمعادلة (3) من اليسار إلى اليمين يمكن الوصول إلى المعادلة الاستمرارية التالية:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla . \vec{j} = 0 \quad (4)$$

حيث: ρالكثافة الاحتمالية و $\vec{j}$ كثافة التيار المتجهي (corresponding current vector) ولهما طبيعة احتمالية.

يتم توسيع هذه المفاهيم الكوانتية لتشمل نظرية النسبية $E^2 = \overrightarrow{P^2} + m^2$ وذلك بأخذ: $H = \sqrt{\overrightarrow{P^2} + m^2}$

نحصل على المعادلة الآتية:

$$i\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{\psi} = \sqrt{\overrightarrow{\mathrm{P}^2} + m^2}\,\boldsymbol{\psi} \quad (5)$$

والتي تحتوي على المشتق الموضعي تحت الجذر التربيعي وهذا يعقد إيجاد الحلول لها . يمكن تسهيل حل المعادلة (5) بتربيع الطرفيين وكتابتها على الشكل :

$$-\frac{\partial^2}{\partial t^2}\boldsymbol{\psi} = \left(-\overrightarrow{\nabla^2} + m^2\right)\boldsymbol{\psi} \qquad (6)$$

أو

$$-\partial_t{}^2\psi + \nabla^2\psi = m^2\psi$$

وباستخدام مصطلحات الفراغ الرباعي covariant notation

$$\left\{\begin{array}{c} \partial^\mu = \left(\frac{\partial}{\partial t}, -\nabla\right) \\ \partial^2 \equiv \partial^\mu\partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \overrightarrow{\nabla^2} \end{array}\right\} \quad (7)$$

تصبح المعادلة أعلاه (6) على الشكل:

$$(\partial^2 + m^2)\boldsymbol{\psi} = 0 \quad (8)$$

وهي معادلة كلين_جوردان. تصف هذه المعادلة معادلة الحركة النسبية للجسيمات ذات السبين صفر spin-0 particles ضمن إطار نظرية النسبية. تحدد معادلة كلين_جوردان كثافة احتمالية موجبة أو سالبة على حين تحدد معادلة ديراك $i\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{\psi} = H_d\boldsymbol{\psi}$ ، التي تصف الجسيمات ذات السبين $S = \frac{1}{2}$،كثافة احتمالية موجبة. قاد تضمن حلول كلتي المعادلتين حالات ذات طاقة سالبة إلى ادخال مفهوم الجسيمات المضادة إلى ميكانيك الكم. تم تعريف مفهوم الطاقة السالبة أولاً من قبل ديراك. ولا تطبق نظرية ديراك على البوزونات التي لا تخضع لمبدأ باولي في الاستبعاد.

حيث: $H_d = \alpha p + \beta m$ وهو هاملتوني ديراك،αو β هي مصفوفات واحدية وهي تمثل بمصفوفات من المرتبة (4x4).

أهمية البحث وأهدافه:

يهدف هذا البحث إلى إجراء مقارنة بين نظرية الـ QCD ونظرية الـ QED وتم توضيح ذلك من خلال الاتفاق والاختلاف بين النظريتين وأيضاً يهدف البحث لإيجاد صيغة الترابط بين معادلة كلين_جوردان ومعادلة ديراك في إطار النظرية النسبوية بإدخال معامل الكمون الشعاعي للحقل المغناطيسي .

طرائق البحث ومواده:

وصف التفاعل الكهرطيسي بواسطة نظرية الـ QED حيث أن الفوتون هو الجسيم الذي يتم تبادل الطاقة عن طريقه، ووصف التفاعل القوي بواسطة نظرية الـ QCD حيث أن الكواركات تتبادل الطاقة عن طريق الغليونات. تتميز نظرية الكروموديناميك الكمومي QCD بخاصية الحرية المقاربة وهي الخاصية التي تصف التفاعلات النووية القوية الأساسية وتعنى ان قوة التفاعل تصبح اضعف عندما نذهب إلى الطاقات العليا وبالتالي يذهب ثابت الارتباط نحو الصفر كلما زادت الطاقة وهو ما يُكافئ إن ثابت الارتباط يصغر كلما صغرت المسافة، أي كلما اقتربت الكواركات من بعضها

البعض كلما نقصت القوة النووية وتتصرف الكواركات وكأنها حرة. أما في الكهرطيسية فإنه كلما اقتربت الالكترونات من بعضها كلما زادت القوة.

بتعويض التحويل: $\partial_\mu \to \partial_\mu + i\,e\,A_\mu$ (والذي يأخذ في الحسبان الآثار الكهرطيسية من خلال الحقل الشعاعي A_μ) في معادلة كلين_جوردان (8). تصبح معادلة الحركة النسبية كما يلي:

$$(\partial^\mu\partial_\mu + m^2)\Phi = -i\,e(\partial_\mu A^\mu + A_\mu\partial^\mu)\Phi + e^2A^2\Phi \equiv -\upsilon\Phi \quad (9)$$

حيث رمزنا لِـ $\upsilon = V_1 + V_2$ مع اعتبار أن: $V_1 = i\,e\,(\partial_\mu A^\mu + A_\mu\partial^\mu)$ وأن $V_2 = -e^2A^2$

نطبق نظرية الاضطراب الزمنية من المرتبة الأولى على الكمون الشعاعي $\vec{A}$ والمعطى بالشكل:

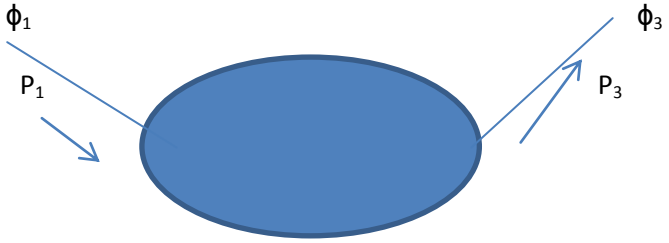
$$\vec{A} = -i\int d^3\,x\,dt\,\Phi_f^*\,\upsilon\,\Phi_i \quad (10)$$

فنحصل على الكمون V_1. يمكن الحصول على مساهمة V_2 بشكل مماثل بتطبيق نظرية الاضطراب الزمنية أيضاً على الكمون الشعاعي الموافق لِـ V_2 بعد تبديل الكمون: $V_1 = i\,e\,(\partial_\mu A^\mu + A_\mu\partial^\mu)$ في المعادلة (9)، وإجراء التكامل بالتجزئة فنحصل على سعة الانتقال A. التأثير A :

$$\mathrm{A} = -i\int d^4\,x\,J_\mu A^\mu \quad (11)$$

حيث يعطى كثافة التابع:

$$J_\mu = i\,e[\Phi_3^*\,(\partial_\mu\Phi_1) - (\partial_\mu\,\Phi_3^*)\Phi_1] \quad (12)$$



الشكل(1):تحويل $\Phi_1 \to \Phi_3$ عن طريق التفاعل υ

ونحصل من العلاقة (8) على الحالة البدائية Φ_1 و النهائية Φ_3 للجملة وهي عبارة عن أمواج مستوية تأخذ الصيغ:

$$\Phi_1 = N_1\,e^{-i\,P_1x}\,,\Phi_3 = N_3\,e^{-i\,P_3x} \quad (13)$$

وبتطبيق مبدأ التوحيد على كامل الحجم V نحصل على الثوابت

$$N_1 = \frac{1}{\sqrt{2\,E_1\,V}}\,,N_3 = \frac{1}{\sqrt{2\,E_3\,V}} \quad (14)$$

بتعويض $V_1 = i\,e\,(\partial_\mu A^\mu + A_\mu\partial^\mu)$ والعلاقة (14) في المعادلة (10) نحصل على الكمون الشعاعي:

$$\vec{A} = -i\,N_1N_3\int d^4\,x e^{i\,P_3x}\,(ie)(\partial_\mu A^\mu + A^\mu\partial_\mu)e^{-i\,P_1x} \Rightarrow$$

$$\vec{A} = -i\,e\,N_1N_3(P_1+P_3)_\mu\int d^4\,x e^{-i\,qx}\,A^\mu \quad (15)$$

حيث: $q = P - P_3$

قمنا بإجراء التكامل بالتجزئة في السطر الثاني من العلاقة (15) للوصول إلى العلاقة. سنقوم بحساب الكمون الكهرطيسي A^μ في العلاقة (15) والذي ينتج معنا من التحويل $\Phi_2 \to \Phi_4$. نستخدم شرط لورنتز المعياري Lorentz gauge_fixing condition التالي [7]:

$$\partial_\mu A^\mu = 0 \qquad (16)$$

وباستخدام هذا الشرط تصبح معادلة الحركة للكمون الكهرطيسي

$$\partial^2 A^\mu = J^\mu \qquad (17)$$

حيث كثافة التيار J^μ تشبه الصيغة

$$J^\mu = i\, e \left[\Phi_3^{*}\left[(\partial_\mu \Phi_1) - (\partial_\mu \Phi_3^{*})\Phi_1\right]\right] \qquad (18)$$

وذلك يعد استبدال الدليل $1 \to 2$ و $3 \to 4$ ويجب التنويه هنا إلى أن الحالات Φ_2 و Φ_4 هي عبارة عن أمواج مستوية أيضاً مماثلة للمعادلة (13).

إذا أخذنا الآن تحويلة فورييه للعلاقة (16) بالنسبة للمتحول x نحصل على الصيغة [7]:

$$-q^2\, \widetilde{A^\mu} = \widetilde{j^\mu} \qquad (19)$$

حيث:

$$\left.\begin{aligned} \widetilde{A^\mu} &= \int d^4x e^{-i\,qx}\, A^\mu \\ \widetilde{j^\mu} &= \int d^4x e^{-i\,qx}\, j^\mu \end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

حيث: $\widetilde{A^\mu}$ يمثل الكمون الكهرطيسي، $\widetilde{j^\mu}$ يمثل كثافة التيار.

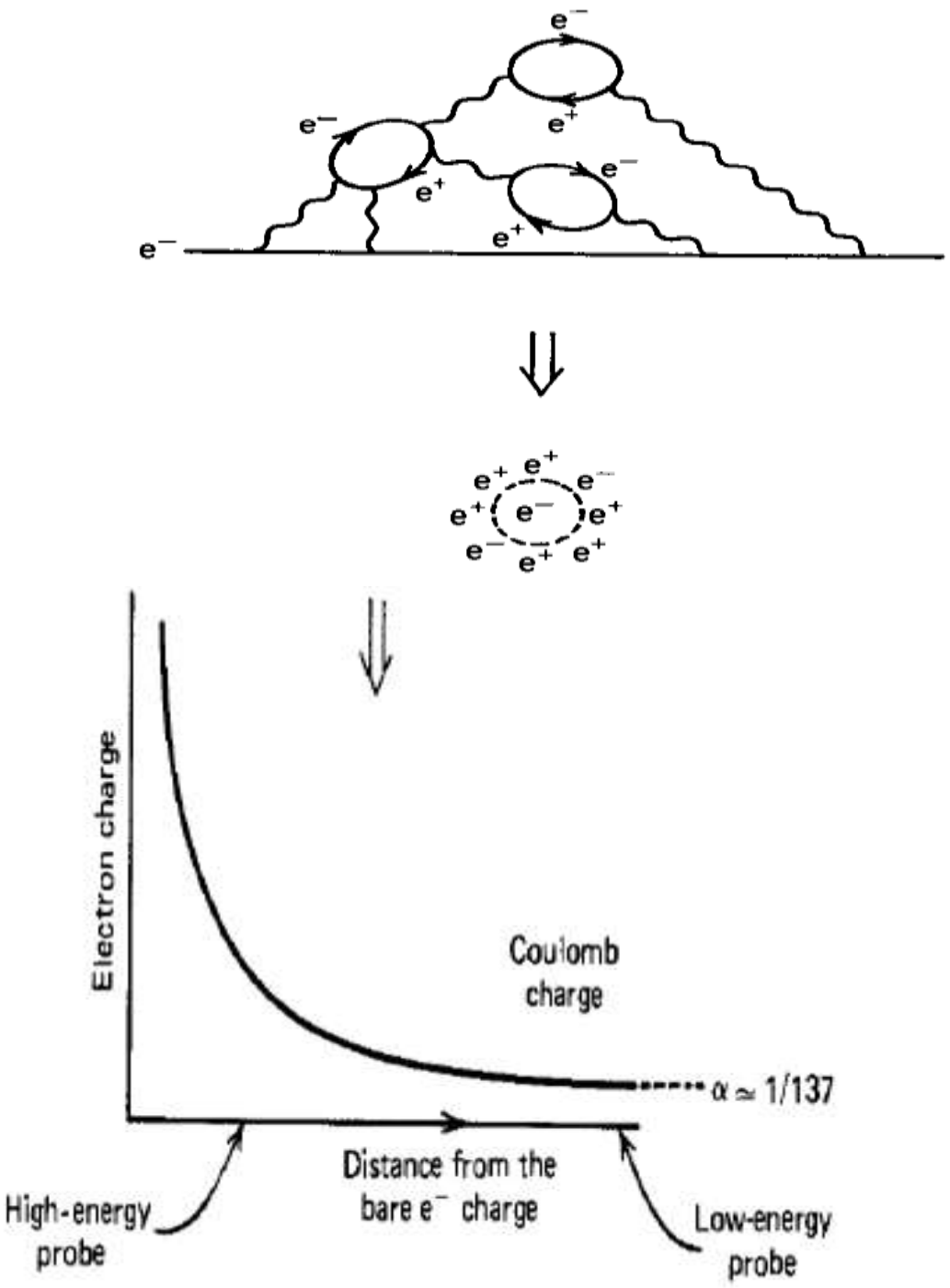
ومن هذين التكاملين نجد أن:

$$\widetilde{A^\mu} = \frac{-g^{\mu\upsilon}}{q^2}\, \widetilde{J_\mu} \qquad (21)$$

حيث: $g^{\mu\upsilon}$ ثابت الاقتران.

تشتت الشحنة في QED [8]:

في نظرية الـ QED، الجسيمات المشحونة مثل الإلكترون هو محاط بسحابة من الفوتونات الافتراضية والأزواج e^+e^- ظهرت بشكل مستمر داخل وخارج الوجود. بسبب جاذبية الشحنات المضادة، البوزيترونات الافتراضية تميل إلى أن تكون أقرب إلى إلكترون وتشتت شحنة الإلكترون، كما هو مبين في الشكل (2). هذا هو مماثل لاستقطاب وسيلة عازلة في وجود شحنة يسمى فراغ الاستقطاب.



الشكل (2): يوضح كيفية تشتت الشحنة في QED [8]

يمثل الخط المتعرج القوة الكهرومغناطيسية.

وهذا يثير فكرة وجود شحنة فعالة e(r) بأن تصبح أصغر مع مسافة أكبر وعندها نقول أن ذلك هو تابع بيتا [8]:

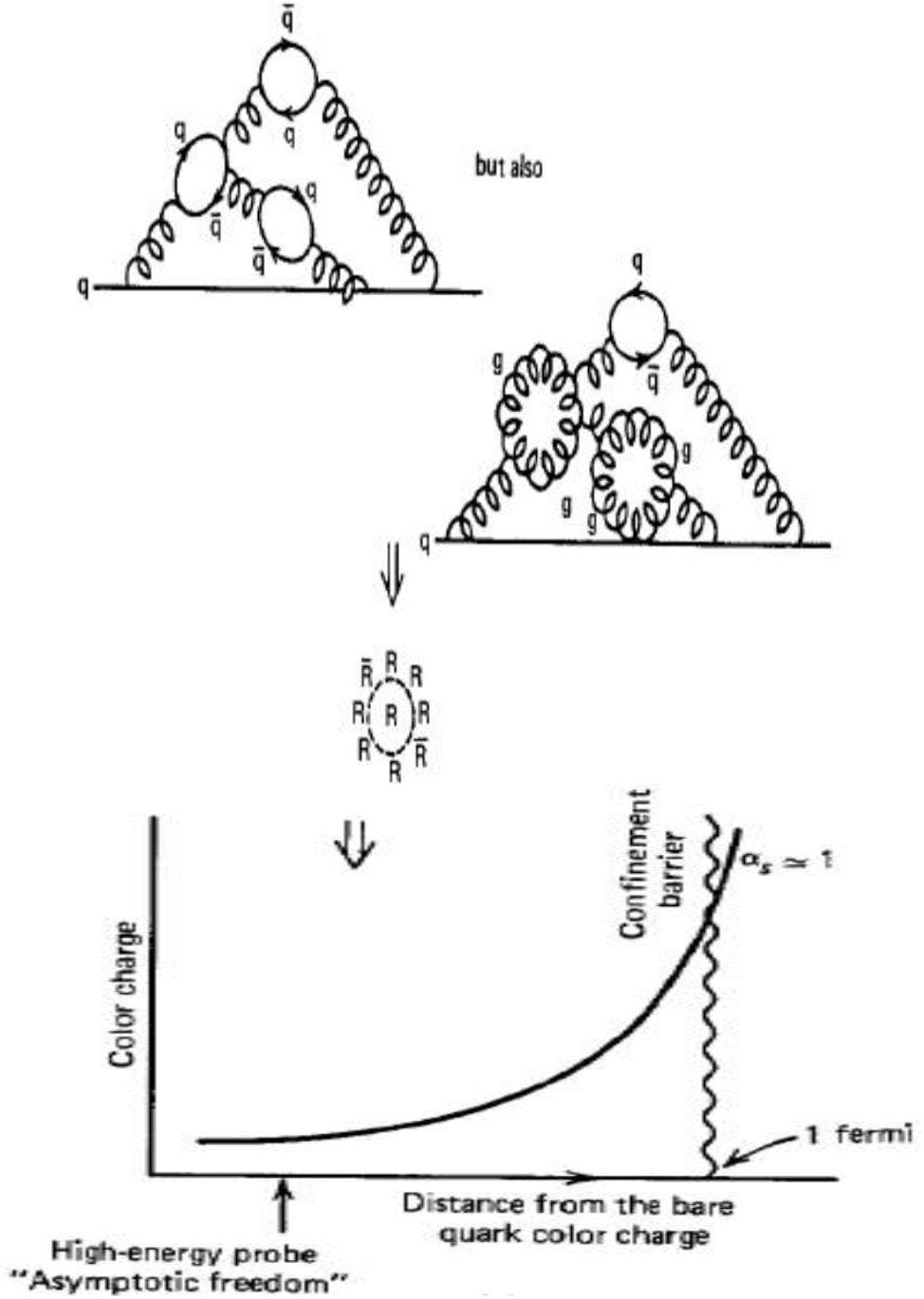
$$\beta(r) = -\frac{d\ e(r)}{d\ ln(r)} \quad (22)$$

هو موجب في نظرية الـ QED.

تشتت الشحنة في QCD [8]:

يتكون الفراغ في نظرية الـ QCD من أزواج افتراضية $q\bar{q}$،بذلك فإن آلية تشتت الشحنة تكون هي نفسها التي في نظرية الـ QED مع تابع بيتا موجب.

بما أن الغليون (Gluon) مرتبط ذاتياً، سيكون الفراغ مليء بأزواج الغليونات الافتراضية كما هو مبين في الشكل(3). تحمل سحابة الغليون شحنة اللون، وهذا يؤدي إلى أن تصبح الشجنة الفعالة أكبر مع ازدياد المسافة ويكون تابع بيتا هو سالب، يدعى هذا التأثير تشتت مضاد.

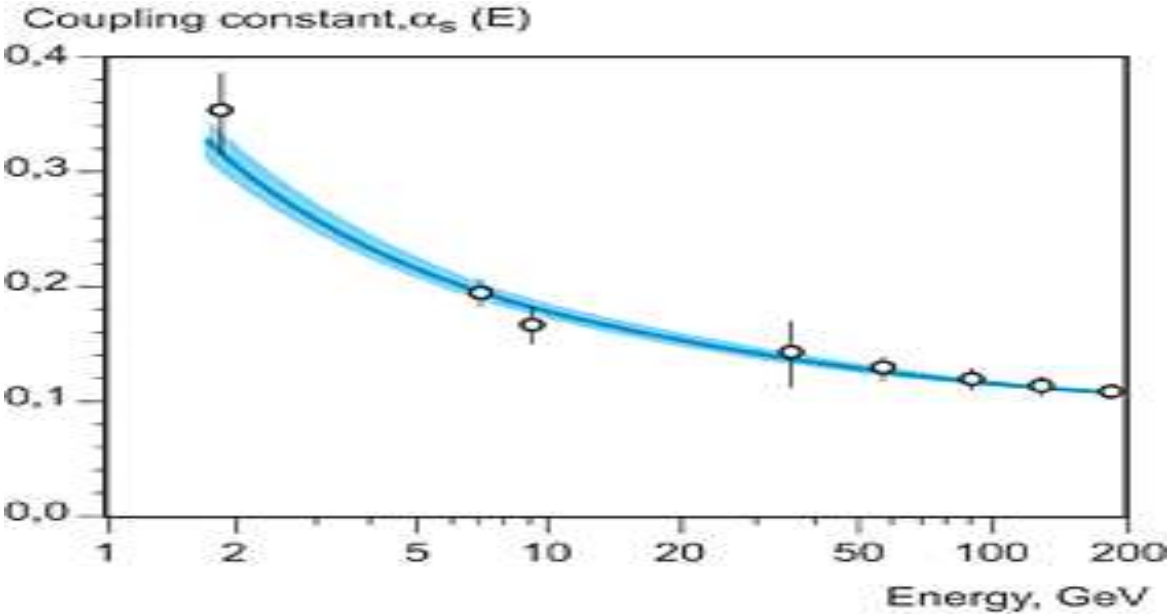


الشكل (3): يوضح كيفية تشتت الشحنة في نظرية الـ QCD [8]

يمثل الخط اللولبي القوة النووية القوية، R تقابل q (كوارك) و $\bar{R}$ تقابل $\bar{q}$ (كوارك مضاد).

أتضح أن المساهمة السلبية أفضل من المساهمة الايجابية، لذلك تابع بيتا في نظرية الـ QCD هو سالب، والترابط القوي الفعال يصبح صغيرا" عند المسافات القصيرة.

–وتم الحصول بالعام 2004 على جائزة نوبل[3].



الشكل (4): يبين ثابت الارتباط بتابعية الطاقة

–نلاحظ من الشكل (4) وجود توافق تام بين النتائج التجريبية (الرمز 0) والنتائج النظرية.

نلاحظ من هذا المنحني أن الاقتران القوي في الطاقات العالية يصبح صغيراً ويمكن معاملة الكواركات فعلياً كأنها حالات حرة وتصبح نظرية الاضطراب صالحة للتطبيق في هذا المجال.

تكون قيمة تابع بيتا $\beta(g)$ سالبة في نظرية الـ QCD وفي نظرية النموذج المعياري (Standard Model) وتعطى قيمته في نظرية الـ QCD بالعلاقة [3]:

$$\beta(g) = \frac{-g^3}{16\pi^2}\left(\frac{11}{3}N_c - \frac{4}{3}\frac{N_F}{2}\right) \quad (23)$$

حيث: N_c عدد الالوان (3 في نظرية الـ QCD) وN_F عدد الكواركات (6 في النموذج المعياري) و g ثابت الارتباط $\alpha_s(E)$.

النتائج والمناقشة:

تتعامل النظرية الكهرومغناطيسية الكوانتية QED كما هو الحال في أغلب نظريات الحقول الكمية مع اللانهايات. لقد تحقق نجاح كبير في هذا المجال عندما أستطاع دايسون (Dyson) [12] من خلال استخدام نظرية توموناغا وشوينغر وفاينمان (Tomonaga, Schwinger and Feynman) من حل مسألة هذه النهايات واستخراج نتائج مهمة نظرية الـ QED . تم دراسة عملية التنظيم في النظريات التي يمكن إجراء فيها هذه النهايات على مرحلتين، الأولى: وفق تقريب المسافات القصيرة (أو الطاقات العليا) حيث يدرس التفاعل باستخدام تابع القطع (Cut Function) (دلتا ديراك)

الذي يقود إلى نتائج محددة، والثانية: يتم بإدخال معاملات تقود إلى ثابت الترابط أعلاه الذي بدوره يحدد العلاقة بين مؤثر الحقل الشعاعي ومؤثر كثافة التيار الذي توصلنا إليه في هذا البحث.

الاختلاف:

-إن نظرية الكروموديناميك الكمومي عند درجة حرارة منتهية $(QCD)_T$ هي نظرية أكثر تعقيداً من نظرية الإلكتروديناميك الكمومي $(QED)_T$ وهذا الاختلاف بين النظريتين يعود إلى التأثير المتبادل الذاتي للغليونات، إن نظرية الـ QED تتفق نتائجها التجريبية والنظرية بدقة تصل إلى نسبة جزء واحد من عشرة مليارات وبينما نظرية الـ QCD لم تتفق نتائجها النظرية مع نتائجها التجريبية إلا عندما يكون قيم ثابت الارتباط أصغر من 0.4 عندها تتفق النتائج التجريبية والنظرية لنظرية الـ QCD.

-تشتت الشحنة في نظرية الـ QED (تشتت) وفي نظرية الـ QCD (مضاد التشتت) يؤدي إلى مفهوم الارتباط المتحرك. في نظرية الـ QED يصبح الارتباط كبيراً عند المسافات القصيرة جداً ولكن تأثيره صغير. في نظرية الـ QCD، وبسبب تأثير مضاد التشتت ارتباط قوي ليصبح صغيراً عند المسافات القصيرة. وهذا يؤدي أن الكواركات ضمن الهادرونات تسلك أكثر أو أقل سلوك الجسيمات الحرة. سميت هذه الخاصية للتفاعل القوي الحرية المقاربة. يصبح الارتباط قوياً عند زيادة المسافة ويصبح من المستحيل عزل الكوارك من الهادرون (يحتاج لطاقة أقل لتوليد زوج من الكوارك ومضاد الكوارك) تسمى هذه الآلية الأسر.

-إن تابع بيتا في نظرية الQCD سلبي لذلك ينحدر نحو الاسفل وهو الأمر الذي قاد إلى التنبؤ في الحرية المقاربة في نظرية الQCD بينما تابع بيتا في نظرية الـ QED ايجابي يصعد نحو الأعلى.

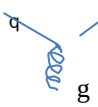
-إن قيمة ثابت الارتباط في نظرية الـ QED صغيرة جداً من مرتبة كبر $\left(\frac{1}{137}\right)$ تعرف بثابت الكهرطيسية أو ثابت البنية الناعمة أما قيمته في نظرية الـ QCD فتكون أكبر.

الاتفاق:

تشابه نظرية الكروموديناميك الكمومي (QCD) نظرية الإلكتروديناميك الكمومي (QED) من حيث: يجب أن تحقق الجسيمات ذات السبين $S=\frac{1}{2}$ احصاء فرمي، وهذا يعني أنه لا يجوز أن يوجد أكثر من كوارك واحد في حالة كمومية واحدة. لذلك يجب أن تتمايز الكواركات الثلاثة فيما بينها بعدد كمومي واحد على الاقل. ولهذا السبب أدخلت درجة حرية جديدة تخص الكواركات تدعى شحنة اللون. بحيث يمكن أن يكون لكل كوارك ثلاث شحنات مختلفة وقد أطلق على هذه النظرية اسم الكروموديناميك الكمومي.

الجدول(1): مقارنة بين QED و QCD

	QED	QCD
مصدر التفاعل	الشحنة الكهربائية	الشحنة اللونية
ناقل القوة	فوتون	غليون
القوة الذاتية	$\alpha = \frac{1}{137}$	$\alpha_s \gg \alpha$

الفوارق بين QED و QCD: إن الفوتونات لديها شحنة كهربائية معدومة. غير أن الغليونات لديها شحنة لونية غير معدومة (بل هناك ثمانية شحنات مختلفة يمكن أن يحملها الغليون) هذا الأمر يؤدي إلى مفهوم التفاعلات الذاتية للغليونات. نقطة التفاعل الأساسية في QCD أي  ويوجد مثيلاً لها في QED ولكن نقطة التفاعل في QCD من الشكل:

أو من الشكل: مثيلها ممنوع في QED.

المراجع:

[1]-*https://ar.wikipedia.org/wiki/ ديناميكا–لونية–كمية*

[2]-https://ar.wikipedia.org/wiki/ كهروديناميكا–كمية

[3]-*www.nobelprize.org/noble-prizes/physics/laureates/2004/..*

[4] ***J D Bjorrken and S D Drell**, Relativistic Quantum Mechanics, P.(183-198) chapter(9), McGraw-Hill 1964.*

[5]- ***K.CHARCHULA; G.A.SCHULER; H.SPIESBERGER.**-Combined QED and QCD Radiative Effects in Deep Inelastic Lepton-Proton Scattering: the Monte Carlo Generator DJANG06-CERN-TH.7133/94 (January 1994).*

[6]-***PETER ARNOLD; CHENGXING ZHAI.**- The three loop free energy for high-temperature QED and QCD with fermions- University of Washington, hep-ph/94103 (October 1994).*

[7]-***F.HAUTMANN**-An Introduction to QED &QCD- Lectures presented at the RAL High Energy Physics Summer School Somerville College, oxford, September 2012.*

[8]- ***MICHIEL BOTJE.**- Quantum Chromo Dynamics (Asymptotic Freedom)- P.(1-21) chapter(6), Lecture notes Particle Physics II (2013).*

[9]- ***PAUL HOYER.**- Bound States, from QED to QCD – POB64, FIN-00014 University of Helsinki, Finland, hep-ph/1402.5005 (2014).*

[10]- ***F Halzen and A D Martin,** Quarks and Leptons, P.(205-224) chapter(10), Wiley 1984*

[11]- *M **E Peskin and D V Schroeder,** An Introduction to Quantum Field theory, P.(175-208) chapter(6), Addison*

[12]- ***F.J. Dyson**, The Radiation Theories of Tomonaga, Schwinger, and Feynman, Phys. Rev.75,486, 1949. cds.cern.ch/record/435278/files/0004186.pdf*[13]-