

نمذجة بعض المسائل الرياضية ومحاكاتها على الحاسوب (الحركة اللولبية للطائرة)

الدكتور محمد حسن حسن*

الدكتور زياد اليوسف**

ميرنا موفق حدّاد***

(تاريخ الإيداع 18 / 7 / 2011. قُبل للنشر في 29 / 1 / 2012)

□ ملخص □

ندرس في هذا البحث مسألة طيران الطائرة وتوجيهها في مسار لولبي موزون، و سيتم ذلك عبر مجموعة من الخطوات تتلخص بما يلي:

1. تحديد النموذج الرياضي من خلال البحث عن المقادير التي تميز الحركة اللولبية التي تقوم بها الطائرة.

2. دراسة النموذج الرياضي بالحسابات العددية .

و قد توصلنا إلى نتائج هامة على الصعيدين النظري و العملي تتلخص بما يلي:

1. كتابة برنامج باستخدام لغة البرمجة Matlab على الطائرة Lear jet 23 وهي من النمط Business

Jet و الشكل T-Tail .

2. حل المسألة من أجل ارتفاع محدد بتطبيق البرنامج المكتوب.

الكلمات المفتاحية: الحركة اللولبية، النموذج الرياضي، معادلات الحركة، قياسات الطيران، قياسات التوجيه، مسار الطيران .

*أستاذ- قسم الرياضيات- كلية العلوم- جامعة تشرين- اللاذقية - سورية.

**مدرس- قسم الرياضيات- كلية العلوم- جامعة تشرين- اللاذقية - سورية.

***طالبة دراسات عليا (ماجستير)- قسم الرياضيات- كلية العلوم- جامعة تشرين- اللاذقية - سورية.

Modeling of Some Mathematical Problems and Their Simulation on Computer (The spiral motion of airplane)

Dr. Mohammad Hasan *
Dr. Zeiad AL Yousef **
Mirna Haddad ***

(Received 18 / 7 / 2011. Accepted 29 / 1 / 2012)

□ ABSTRACT □

In this thesis, we study the problem of airplane flying process and its guidance in balanced spiral course. This will be done through a batch of steps summarized as follows:

1- Determining the mathematical model through the search for parameters which identify the spiral motion of a plane.

2- Study of the mathematical model by the means of numerical calculation.

We have thus reached important conclusions from the practical and theoretical point of views namely:

1- Programme writing assisted by programming language Matlab on Lear jet 23 which is a business jet model and a T-Tail.

2- Solve the problem for a specified height by applying the writing programme.

Key words: The spiral motion, mathematical model, equation of motion, flight parameters, control parameters, track of flight.

* Professor, Mathematics Department, Faculty of science, Tishreen University, Lattakia, Syria.

** Assistant Professor, Mathematics Department, Faculty of science, Tishreen University, Lattakia, Syria.

*** Postgraduate Student, Mathematics Department, Faculty of science, Tishreen University, Lattakia, Syria.

مقدمة:

تطورت العلوم في العقود الأخيرة تطوراً كبيراً، خاصة في المجالات المشتركة بين الفروع العلمية المختلفة، وكان من بينها علم النمذجة الرياضية " Mathematical Modeling " الذي حظي باهتمام العلماء والباحثين في فروع علمية متعددة وخاصة فرع علوم الحاسوب "Computer Science"، مما أدى إلى تطور علم النمذجة الرياضية ومحاكاتها على الحاسوب وانتشار تطبيقاته في علوم الفيزياء والكيمياء العضوية والاقتصاد والتكنولوجيا والهندسة. وتعتبر مسألة الطيران وتوجيه الطائرة في مسار لولبي موزون من المسائل الهامة التي شغلت الباحثين والتي ستكون موضع اهتمامنا في هذا العمل.

وسنقوم بالتحليل العددي لمقاسات الطيران وتوجيه الطائرة في مسار لولبي موزون [2,3,4]. تعد الحركة اللولبية المتوازنة نمطاً مهماً من أنماط الطيران مع تغيير الارتفاع على طول المسار اللولبي الممثل لهذه الحركة. ويتميز هذا النمط من الحركات بعدة مقادير نذكر منها مثلاً :

- الزوايا الحرجة لهبوب الريح على الجناح .
- الزوايا الكبيرة لقص الريح .
- الشكل العام للطائرة مع الزوايا الكبيرة للدوران .
- ظهور السرعة الزاوية حول المحاور الثلاثة للطائرة .
- الحمولات الزائدة .

عملنا من أجل هذا على تشكيل نموذج رياضي معدّل وذلك من خلال البحث عن المقادير التي تميز هذه الحركة وهي مقاسات الطيران و كذلك إيجاد القيم المجهولة لزوايا الانحراف الناجمة عن سطوح التوجيه . وقد اعتبرنا الطائرة كجسم ميكانيكية صلبة بست درجات من الحرية، وأخذنا بالاعتبار التأثير القياسي لانحرافات سطوح التوجيه في قيم القوى وعزوم القوى الأيروديناميكية. ثم استخلصنا معادلات الحركة اللولبية المتوازنة للطائرة (النموذج الرياضي) من أجل النموذج المفروض فحصلنا على جملة مؤلفة من سبع معادلات غير خطية . وقمنا بحل المسألة من أجل ارتفاع محدد (موافق لنقطة توازن المسار اللولبي المتوازن [5]) . وفي الختام قمنا بعرض برنامج باستخدام لغة البرمجة Matlab على الطائرة Lear Jet 23 من النمط Business Jet والشكل T-Tail. (مستفيدين في كتابة البرنامج من المراجع [9] و [10] و [25]).

أهمية البحث وأهدافه:

يهدف البحث إلى دراسة تحليلية لحركة الطائرة على مسار لولبي متوازن، وإيجاد النموذج الرياضي لهذه الحركة، ثم كتابة برنامج لاختبار الحل الأمثل لهذا النموذج الرياضي و تطبيقه على الحاسوب لإيجاد النتائج المطلوبة.

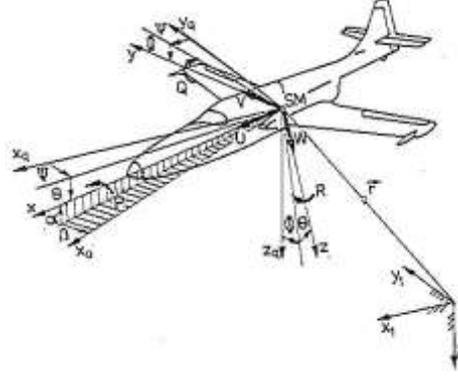
طرائق البحث و موادّه:

تم إجراء هذا البحث خلال العام الدراسي 2009-2010 / 2010-2011 في جامعة تشرين بالاعتماد على المراجع المتوفرة والأبحاث المناسبة المدرجة على مواقع مختلفة من شبكة الانترنت، فقمنا بعرض خطوات تبين طريقة الحل، وعرضنا النتائج من خلال مخططات بيانية تبين شكل مسار الطيران للطائرة وتغير قياسات الطيران والتوجيه في مرحلة تنفيذ حركة لولبية.

النتائج والمناقشة:

1- جمل الإحداثيات المستخدمة :

تعتبر حركة الطيران اللولبية المتوازنة من النماذج التطبيقية الهامة للطيران مع تغيير الارتفاع على طول المسار اللولبي لحركة الطائرة الممثلة بالشكل (1).



الشكل (1): جمل الإحداثيات المفروضة.

ولتمثيل هذه الحركة رياضياً سنستخدم الجمل الإحداثية التالية:

- $Ox_1y_1z_1$ جملة الإحداثيات غير المتحركة المرتبطة بالأرض .
- $Ox_gy_gz_g$ جملة الإحداثيات المرتبطة بالطائرة المتحركة و الموازية للجملة $Ox_1y_1z_1$.
- $Ox_a y_a z_a$ جملة الإحداثيات المرتبطة بالطائرة باتجاه انسياب الرياح .
- $Oxyz$ جملة الإحداثيات المرتبطة بالطائرة انظر الشكل (1).
- $Ox_s y_s z_s$ جملة الإحداثيات التي تصور لنا هيكل الطائرة بالنسبة لمسار الطيران والتي سندعوها لاحقاً بالجملة الأسطوانية (اللولبية) الشكل (2) .

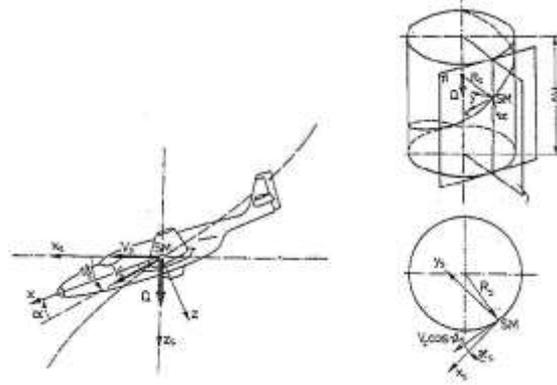
إن الموقع اللحظي للطائرة كجسم صلب على المسار يعتبر هو نفسه موقع مركز الكتلة SM ، مقاساً بالنسبة للجملة غير المتحركة $Ox_1y_1z_1$ ونعبر عنه بمتجه موضع مركز الكتلة $\vec{r}[x_1(t), y_1(t), z_1(t)]$. كما أن زوايا دوران الطائرة هي: Φ - زاوية الدوران، θ - زاوية التآرجح، Ψ - زاوية الانعراج والتي تسمى بزوايا أولر الظاهرية [4،8] تمت دراسة حركة الطائرة في الجملة $Oxyz$ ، وكان شعاعا السرعتين الخطية والزاوية في هذه الجملة كما يلي:

▪ شعاع السرعة الخطية الكلية \vec{V}_c :

$$\vec{V}_c = U\vec{i} + V\vec{j} + W\vec{k} \quad (1)$$

- حيث : U - السرعة الطولية للطائرة، و هي مركبة السرعة V_c على المحور Ox .
- V - السرعة الجانبية للطائرة، و هي مركبة السرعة V_c على المحور Oy .
- W - سرعة الإزاحات العمودية للطائرة، و هي مركبة السرعة V_c على المحور Oz .

نبين ذلك في الشكلين (1) و (2).



الشكل (2): القياسات الدالة على الحركة اللولبية المتوازنة للطائرة.

▪ شعاع السرعة الزاوية الكلية $\vec{\Omega}$.

$$\vec{\Omega} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k} \quad (2)$$

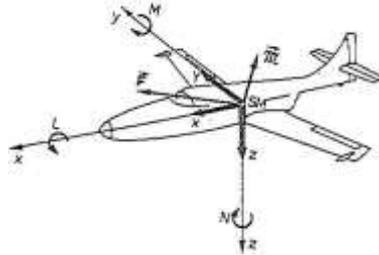
حيث مركبات السرعة الزاوية :

. P - السرعة الزاوية للدوران حول المحور Ox .

. Q - السرعة الزاوية للتأرجح حول المحور Oy .

. R - السرعة الزاوية للإنعراج حول المحور Oz .

نبين ذلك في الشكلين (1) و (2).



الشكل (3): شعاعا القوة و عزم القوة الخارجية.

كما أن القوى الخارجية و عزوم هذه القوى في الجملة Oxyz ، انظر الشكل (3)، تكتب بالشكل :

▪ شعاع القوة الخارجية الكلية \vec{F} :

$$\vec{F} = X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k} \quad (3)$$

. X - مركبة القوى الخارجية على المحور Ox .

. Y - مركبة القوى الخارجية على المحور Oy .

. Z - مركبة القوى الخارجية على المحور Oz .

▪ شعاع العزم الكلي للقوى الخارجية \vec{M} :

$$\vec{M} = L\vec{i} + M\vec{j} + N\vec{k} \quad (4)$$

. L - العزم الدوراني حول المحور Ox .

. M - العزم المتأرجح حول المحور Oy .

. N - العزم المنعرج حول المحور Oz .

و قد استخدمنا الروابط الحركية لحركة الطائرة [8] .

■ علاقات السرعة الزاوية :

$$\begin{aligned} P &= \dot{\Phi} + \dot{\Psi} \sin \theta \\ Q &= \dot{\theta} \cos \Phi + \dot{\Psi} \cos \theta \sin \Phi \quad (5) \\ R &= \dot{\Psi} \cos \theta \cos \Phi - \dot{\theta} \sin \Phi \end{aligned}$$

■ علاقات السرعة الخطية :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= U \cos \theta \cos \Psi + V(\sin \Phi \sin \theta \cos \Psi - \cos \Phi \sin \Psi) + \\ &W(\cos \Phi \sin \theta \cos \Psi + \sin \Phi \sin \Psi) \\ \dot{y}_1 &= (6) \\ U \cos \theta \sin \Psi + V(\sin \Phi \sin \theta \sin \Psi + \cos \Phi \cos \Psi) + W(\cos \Phi \sin \theta \sin \Psi - \\ &\sin \Phi \cos \Psi) \\ \dot{z}_1 &= -U \sin \theta + V \sin \Phi \cos \theta + W \cos \Phi \cos \theta \end{aligned}$$

مع العلم أن:

$$\begin{aligned} U &= V_c \cos \alpha \cos \beta \\ V &= V_c \sin \beta \quad (7) \\ W &= V_c \sin \alpha \cos \beta \end{aligned}$$

حيث : α - هي زاوية هبوب الريح . β - هي زاوية قص الريح .
و يعبر عنهما بالعلاقتين : $\alpha = \arctg \left(\frac{W}{U} \right)$ ، $\beta = \arcsin \left(\frac{V}{V_c} \right)$

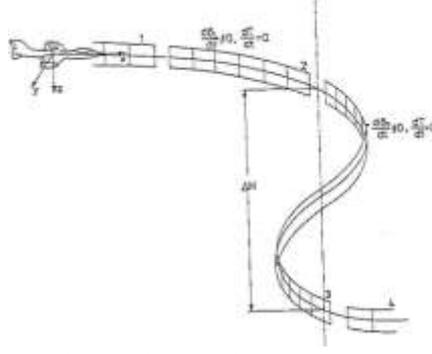
2-النموذج الفيزيائي :

ذكرنا سابقاً أن المسار هو مسار حلزوني (الشكل 2) وتظهر عليه انحرافات بسيطة ناتجة عن تأثير تغير الارتفاع، كما أن الارتفاع له تأثير في قيم القوى وعزوم القوى الأيروديناميكية [4] .
وقد اعتمدنا الفرضيات التالية :

- 1" تعتبر الطائرة كجسم ميكانيكي صلب بست درجات من الحرية .
- 2" انحرافات سطوح التوجيه: للجنيحات ولدفتي التوجيه الجانبي والعلو ولها فقط تأثير قياسي على قيم القوى وعزوم القوى الأيروديناميكية .
- 3" إن الحركة المتوازنة للطائرة تتم وفق مسار حلزوني .
- 4" إن محور هذه الحركة يكون عمودياً على المستوي الأفقي، وإن شعاع السرعة الزاوية الكلية للطائرة يقع على هذا المحور .

5" إن قوة شد المحرك ثابتة (في أثناء الالتفاف) .

- كما اعتبرنا أن الحركة اللولبية الموجهة للطائرة تتألف من ثلاث مراحل أساسية للطيران ، (الشكل 4) .
1. مرحلة الدخول: وفي هذه المرحلة من الطيران الموجه تتم عملية تحويل الطائرة من طيران على خط مستقيم إلى حالة الطيران على خط حلزوني.
 2. مرحلة الطيران وفق خط حلزوني: وفي هذه المرحلة من الطيران تكون الشروط قريبة إلى شروط الاستقرار .
 3. مرحلة الخروج: وفي هذه المرحلة من الطيران الموجه تتم عملية إخراج الطائرة من المسار اللولبي إلى حالة الطيران الأفقي على خط مستقيم .



الشكل (4): الحركة الحلزونية الموجهة.

إن التوجيه في مرحلتي الدخول والخروج يكون محققاً بانحرافات مناسبة لسطوح الجنيحات ولدفتي التوجيه الأفقي والعلو، وإن التوجيه في الطيران وفق مسار حلزوني يعمل للوصول إلى حالة التوازن .

لقد افترضنا أن قوة الشد لقسم الدفع لا تتغير طيلة فترة الطيران الحلزوني أي أن المحرك في حالة ارتفاع . واعتبرنا أيضاً أن انحرافات سطوح التوجيه لها فقط تأثير قياسي في قيم القوى وعزوم القوى الأيروديناميكية. وإلى جانب النموذج الفيزيائي نوضح مجموعة القوى المؤثرة في هذا الجسم وهي :

(a) القوى الأيروديناميكية .

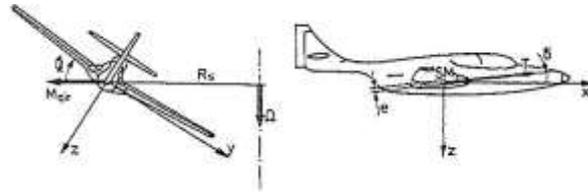
(b) القوى الناجمة عن أجهزة الدفع .

(c) قوى الثقالة الأرضية .

(d) القوى الناتجة عن عملية التوجيه .

إن قيم القوى وعزوم القوى الأيروديناميكية والتي دخل فيها تأثير انحرافات سطوح التوجيه (وذلك من وجهة نظر رياضية) يحددها البرنامج العددي الذي تم العمل به .

توضح القوى الناتجة عن أجهزة الدفع التأثيرات الناتجة عن توضع شعاع قوة الشد بالنسبة لمركز الكتل للطائرة، وكذلك التأثير الجيروسكوبي. حيث إنه في الطيران المنحني نجد أن الأجهزة المحركة لقسم الدفع تسبب ظهور العزم الجيروسكوبي الشكل(5).



الشكل (5) : القوى و عزوم القوى الناجمة عن أجهزة الدفع في الحركة المنحنية للطائرة.

إن شعاع القوى الخارجية وعزوم هذه القوى \vec{F} تظهر بالشكل :

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ L \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^a - mg \sin \theta + T \cos \delta \\ Y^a + mg \sin \phi \cos \theta \\ Z^a + mg \cos \phi \cos \theta - T \sin \delta \\ L^a \\ M^a + T e + J_T \omega_T R \\ N^a - J_T \omega_T Q \end{bmatrix} \quad (8)$$

حيث : $\vec{F}_a = \text{col}[X^a, Y^a, Z^a, L^a, M^a, N^a]$

هو شعاع القوى وعزوم القوى الأيروديناميكية، والذي يكتب بالشكل:

$$\vec{F}_a = \vec{F}_a(\alpha, \beta, V_c, P, Q, R, \rho, u)$$

وكذلك شعاع القوى وعزوم القوى الناجمة عن الدفع

$$\vec{F}_T = \begin{bmatrix} X^T \\ Y^T \\ Z^T \\ L^T \\ M^T \\ N^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \cos \delta \\ 0 \\ -T \sin \delta \\ 0 \\ T \cdot e + J_T \omega_T R \\ -J_T \omega_T Q \end{bmatrix} \quad (9)$$

حيث : m - كتلة الطائرة .

T - قوة شد المحرك .

J_T - عزم العطالة لدوران المحرك بالنسبة لمحور الدوران الخاص به .

ω_T - السرعة الزاوية للأجزاء المدورة للمحرك .

δ - زاوية انحراف شعاع شد المحرك T عن المحور Ox في المستوي Oxz .

e - القوس غير المركزي الحاصل بين خط تأثير قوة الشد T و خط تواضع مركز الكتل للطائرة .

إن قيمة الشعاع \vec{F} تعتمد على تغيرات الحالة z .

حيث : $\vec{z} = \text{col}[\alpha, \beta, V_c, P, Q, R, \Phi, \Theta, \Psi, x_1, y_1, z_1]$

وعلى قياسات التوجيه $u = \text{col}[\delta_R, \delta_E, \delta_A]$ وعلى كثافة الجو $\rho(H)$ [24] ، وكذلك على تسارع

الجاذبية الأرضية g [15] أي :

$$\vec{F} = \vec{F}(z, u, \rho, g) \quad (10)$$

(δ_R زاوية انحراف دفة التوجيه للعلو، δ_E زاوية انحراف دفة التوجيه الجانبي، δ_A زاوية انحراف الجنيحات)

حيث تم إهمال تأثير تغير ارتفاع الطيران في قيمة الجاذبية الأرضية لذلك أخذنا هذا التأثير فقط في

قيمة ρ [22]، حيث اعتمدنا في قياس نصف قطر الأرض على [23].

$$\rho_H = \rho_0 \left(1 + \frac{z_1}{44300}\right)^{4.256} \quad (11)$$

من أجل $H \in]0, 11000[m]$ ، حيث $z_1 = -H$

استخدمنا أيضاً العلاقات التحليلية لتحديد قيم السرعة الخطية الكلية \vec{V}_c ، و الزاويتين α و β ، زاويتي هبوب

الرياح وقصه على الترتيب و كذلك الحمولات $n_z = -\frac{z}{g}$.

ومن أجل إيجاد حلول المعادلات السابقة أخذنا ode15s لحل جملة معادلات تفاضلية غير خطية ملائمة لها

في الـ Matlab، التي هي في هذه المرحلة من الاختبار دقيقة بما فيه الكفاية و بالإضافة لذلك فإنها سريعة في

الحسابات .

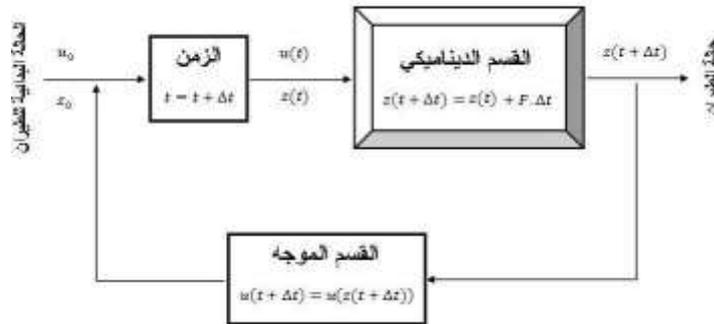
ويمكن أن نحصل على حل المعادلة $z(t)$ بطريقة الخطوة خطوة في الزمن Δt و نحسب الشعاع \vec{z} بأخذ

الحالة البدائية للطيران وكذلك بأخذ النموذج الرقمي للتوجيه u .

$$\vec{z}(t + \Delta t) = \vec{z}(t) + \vec{f}(z(t), t) \Delta t \quad (12)$$

حيث أن \vec{f} تتوافق مع القيم اللحظية للتسارعات \vec{z} ، و إن خطأ الطريقة يتعلق بخطوة التكامل المتبعة .

إن الشكل (6) يقدم لنا طريقة المحاكاة الرقمية لحركة الطائرة في المسار اللولبي .



الشكل (6) : المخطط البنائي للأجهزة المعبرة عن ديناميكية الطائرة في الحركة الموجه في الفضاء.

إن الطيار الأوتوماتيكي في الحالة السابقة هو البرنامج الرقمي ، الذي يعمل على أساس المتابعة المستمرة لقياسات الطيران و بالضبط عند معيار معين يحدد قيم انحرافات سطوح التوجيه في اللحظة المعطاة .

3- النمذج الرياضي للظاهرة و نقطة التوازن للمسار الحلزوني :

استناداً إلى المراجع [4,8,12,13,14,15,18] و استناداً إلى النماذج الرياضية الموجودة فيها استنتجنا النمذج الرياضي لحركة الطائرة ، بعد الأخذ بعين الاعتبار القوى و عزوم القوى المؤثرة في الطائرة في الطيران، و وضع الشروط المعبرة عن الحركة اللولبية المتوازنة نحصل على النمذج الرياضي المطلوب للحركة اللولبية هذه في الجملة Oxyz ، و ذلك على الشكل التالي :

$$\frac{d\alpha}{dt} = Q + \frac{1}{\cos\beta} \left[-\left(\frac{X}{mV_c} + R \sin\beta\right) \sin\alpha + \left(\frac{Z}{mV_c} - P \sin\beta\right) \cos\alpha \right] \quad (13)$$

$$\frac{d\beta}{dt} = -\left(\frac{X}{mV_c} \sin\beta + R\right) + \frac{Y}{mV_c} \cos\beta - \left(\frac{Z}{mV_c} \sin\beta - P\right) \sin\alpha \quad (14)$$

$$\frac{dV_c}{dt} = \frac{X}{m} \cos\alpha \cos\beta + \frac{Y}{m} \sin\beta + \frac{Z}{m} \sin\alpha \cos\beta \quad (15)$$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{1}{1 - \frac{J_{xz}^2}{J_x J_z}} \left[\left(1 - \frac{J_y - J_x}{J_z}\right) \frac{J_{xz}}{J_x} PQ - \left(\frac{J_z - J_y}{J_x} + \frac{J_{xz}^2}{J_x J_z}\right) QR + \frac{1}{J_x} \left(L + \frac{J_{xz} N}{J_z}\right) \right] \quad (16)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{M}{J_y} + \frac{J_z - J_x}{J_y} PR - \frac{J_{xz}}{J_y} (P^2 - R^2) \quad (17)$$

$$\frac{dR}{dt} = \frac{1}{1 - \frac{J_{xz}^2}{J_x J_z}} \left[\left(\frac{J_x - J_y}{J_z} + \frac{J_{xz}^2}{J_x J_z}\right) PQ - \left(1 - \frac{J_y - J_z}{J_x}\right) \frac{J_{xz}}{J_x} QR + \frac{1}{J_z} \left(\frac{J_{xz}}{J_x} L + N\right) \right] \quad (18)$$

إن جملة المعادلات التفاضلية السابقة تكتب بالشكل المصفوفي التالي : $\dot{\vec{z}} = \vec{f}(\vec{z}, u, \rho, t)$

$$\vec{z} = \text{col}[\alpha, \beta, V_c, P, Q, R] \quad \text{حيث:}$$

إن نقطة التوازن لجملة المعادلات التفاضلية من الدرجة الأولى اعتماداً على [5] تحدد بالشعاع \vec{z}^* :

$$\vec{z}^* = \text{col}[\alpha^*, \beta^*, V_c^*, P^*, Q^*, R^*]$$

$$\vec{Y}(\vec{z}^*, u^*) = \vec{0} \quad \text{و هو شعاع الحل المكمل للمعادلة :}$$

و إذا أدخلنا إلى المعادلات (13-18) الشروط المتعلقة بالطيران الحلزوني المتوازن، أي:

$$\dot{\vec{z}} = \vec{0} \quad (\text{أ}) \quad \text{(الحركة متوازنة) .}$$

(ب) $\frac{d\Phi}{dt} = 0$, $\frac{d\theta}{dt} = 0$, $\frac{d\Psi}{dt} = \Omega = \text{constants}$ أي أن السرعة الزاوية الكلية للطائرة تكون

متوضعة على محور المسار الحلزوني.

(ج) ϑ_s - زاوية انحراف المنحني الحلزوني،

$$\vartheta_s = \arcsin[-\sin \theta \sin \alpha \cos \beta + \sin \Phi \cos \theta \sin \beta + \cos \Phi \cos \theta \sin \alpha \cos \beta]$$

فإننا نحصل على جملة معادلات تصور لنا حالة الطيران الحلزوني المتوازن (19-25) المذكورة لاحقاً، حيث

إنه من المفروض قبل ذكرها أن نوضح ما يلي:

إنه عند حل \vec{z} من أجل الارتفاع المعطى للطيران H يظهر تأثير هذا المقدار في قيم القوى وعزوم القوى الأيروديناميكية وإن شعاع الحل \vec{z}^* يصور لنا الحالة المتوازنة في الحركة اللولبية حيث يؤخذ بعين الاعتبار هنا نقطة التوازن للحركة اللولبية المتوازنة، كما أنه في عملنا هذا تم تحليل حالة الطيران المتوازن من خلال وضع بعض قياسات نقطة التوازن ومن ثم تحديد المقادير المجهولة الباقية كقياسات الطيران والتوجيه، هذا ما كان ينبغي عمله بسبب وجود مجاهيل إضافية k : زاوية انحراف الجنيحات δ_A ، زاوية انحراف دفة التوجيه الأفقي δ_E ، و زاوية انحراف دفة التوجيه للعلو δ_R .

ومن أجل تسهيل اختيار المقادير التي يجب وضعها، تم أخذ متغيرات جديدة \vec{Y} التي تحتوي على معنى فيزيائي ملموس. وهذا ما يساعد بشكل خاص على فهم الظاهرة الفيزيائية و أخذ القيم العددية المعطاة.

$$\vec{Y} = \text{col}[\alpha, \beta, V_c, \Phi, \theta, R_s, \vartheta_s, \delta_R, \delta_E, \delta_A, T_0] \quad \text{إن الشعاع } \vec{Y} \text{ له الشكل التالي:}$$

وإلى جانب ذلك واعتماداً على المعطيات النظرية المدروسة و إلى المعطيات الناتجة عن الاختبارات تم أخذ السرعة الكلية للطائرة V_c ، نصف قطر الأسطوانة (دليل الحركة) R_s ، و زاوية دوران الطائرة Φ وكذلك قوة الشد البدائي للمحرك T_0 .

بعد إدخال هذه المتغيرات إلى معادلات الحركة (13-18) و بعد أن أخذنا بالاعتبار:

$$P = -\Omega \sin \theta \quad \text{- الفرضيات "4": 3 و المعادلات (5) نحصل على:}$$

$$Q = \Omega \cos \theta \sin \Phi$$

$$R = \Omega \cos \theta \cos \Phi$$

$$\Omega = \frac{V_c \cos \vartheta_s}{R_s} \quad \text{- الفرض "4" والشكل (2) نحصل على:}$$

- و الفرض "3" نحصل على:

$$\vartheta_s = \arcsin[-\sin \theta \sin \alpha \cos \beta + \sin \Phi \cos \theta \sin \beta + \cos \Phi \cos \theta \sin \alpha \cos \beta]$$

$$\kappa_s = \arcsin \left[-\frac{1}{\cos \vartheta_s} (\cos \Phi \sin \beta - \sin \Phi \sin \alpha \cos \beta) \right]$$

حيث: ϑ_s - زاوية تأرجح مسار الطيران بالنسبة للمستوي الأفقي .

κ_s - زاوية انعراج الطائرة عن مسار الطيران مقاسة في المستوي الأفقي .

و أخيراً يمكننا القول إننا حصلنا على جملة المعادلات السبع التالية:

$$\frac{V_c}{R_s} \cos \theta \sin \Phi \cos \vartheta_s + \frac{1}{\cos \beta} \left[\left(-\frac{x}{mV_c} + \frac{V_c}{R_s} \cos \theta \sin \Phi \cos \vartheta_s \sin \beta \right) \sin \alpha + \left(\frac{z}{mV_c} + \frac{V_c}{R_s} \sin \theta \cos \vartheta_s \right) \cos \alpha \right] = 0 \quad (19)$$

$$- \left(\frac{x}{mV_c} \sin \beta + \frac{V_c}{R_s} \cos \theta \cos \Phi \cos \vartheta_s \right) + \frac{y}{mV_c} \cos \beta - \quad (20)$$

$$\left(\frac{z}{mV_c} \sin \beta + \frac{V_c}{R_s} \sin \theta \cos \vartheta_s \right) \sin \alpha = 0$$

$$\frac{x}{mV_c} \cos \alpha \cos \beta + \frac{y}{mV_c} \sin \beta + \frac{z}{mV_c} \sin \alpha \cos \beta = 0 \quad (21)$$

$$\frac{1}{1 - \frac{J_{xz}^2}{J_x J_z}} \left\{ - \left(1 - \frac{J_y - J_x}{J_z} \right) \frac{J_{xz} V_c^2}{J_x R_s^2} \sin \theta \cos \theta \sin \Phi \cos^2 \vartheta_s - \right. \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} & \left(\frac{J_z - J_y}{J_x} + \frac{J_{xz}^2}{J_x J_z} \right) \frac{V_c^2}{R_s^2} \cos^2 \theta \sin \Phi \cos \Phi \cos^2 \vartheta_s + \\ & \frac{1}{J_x} \left[L^a + \frac{J_{xz}}{J_z} \left(N^a - J_T \omega_T \frac{V_c}{R_s} \cos \theta \sin \Phi \cos \vartheta_s \right) \right] \right\} = 0 \\ \frac{1}{J_y} \left(M^a + T.e + J_T \omega_T \frac{V_c}{R_s} \cos \theta \cos \Phi \cos \vartheta_s \right) - \frac{J_z - J_x}{J_y} \frac{V_c^2}{R_s^2} \sin \theta \cos \theta \cos \Phi \cos^2 \vartheta_s - \quad (23) \end{aligned}$$

$$\frac{J_{xz}}{J_y} \left[\frac{V_c^2}{R_s^2} \cos^2 \vartheta_s (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta \cos^2 \Phi) \right] = 0$$

$$\frac{1}{1 - \frac{J_{xz}^2}{J_x J_z}} \left[- \left(\frac{J_x - J_y}{J_z} + \frac{J_{xz}^2}{J_x J_z} \right) \frac{V_c^2}{R_s^2} \sin \theta \cos \theta \sin \Phi \cos^2 \vartheta_s - \quad (24)$$

$$\left(1 - \frac{J_y - J_z}{J_x} \right) \frac{J_{xz} V_c^2}{J_x R_s^2} \cos^2 \theta \sin \Phi \cos \Phi \cos^2 \vartheta_s + \\ \frac{1}{J_z} \left(\frac{J_{xz} L^a}{J_x} + N^a - J_T \omega_T \frac{V_c}{R_s} \cos \theta \sin \Phi \cos \vartheta_s \right) \right] = 0$$

$$\vartheta_s = \arcsin(-\sin \theta \sin \alpha \cos \beta + \sin \Phi \cos \theta \sin \beta + \cos \Phi \cos \theta \sin \alpha \cos \beta) \quad (25)$$

إن جملة المعادلات غير الخطية السبع الآتية الذكر مع المجاهيل \vec{X}

$$\vec{X} = \text{col}[\alpha, \beta, \theta, \vartheta_s, \delta_R, \delta_E, \delta_A]$$

تشكل لنا النموذج الرياضي المطلوب والتي أصبح من الممكن حلها عن طريق الحسابات العددية.

وقد استخدمنا برمجياً أداة الحل fsolve لحل جملة معادلات تفاضلية غير خطية ملائمة لهذا الشكل من

المعادلات في الـ Matlab.

4- طريقة الاختبارات الديناميكية للحركة الموجهة:

يمكن أن نستنتج الخواص الديناميكية [3,5] للطائرة في الحركة الموجهة ونقومها بعد معرفة التغيرات الزمنية

لجميع قياسات الطيران والتوجيه . وتوجد هناك طريقتان لتحديد هذه المجاهيل :

$$\text{أولاً: تحديد تغيرات شعاع الحالة } \vec{z}(t) \text{ الناتجة عن عملية التوجيه } u = \text{col}[\delta_R, \delta_E, \delta_A]$$

ثانياً : تحديد طريقة التوجيه $u(t)$ مع وضع قياسات الحركة وموقعها (مسار الطيران، شكل الطيران، السرعة

وما شابه ذلك) .

وفي كلتا الطريقتين يجب تحديد الحلول المتعلقة بالزمن t أي $\vec{z}(t)$ أو u حيث إنه من غير الممكن وضع كل

قياسات الطيران في الحركة الموجهة الفضائية الحلزونية أيأ كانت، وبالأخص فيما يتعلق بمرحلة الدخول غير المستقرة

وكذلك في مرحلة الخروج .

إن هذه الإرشادات التي سبق و ذكرناها حكمت على قبولنا بالطريقة العددية، التي تتطلب الحصول على الحلول

$z(t)$ بطريقة التكامل العددي لكل معادلات الحركة بالإضافة إلى ذلك وبنفس الوقت النموذج الرقمي للتوجيه u ، مع

التأكيد على المعرفة الدائمة لبعض قياسات الطيران .

5- المحاكاة العددية للطائرة الموجهة في حركة لولبية:

سنقدم طريقة المحاكاة العددية التي تمكننا من التحليل الكامل لديناميكية حركة الطائرة آخذين بالاعتبار عملية

التوجيه، حيث تمّ البحث في الحركة اللولبية الموجهة والتي تعد في مجال الطيران من الأكروبياتيات (التقلبات) الهوائية،

التي تعرض الطائرة للمخاطر، وبحثنا في هذه الحركة يتميز بإمكانية تحقيق طيران سليم وتحقيق تقدم في عمل جهاز

التوجيه [2]، [4].

اعتبرت الطائرة كجسم ميكانيكي صلب وبست درجات حرية. وأخذنا التأثير القياسي لانحرافات سطوح التوجيه في قيم القوى وعزوم القوى الأيروديناميكية .

ولاختبار المسألة المطروحة تم تطبيق النموذج العددي و عملياً يعتبر هذا النموذج هو أكثر الطرق ملائمة. وضعت معادلات الحركة (وبالإضافة لذلك الروابط الحركية) وتمت المكاملة برمجياً باستخدام أدوات الحل fsolve و ode15s لحل جملة معادلات تفاضلية غير خطية، كل جملة معادلات بحسب ما يلائمها في ال Matlab. وفي النتيجة حصلنا على التغيرات الزمنية لجميع القياسات الحركية و المعطيات المتعلقة بالتوجيه و بالمسار وبشروط الطيران .

6-تطبيق عددي :

تمت الحسابات من أجل الطائرة Lear Jet 23 من النمط Business Jet والشكل T-Tail و في مرحلة الطيران تحت سرعة الصوت. و التي معطياتها التقنية و الكتلية و الهندسية موجودة في [11] .

6-1-خطوات العمل:

تم تقسيم العمل إلى مجموعة من الملفات:

1. الملف التابعي DCM.m : هذا الملف يستخدم لتوليد مصفوفة التحويل لأويلر من أجل زوايا معينة.
2. الملف التابعي Atmos.m : عند استدعاء هذا الملف يعيد قيمة الكثافة الجوية عند ارتفاع معين.
3. الملف التابعي DataTable.m : عند استدعاء هذا الملف يعيد قيمة متعلقة بالثوابت الأيروديناميكية من أجل عمل الطائرات النفاثة و المقابلة لقيم α زاوية هبوب الريح و هي مخزنة ضمنه على شكل أشعة، [11].
4. الملف التابعي AeroModel.m : هذا الملف يقوم باستدعاء الملف DataTable.m و يعيد قيم المعاملات الأيروديناميكية المحسوبة ضمنه بقوانين مستخرجة من المراجع [12,13,14,16,17,18,19,20] اعتماداً على عناصر شعاع الحالة و شعاع التحكم كوسطاء دخل.
5. الملف التابعي EoM.m : يقوم هذا التابع باستدعاء الملفات DCM.m، Atmos.m، AeroModel.m لاستخدامها في توليد الشعاع zdot المكافئ لمعادلات حركة الطائرة بعد إضافة شروط الحركة اللولبية ليتم حل هذه المعادلات من قبل الملف الرئيس من أجل إيجاد التغيرات الزمنية لمتحولات شعاع الحالة و التحكم و إيجاد مسار الطيران و من ثم رسم هذه النتائج كمخططات بيانية.
6. الملف التابعي NAE.m : يتم ضمن هذا الملف استدعاء الملفات DCM.m، Atmos.m، AeroModel.m لاستخدامها في توليد الشعاع F المكافئ لجملة المعادلات غير الخطية ليتم حلها من قبل الملف الرئيس و الحصول على قيم المقادير التي تصور حركة الطائرة في المسار اللولبي أي تعيين قياسات الطيران و التوجيه و إيجاد عامل الحمولة.

7. الملف FLIGHT.m : و هو الملف الرئيس و الذي يتم ضمنه:

- تعريف شعاع الحالة Z و شعاع التحكم u و الشروط البدائية لكل منهما.
- إدخال الروابط الحركية و زاويتي هبوب الريح و قصه و وضع شعاع الحالة بصيغته النهائية لاستخدامه كوسيط عند استدعاء الملف EoM.m.

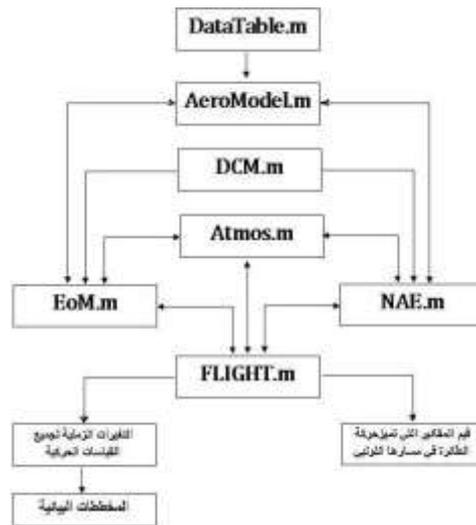
• استدعاء الملف EoM.m و مكاملة المعادلات الموجودة ضمنه باستخدام أداة الحل ode15s وقد حددنا $l = 0.2561$ كطول خطوة بدائية للحل و قيمة الخطأ في كل خطوة بحيث لا تتجاوز قيمة الخطأ المقبول والموصوف بالعلاقة: $|e(i)| \leq \max(|y(i)|.Rel_e, Abs_e(i))$

حيث إن قيمة الخطأ النسبي $Rel_e = 1e - 6$ ، وقيمة الخطأ المطلق $Abs_e = 1e - 12$ ، وكننتيجة للمكاملة، حصلنا على قيم z الموافقة لكل t أي حصلنا على التغيرات الزمنية لجميع القياسات الحركية المتعلقة بالتوجيه وبالمسار وبشروط الطيران والتي سوف تظهر لاحقاً كمخططات بيانية عند تنفيذ الأمر Run و قد أظهرنا بعضاً منها، الشكل (12).

• تعريف الشعاع Y الذي يصور لنا حالة الطيران اللولبي عند استدعاء الملف NAE.m.
• الحصول على نتائج حل المعادلات السابقة وتحديد قيم المقادير التي تميز الحركة المتوازنة للطائرة في مسارها اللولبي كقياسات الطيران والتوجيه ومسار الطائرة وذلك على أساس بعض المقادير المفروضة التي تميز الطيران في حركة لولبية و على أساس المعطيات الهندسية والكتلية للطائرة ، وقد أخذنا هذه النتائج لجدولتها كعدد من الحالات A,B,C,.. كما في الجدول (1) و (2).

• استدعاء أوامر الرسم للحصول على النتائج كمخططات بيانية.

2-6 التمثيل الصندوقي:



الشكل (9)

7- نتائج عددية و بيانية :

إن البرنامج المعتمد للحسابات العددية وعلى أساس المعطيات الهندسية والكتلية للطائرة وكذلك على بعض المقادير المفروضة التي تميز الطيران في حركة لولبية [3] تم تحديد قيم المقادير المجهولة المتبقية والتي تميز الحركة اللولبية المتوازنة للطائرة و كذلك قيم الانحرافات لسطوح التوجيه .

وتم أخذ هذه الحسابات من أجل الطائرة Lear Jet 23 من النمط Business Jet والشكل T-Tail وفي حالة السرعة تحت سرعة الصوت .

وتم ذلك بالشروط التالية :

$$V_c = 100 \left[\frac{m}{s} \right] , R_s = 500 [m] , \Phi = 20 [deg] , T_0 = 1000 [N] \text{ - الشد البدائي}$$

وقد تمت الحلول من أجل متغيرات مختلفة لقياسات الطيران كما في الجدول (1).

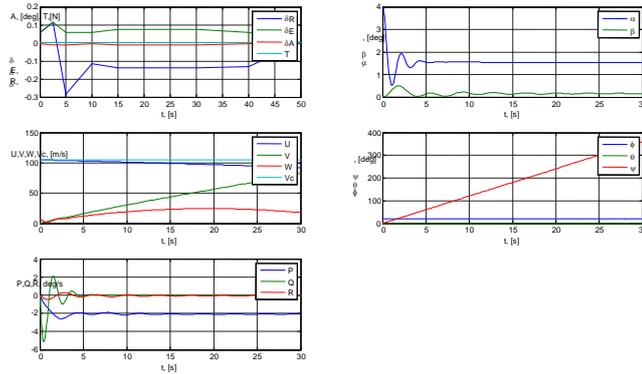
وأخذنا أيضاً ارتفاع الطيران في الجدول (2).

الجدول (1) : تأثير تغيرات القياسات الأساسية للطيران على قيم المقادير المتبقية التي تصور حركة الطائرة في المسار الحلزوني .

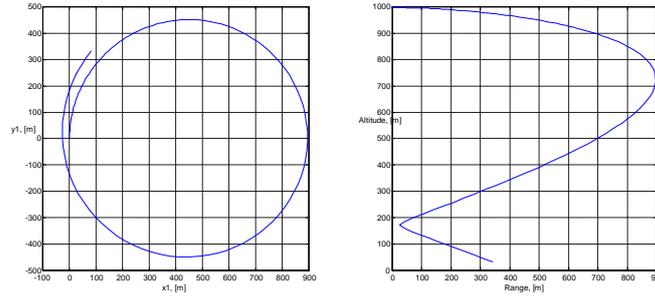
الحالة	الفرق بالنسبة للحالة القياسية		قياسات التوجيه			قياسات الطيران						مسار الطائرة		n_z	
	النسبة المئوية	المقدار	δ_R deg	δ_E deg	δ_A deg	α deg	β deg	θ deg	Ω rd/s	P rd/s	Q rd/s	R rd/s	ϑ_s deg		ΔH m
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
قياسي			22.918	-74.485	-28.648	0.912	-1.387	-1.706	0.210	-0.006	0.071	0.198	0.418	968.693	0.597
A	-20%V _c	80[m/s]	22.918	-74.485	-28.648	0.756	-1.613	-2.550	0.168	-0.007	0.057	0.158	0.200	2038.951	0.354
B	+20%V _c	120[m/s]	22.918	-74.485	-28.648	1.012	-1.241	-1.240	0.252	-0.005	0.085	0.237	0.556	302.453	0.900
C	-10%R _s	450[m]	22.918	-74.485	-28.648	0.233	-1.410	-2.104	0.233	-0.009	0.078	0.220	0.424	968.707	0.599
D	+10%R _s	550[m]	22.918	-74.485	-28.648	0.908	-1.369	-1.409	0.191	-0.005	0.064	0.180	0.414	968.677	0.596
E	+100%R _s	1000[m]	22.918	-74.485	-28.648	0.897	-1.309	-0.418	0.105	-0.001	0.036	0.099	0.404	968.674	0.593
F	+10%φ	22[deg]	22.918	-74.485	-28.648	0.911	-1.395	-1.862	0.210	-0.007	0.078	0.195	0.359	962.662	0.597

الجدول (2): تأثير تغيرات العامل الهيكلي (الكتلة)، شد المحرك وارتفاع الطيران على حالة المسار الحلزوني و قيم قياسات التوجيه.

الحالة	فرق الكمية بالنسبة للحالة القياسية	قياسات التوجيه			قياسات الطيران						مسار الطيران		n_z	
		δ_R deg	δ_E deg	δ_A deg	α deg	β deg	θ deg	Ω rd/s	P rd/s	Q rd/s	R rd/s	ϑ_s deg		ΔH m
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
G	$M = 3800 [Kg]$	22.918	-74.485	-28.648	0.911	-1.388	-1.705	0.210	-0.006	0.071	0.198	0.417	441.546	0.712
H	$M = 4000 [Kg]$	22.918	-74.485	-28.648	0.911	-1.387	-1.705	0.210	-0.006	0.071	0.198	0.417	602.952	0.677
I	$T = 900 [N]$	22.918	-74.485	-28.648	0.912	-1.387	-1.706	0.210	-0.006	0.071	0.198	0.418	968.698	0.597
J	$H = 1200 [m]$	22.918	-74.485	-28.648	0.922	-1.375	-1.678	0.212	-0.006	0.071	0.200	0.431	965.042	0.612

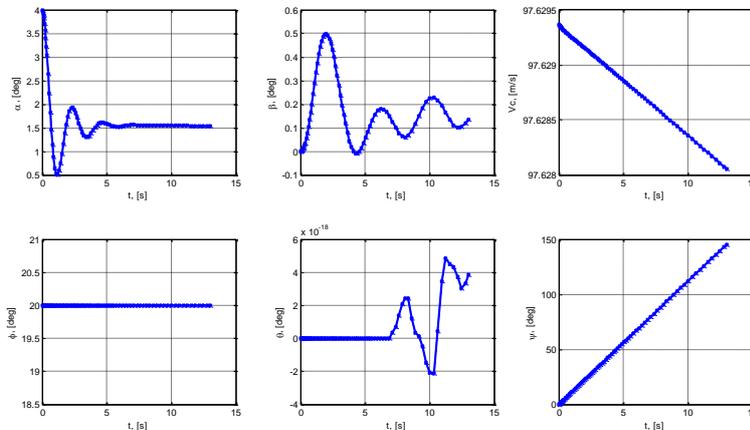


الشكل (10) : تغير قياسات الطيران والتوجيه في مرحلة تنفيذ حركة لولبية.



الشكل (11): مسار الطيران للطائرة من أجل المحاكاة المقدمة للحركة اللولبية.

لقد افترضنا أن الطائرة بعد بلوغها قوة شد معينة بدأت بأكروبات هوائية وهي على ارتفاع $H = 1000 [m]$ من طيران مستقيم متوازن، و بعد تنفيذ لفة لولبية كاملة تبدأ مرحلة الخروج إلى طيران وفق خط مستقيم . في مجالات تغير قياسات الطيران و التوجيه الشكل (10) وكذلك مسار الطيران الشكل (11) تم تحديد نهاية مرحلة الدخول "1" و الطيران وفق خط حلزوني "2"، و قدمنا أيضاً القيم اللحظية للتسارعات \ddot{x} في تلك النقاط (يمكن أن تبقى هذه القيم قواعد أساسية تقام على أساسها التجارب التنفيذية لأشكال الأخرى من الطيران) . كما تم تقديم الحسابات من أجل عدة حالات مختلفة لمرحلة الدخول، حيث إن الاختلاف الموجود يتعلق بالشروط البدائية للطيران وبنموذج التوجيه بالجنحيات و سنعرض إحدى هذه الحالات الشكل (12) . إن النتائج التي حصلنا عليها تكون مطابقة للتجارب في الطيران. والمحاكاة الرقمية للطيران بينت أن التصحيحات لها أثر كبير، كما أن شكل الطيران المنفذ كان متوازناً قبل بدء الأكروبات الهوائية . إن التغيرات الزمنية التي حصلنا عليها لانحرافات سطوح التوجيه هي في الحقيقة جاهزة لأن يؤخذ بها وخاصة عندما يلتزم بمجال معين لتغيرات مقاسات الطيران. لقد ظهر هناك تأثير بسيط من سطوح التوجيه ونتج هذا عن الاختصاصات التي تمت عند تحديد القوى وعزوم القوى الأيروديناميكية .



الشكل (12) : تغيرات قياسات الحركة في مرحلة الدخول من أجل قيم بدائية معطاة $\alpha = 4 [deg]$ و $\theta = 0 [deg]$ و $V_c = 93 [\frac{m}{s}]$

$$\begin{aligned}
 & \text{و من أجل } t_1 = 13 \text{ [s] زمن بداية المرحلة للطيران وفق خط حلزوني نحصل على :} \\
 \dot{U} &= 97.495 \left[\frac{m}{s^2} \right] & \dot{V} &= 1.287 \left[\frac{m}{s^2} \right] & \dot{W} &= 4.684 \left[\frac{m}{s^2} \right] \\
 x_1 &= 35.239 [m] & y_1 &= 0.730 [m] & z_1 &= -997.913 [m] \\
 \dot{P} &= -0.011 \left[\frac{rd}{s^2} \right] & \dot{Q} &= -0.078 \left[\frac{rd}{s^2} \right] & \dot{R} &= -0.004 \left[\frac{rd}{s^2} \right] \\
 \dot{\Phi} &= 0.349 \left[\frac{rd}{s} \right] & \dot{\Theta} &= -0.000 \left[\frac{rd}{s} \right] & \dot{\Psi} &= 0.071 \left[\frac{rd}{s} \right]
 \end{aligned}$$

الاستنتاجات والتوصيات:

إن الطريقة المستخدمة في هذا البحث تسمح لنا باختبار عام وشامل وبفحص تأثير مختلف العوامل على الشكل المتوازن للمسار اللولبي. ويمكن استخلاص النتائج التالية :

❖ يتميز طيران الطائرة وفق خط حلزوني بوجود زوايا كبيرة (الدوران Φ ، و للتأرجح θ و لقص الريح β و لهبوب الريح α) ، حيث إن متوسط زاوية هبوب الريح على الجنيحات أكبر بدرجتين من المعطاة في الجدول ، بينما لم يؤخذ بالاعتبار زاوية انفتاح الجناح بالنسبة لمحور الطائرة .

❖ أظهرت النتائج في الجدول (1) و (2) قيمة كبرى لأنصاف أقطار المسار اللولبي R_s و هذا ما يسبب خطورة في الطيران ، بينما قياسات الطيران و قياسات التوجيه لها قيم أقل (و هذا ما يتعلق أيضاً بالمتغيرات الزاوية).
❖ يعبر عن حمولة الهيكل و الحمولات الزائدة المؤثرة في الطيران بعامل الحمولة n_z ، الذي يبلغ القيمة المتوسطة $n_z = 0.621$ ، إضافة إلى ذلك يتبين لنا أن القيمة الكبيرة لهذا العامل تقابل بقيمة كبيرة لسرعة الطيران في الحركة اللولبية و يظهر ذلك في الحالة B من الجدول (1).

❖ تبين النتائج الحسابية حصولنا على قيم كبيرة لزوايا قص الريح و انحرافات سطوح التوجيه (و هذا ما ينتج من الطريقة المختصرة لتحديد القوى وعزوم القوى الأيروديناميكية). إن هذه الانحرافات ليس لها تأثير كبير في السلوك العام للطائرة و تسمح لنا بالتحليل الصحيح للمسألة .

❖ عند تحليل عناصر الهيكل نلاحظ تأثير تغيرات الكتلة و وزن الطائرة (و هذا ما يخص بالتحديد الطائرات التي تملك حمالات في أسفل الجناح) ، حيث إن مجال هذه التغيرات له تأثير كبير في شكل المسار الحلزوني المتوازن . كما أن للظاهرة الجيروسكوبية تأثير في شكل هذا المسار وهو ما يجعل انحرافات الجنيحات كبيراً ، وهذا ما يظهر في الجدول (2).

❖ تعتبر هذه الطريقة من أهم الطرق المعروفة للتوجيه في الطيران في الحالات الخطرة مثل المسار الحلزوني والأكروبات الهوائية الأخرى و يمكن أن يؤخذ بها في مراحل أخرى من الطيران.

❖ إن تطبيق النموذج الرياضي الذي حصلنا عليه يمكننا بسهولة من إضافة درجات حرية أخرى إلى جانب تحليل أكثر شمولية للظاهرة المدروسة.

❖ إن التحليل النظري للمسألة بشكل عام يؤكد حصولنا على حلول صحيحة ، كما أن الحسابات العددية المستخدمة قدمت لنا ملاحظات عملية يمكن تطبيقها في اختبار حالات أخرى لظواهر فيزيائية أخرى نذكر منها :
❖ إن التحليل الخاص للمسألة واختيار المقادير المناسبة، تمكننا من إجراء تغيرات فيزيائية ، تؤدي إلى تعديل النموذج الرياضي للمسألة.

❖ للحصول على الحلول في حالة الصعوبات، علينا تطبيق طرق أكثر سهولة لحل المعادلات أو نتعامل مع متحول واحد كمقياس، ففي حالة دراستنا السابقة نجد أن زاوية دوران الطائرة Φ يمكن أن تكون مناسبة لذلك.

❖ إن الطريقة المقدمه للحسابات تمكنا من سهولة تحليل الظاهرة. و يمكن أن يكون لها تطبيقات في المرحلة البدائية للاختبارات. و تشهد على ذلك النتائج التي حصلنا عليها والتي تتوافق و تتطابق مع اختبارات الطيران. و توجد هناك إمكانية لتطبيق هذه الطريقة في تحليل حالات توازن أخرى في الطيران وتحديد نقطة التوازن الخاصة بها. و هذا ما يسمح بفحص الاهتزازات الصغيرة حول مواضع التوازن.

❖ إن طريقة المحاكاة العددية المقدمه لطيران الطائرة في حركة موجهة وفق مسار حلزوني، أعطتنا معلومات هامة و قيمة تفيد الباحثين من إعادة اختبار كل حالات الطيران الخطرة التي وقعت تحت شروط سيئة.

❖ إن النتائج العددية التي حصلنا عليها من تطبيق البرنامج، تدل على أن الاختصارات التي أجريناها على النموذج ، لا تؤثر في عمومية المسألة، بل أكسبته سرعة و سهولة في الوصول إلى الحل .

المراجع:

- [1]. AL YOUSEF , Z . S . *Modelowanie I analiza lotu rakiety sterowanej kalsy Ziemia - Powietrze naprowadzanej wiazka* , Praca doktorska PW . Poland 1994,167.
- [2]. A. Ablamowicz, *Akrobacja Lotnicza*, MON Warszawa 1954,426.
- [3]. STANISLAW, Dubiel , *Dynamika lotu* , CZ . I , II Warszawa – Poland 1985,312 .
- [4]. W. Fiszdon, *Meckanika lotu* . Czesc I I II, PWN Ldz – Warszawa 1961,192.
- [5]. R. Gutowski, *Rownania rozniczkowe zwyczajne*, WNT Warszawa 1971,158.
- [6]. *Insttrukcja techniki pilotowania I zastosowanie bojowe samolotu TS-11,, Iskra''*, MON Poznan 1973,107 .
- [7]. I. Legras: *Praktyczne metody analizy numerycznej* , WNT Warszawa 1974,506.
- [8]. J. Maryniak, *Dynamiczna teoria obiektow ruchomych*, Prace naukowe Politechniki Warszawskiej Mechanika Nr32 WPW Warszawa 1976,576.
- [9]. The help of Matlab R2008a.
- [10]. محمود، ظافر. *احترف MATLAB 7*، الطبعة الأولى، شعاع للنشر و العلوم، سوريا، حلب، 2007، 916.
- مراجع مأخوذة من الموقع الالكتروني www.nasa.gov :
- [11]. Soderman, P. T., and Aiken, T. N., *Full-Scale Wind-Tunnel Tests of a Small Unpowered Jet Aircraft with a T-Tail*, NASA TN D-6573, Washington, DC, Nov. 1971,92.
- [12]. Eugene, L. Duke,Brian,P.Patterson,and Robert,F.Antoniewicz, *User's Manual for LINEAR,a FORTRAN Program to Derive Linear Aircraft Models*,Nasa TP-2768,Washington,DC,December.1987,105.
- [13]. Ying Huo ,*Model of F-16 Fighter Aircraft - Equation of Motions*,University of Southern California,Los Angeles, CA 90007,.
- [14]. Eugene A. Morelli, *Real-Time Aerodynamic Parameter Estimation without Air Flow Angle Measurements*, NASA Langley Research Center, Hampton, Virginia, 23681,19.
- [15]. Lars Snneveldt, *Nonlinear F16 Model Description, Control and Simulation Division Faculty of Technology*, The Netherlands,Version 0.3 June,2006,19.
- [16]. Mark S. Smith and Timothy R. Moes, Eugene A. Morelli, *Real-Time Stability and Control Derivative Extraction From F-15 Flight Data*, NASA Dryden Flight Research Center, Edwards, California. NASA Langley Research Center,Hampton, Virginia, NASA/TM-2003-212027, September 2003,32.
- [17]. Eugene A. Morelli, Mark S. Smith, *Real-Time Dynamic Modeling – Data Information Requirements and Flight Test Results*, NASA Langley Research Center,

- Hampton, Virginia, 23681.NASA Dryden Flight Research Center, Edwards, California, 93523,22.
- [18]. Lee Soo Guan, Gibson, *Fault Detection And Forecast in Dynamical Systems*, A thesis submitted for the dergree of master of engineering department of electrical & computer engineering national university of singapore, 2009,116.
- [19]. Eugene A. Morelli,*Global Nonlinear Parametric ModelingWith Application To F-16 Aerodynamics*, Dynamics and Control Branch, NASA Langley Research Center,Hampton, Virginia,6.
- [20]. M. Zamurad Shah, M. Anwar Mughal,*An Economical And Accurate Modeling Of Aircraft Aerodynamics*,National Engineering and Scientific Commission, Islamabad, Pakistan,5.
- [21]. Flight Dynamics Summary,51.
- [22]. Eugene M. Cliff, *Geopotential Height*,3.
- [23]. MJ Mahoney, *A Discussion of Various Measures of Altitude*,Created: Oct 22, 2001,Last Revision: Nov 17, 2008.
- [24]. *U.S.Standard Atmosphere 1976*, Washington, D.C.October. 1976,227.
- [25]. Robert F. Stengel, Flight Dynamics, September 1, 2006.