مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية – سلسلة العلوم الأساسية المجلد (32) العدد (2) 2010
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (32) No. (2) 2010

مسألة البائع المتجول وخوارزمية معدلة لحلها

الدكتور هارون علي*

(تاريخ الإيداع 3 / 1 / 2010. قُبِل للنشر في 7 / 7 /2010)

□ ملخّص □

تبحث هذه المقالة في تعديل خوارزمية أقرب جار، لإيجاد الحلول المثلى لمسألة البائع المتجول . إذْ وجدنا أن خوارزمية أقرب جار لا تعطي أفضل الحلول، وذلك بسبب مبدأ اختيار قاعدة البدء بالرحلة . إن تكلفة كل حل تتعلق بطريقة اختيار منطقة قاعدة الانطلاق. اعتمدنا في هذه الخوارزمية المعدلة على إيجاد حل موافق لكل منطقة انطلاق الرحلة وإيجاد التكلفة المقابلة، ثم اختيار الحل الأمثل من بين الحلول التي حصلنا عليها .

الكلمات المفتاحية: خوارزمية أقرب جار – البائع المتجول – الحل الأمثل .

* مدرس – قسم العلوم الأساسية – كلية الهندسة المعلوماتية – جامعة تشرين – اللاذقية – سورية.

Traveling Salesman Problem and Improved Algorithm for its Solution

Dr. Haroun Ali *

(Received 3 / 1 / 2010. Accepted 7 / 7 /2010)

□ ABSTRACT □

This paper searching for improvement nearest neighbor algorithm, to find the optimum solutions for traveling salesman problem, since we found that the nearest neighbor algorithm did not give the best solution, because of the base choice principle to start the trip. The cost of each solution depends on the choice of the base area trip starting. In this improvement Algorithm, we depend on finding matching solution to each area of the trip areas and finding the related cost, then choosing the optimum solution from the solutions we obtained.

key words: Algorithm nearest neighbor, Traveling salesman problem, optimum solution

***Assistant Professor, Department of Basic Sciences, Faculty of Information Engineering, Tishreen University, Lattakia, Syria .**

مقدمة:

تعرف مسألة البائع المتجول (Traveling Salesman Problem) ، أو مسألة البحار المسافر، أو مسألة السياحة الدائرية، بأن شخصاً (أو مجموعة سياحية) يريد زيارة n منطقة (Area) (مرفأ) سياحية، منطلقاً من منطقة محددة (القاعدة Base)، وسيزور الـ (n-1) المنطقة الأخرى، دون أن يمر في أي واحدة منها أكثر من مرة باستثناء القاعدة التي انطلق منها، إذْ إنه سيعود إليها في نهاية رحلته . إن الغاية من دراسة هذه المسألة هي إيجاد التكلفة الدنيا (Minimal Cost)، أو المسافة الصغرى (Minimal Distance) ، أو أقل زمن للرحلة (Minimal Time).

لقد درست هذه المسألة من قبل عدد من الباحثين، ووضعت عدة خوارزميات لحلها، من أهمها خوارزمية أقرب جار (The Nearest Neighbor Algorithm) ، المنشورة في المراجع: [1] ,[2] [3] ، وبنتيجة التطبيقات العملية، فقد طرأت بعض التعديلات على هذه الخوارزمية وردت في المرجعين [4] و[5] . كما عولجت هذه المسألة على أنها مسألة تعيين ، وطبقت عليها الطريقة الهنغارية لحلها [2].

إن مسألة البائع المتجول هي من صنف المسائل ذات درجة التعقيد NP (NP complete) ، وهذا الصنف من المسائل، لا توجد طرائق عامة لحلها، وإنما تدرس كل مسألة أو عدة مسائل متشابهة، على نحوٍ منفرد، وتوضع خوارزميات خاصة لإيجاد حلولها .هناك نظرية تقول: إنه إذا وجدت طريقة عامة (حل عام) لإحدى المسائل ذات درجة التعقيد NP , عندئذ ستوجد طرائق عامة لحل جميع هذه المسائل .

أهمية البحث وأهدافه:

تأتي أهمية هذا البحث من حيث أنه تطوير لخوارزمية معروفة جيداً هي خوارزمية أقرب جار. ومن خلال حل العديد من المسائل توصلنا في هذا البحث إلى خوارزمية جديدة معدلة عن خوارزمية أقرب جار، حصلنا بواسطتها على حلول أفضل لمسألة البائع المتجول، من الحلول التي تعطيها خوارزمية أقرب جار، وذلك من حيث التكلفة الدنيا، وحجم العمل، وزمن الحل .

طرائق البحث ومواده:

لقد اتبعنا في هذا البحث الطريقة التجريبية، وذلك من خلال حل العديد من الأمثلة على مسألة البائع المتجول بخوارزمية أقرب جار، ووجدنا أننا يمكن أن نحصل على حلول أفضل بواسطة خوارزميتنا المعدلة هذه، والتي ما هي إلا تطوير لخوارزمية أقرب جار الشهيرة والمعروفة جيداً في هذا المجال .

النتائج والمناقشة:

لنفرض أن مسافراً يريد زيارة n منطقةً سياحية، انطلاقاً من إحداها، على أن يمر في كل منها مرةً واحدةً باستثناء القاعدة التي انطلق منها، حيث سيعود إليها في نهاية رحلته. لنفرض أن c_{ij} هي تكلفة الانتقال من المنطقة i إلى المنطقة j ، وليس بالضرورة أن تساوي هذه التكلفة تكلفة الانتقال المعاكس من المنطقة j إلى المنطقة i . في الحالة العامة $c_{ij} \neq c_{ji}$. يمكن أن يدل الرمز c_{ij} على الزمن أو المسافة .كما أننا نفترض أن تكلفة الانتقال في المنطقة الواحدة معدومة، أي نضع $C_{ii} = 0$. تعطى مصفوفة تكاليف الانتقال بين مختلف المناطق كما هو موضح

بالجدول رقم (1)، ويطلب وضع خطة لهذه الرحلة على نحوٍ ينطلق المسافر من منطقة محددة ليزور جميع المناطق، ثم يعود أخيراً إلى منطقة انطلاقه بأقل تكلفة ممكنة .

يمكن معالجة هذه المسألة على أنها مسألة تعيين، إذْ يمكن أن نعدَّ المناطق التي ينطلق منها والمناطق التي يزورها مثل أعمال وعمال، ونريد تكليف كل عامل بانجاز عمل واحد فقط.

الجدول رقم (1) مصفوفة تكاليف الرحلة

المنطقة	1	2	3	..	j	…	n
1	0	C_{12}	C_{13}	..	C_{1j}	…	C_{1n}
2	C_{21}	0	C_{23}	..	C_{2j}	…	C_{2n}
…	…	…	…	…	…	…	…
i	C_{i31}	C_{i2}	C_{i3}	..	C_{ij}	…	C_{3n}
….	….	….	….	….		….	….
n	C_{n1}	C_{n2}	C_{n3}	..	c_{nj}	…	0

توجد عدة خوارزميات لحل مسألة البائع المتجول ،تعطي جميعها حلولاً قريبة من الحل الأمثل. من أهم هذه الخوارزميات خوارزمية أقرب جار. غير أن بعض هذه الخوارزميات تعطي في بعض الحالات الخاصة حلولاً بعيدة عن الحل الأمثل .

لقد تم تصميم خوارزمية أقرب جار على مبدأ اختيار النقلة ذات التكلفة الأقل المتبقية على التسلسل. ونقبل النقلة إذا كانت لا تعيدنا إلى منطقة مررنا بها سابقاُ باستثناء منطقة القاعدة. ولكن المأخذ على خوارزمية أقرب جار هو مبدأ اختيار قاعدة انطلاق الرحلة التي قد لا يكون البائع المتجول موجوداً فيها، وإنه سيتكلف تكاليف أخرى للوصول إلى هذه البداية، وهذا ما يزيد من كلفة الرحلة.

في هذه الخوارزمية المعدلة نقترح أن تبدأ الرحلة من المكان الذي يوجد فيه البائع المتجول، وليس من منطقة اختيارية، تكون كلفة الانتقال منها إلى منطقة مجاورة أقل ما يمكن . لنعط مثالاً على ذلك، إن السائح القادم إلى سوريا جواً، ويحط في مطار دمشق الدولي، سيبدأ رحلته من المطار . فإذا كانت تكلفة الانتقال بين حمص وطرطوس أقل منها بين كافة مناطق القطر، فإن خوارزمية أقرب جار تفترض بداية الرحلة من حمص أو من طرطوس وهذا ليس منطقياً، إذْ إنّ المسافر سيبدأ رحلته من المطار حتماً. وعلى ذلك صممنا الخوارزمية المعدلة الآتية:

فكرة الخوارزمية المعدلة:

إن المنطقة التي يكون فيها المسافر هي القاعدة التي سينطلق منها لزيارة بقية المناطق ، ولا يزور منطقةً محددةًً مرتين سوى القاعدة التي انطلق منها، والتي يختم فيها رحلته بين جميع المناطق . معتمداً على أقل تكلفة بين منطقة الانطلاق والمناطق الأخرى .

خطوات الخوارزمية:

لنفرض أن المسافر يتواجد في المنطقة k ، ومنها سينطلق إلى باقي المناطق. إذا كان الانتقال بين المنطقة k والمناطق الأخرى ممكناً، فإننا نختار النقلة بحسب أقل تكلفة. ومن هنا تبدأ خطوات الخوارزمية على النحو الآتي:

1- نأخذ أصغر عنصر (تكلفة) في السطر k ونضعه بين قوسين، وليكن هذا العنصر C_{kl} أي:

$$C_{kl} = \underset{1\le j\le n}{Min}\{C_{kj}\}$$

عندئذ نقبل النقلة (k , L) بتكلفة C_{kL}.

2 – نشطب على السطر K والعمود L بخطين متعامدين في الخلية (K,L) ، كما نشطب على العنصر النظير (C_{KL}) كي لا نعود إلى الموقع K مجدداً .

3– المسافر الآن في المنطقة L ، لذلك نأخذ أصغر عنصر في سطره وليكن C_{LP} أي :

$$C_{LP} = MIN\{C_{IJ}\} \quad , 1\le J\le N \quad \& J \neq k$$

إذا كانت النقلة (L,P) مقبولة، أي لا تعيد المسافر إلى منطقة كان قد مر بها سابقاً. نضع العنصر (C_{LP}) بين قوسين، ونشطب على السطر L والعمود P بمستقيمين متعامدين في الخلية (L,P) .

4– إذا كانت النقلة (L,P) غير مقبولة ، نلغيها ونعود إلى الخطوة 3 .

نكرر الخطوات : 2 ،3 ،4 حتى تكتمل الرحلة ، ويكون المسافر في هذه الحالة قد زار جميع المناطق ، دون أن يمر في أي منها مرتين باستثناء القاعدة التي انطلق منها .

5– إن تكلفة الرحلة هي مجموع تكاليف النقلات بين المناطق التي مرَ بها المسافر :

$$L_k = \sum_{i,j=1}^{n} C_{ij} \quad , K = 1, 2, \ldots\ldots\ldots N$$

6– إن الحل الأمثل لهذه المسالة هو التكلفة الدنيا للرحلة ، ونحصل عليها بأخذ أصغر قيمة من القيم التي حصلنا عليها في كل حل من الحلول السابقة ، أي :

$$L^* = MIN\{L_K\} \;;\quad K = 1,2,\ldots..N$$

7– نشكل بيانياً لخط الرحلة وذلك بأن نصل بأسهم بين المواقع التي اخترناها ، ونضع فوق كل سهم تكلفة الانتقال C_{IJ} بين بداية كل سهم ونهايته، وذلك لتوضيح مسار الرحلة .

ملاحظة 1: إن تكلفة الحل تتعلق بقاعدة الانطلاق، وهي تختلف من حل إلى آخر، وذلك بحسب قاعدة الانطلاق. ولكن لا نستطيع الحصول على حل أفضل بواسطة الخوارزميات الأخرى إذا كان الانطلاق من القاعدة ذاتها.

ملاحظة 2 : إن كل حل للمسألة بواسطة هذه الخوارزمية يتم في جدول واحد . في حين نحتاج إلى (N-1) جدولاً لإيجاد حل واحد بخوارزمية أقرب جار، وهذا توفير كبير في الوقت والجهد.

مثال 1:

لدينا رحلة مؤلفة من خمس مناطق ، ذات مصفوفة تكاليف متناظرة :

الجد ول رقم (2) - مصفوفة تكاليف الرحلة

المناطق	1	2	3	4	5

1	0	35	80	105	165
2	35	0	45	20	80
3	80	45	0	30	75
4	105	20	30	0	60
5	165	80	75	60	0

المطلوب : وضع خطة القيام بهذه الرحلة بأقل تكلفة .

الحل : بدايةً لا نعلم في أي منطقة يتواجد المسافر. لذلك توجد لدينا خمسة احتمالات :

أولاً- المسافر موجود في المنطقة الأولى ، ومنها سيبدأ رحلته :

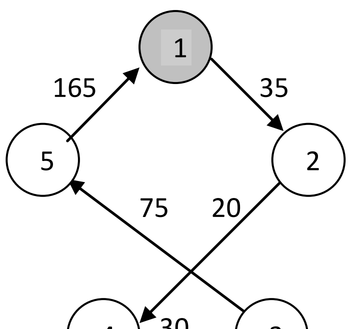
إن أصغر عنصر في السطر الأول هو العدد $C_{12} = 35$ نضع العدد(35) ضمن قوسين ، ونقبل النقلة من المنطقة الأولى إلى الثانية . لذلك نشطب على السطر الأول والعمود الثاني بمستقيمين متعامدين في الخلية (1،2) ،كما نشطب على العنصر النظير $C_{21}=35$ ، كي لا نعود ثانية إلى المنطقة الأولى قبل إتمام الرحلة نهائياً . المسافر الآن في المنطقة الثانية ، وإن أصغر عنصر في السطر الثاني هو $C_{24} = 20$ نضعه ضمن قوسين، ونقبل النقلة (2,4) ، ونشطب على السطر الثاني والعمود الرابع بمستقيمين متعامدين في الخلية (2,4) .

المسافر الآن في المنطقة الرابعة ، إن أصغر عنصر غير مشطوب في السطر الرابع هو $C_{43}=30$ ، نقبل النقلة (4,3) ، ونضع العدد (30) ضمن قوسين، ونشطب على السطر الرابع والعمود الثالث بمستقيمين متعامدين في الخلية (4,3) . المسافر الآن في المنطقة الثالثة . أصغر عنصر غير مشطوب في السطر الثالث هو $C_{35}=75$ ، نقبل النقلة (3,5)، ونضع العدد 75 ضمن قوسين ، ونشطب على السطر الثالث والعمود الخامس . أخيراً وصل المسافر إلى المنطقة الخامسة (الأخيرة) في رحلته ، ومنها سيعود إلى القاعدة التي انطلق منها ، وهي المنطقة الأولى . إن العنصر الوحيد غير المشطوب في المصفوفة هو $C_{51}=165$. نقبل النقلة (5,1)، وبذلك تنتهي الرحلة ذات المسار :

$$1 \xrightarrow{35} 2 \xrightarrow{20} 4 \xrightarrow{30} 3 \xrightarrow{75} 5 \xrightarrow{165} 1$$

وكلفتها هي : $L_1 = 35 + 20 + 30 + 75 + 165 = 325$

الجدول رقم (3) تنفيذ الخوارزمية بدأ من المنطقة الأولى



المناطق	1	2	3	4	5
1	0	(35)	80	105	165
2	35	0	45	(20)	80
3	80	45	0	30	(75)
4	105	20	(30)	0	60
5	(165)	80	75	60	0

الشكل رقم (1) المسار الأول

ثانياً – المسافر موجود في المنطقة الثانية:

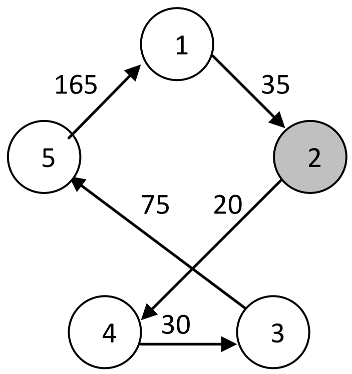
باتباع خطوات الخوارزمية المعدلة ، وكما وجدنا في الحالة السابقة ،ودون الدخول في التفاصيل، نستطيع تحديد مسار الر حلة انطلاقاً من المنطقة الثانية ، على النحو الآتي:

$$2 \xrightarrow{20} 4 \xrightarrow{30} 3 \xrightarrow{75} 5 \xrightarrow{165} 1 \xrightarrow{35} 2$$

وتكلفة الحل: $L_2 = 20 + 30 + 75 + 165 + 35 = 325$ إن هذا الحل ينطبق على الحل السابق ، وبالتالي له المسار ذاته .

الجدول رقم (4) تنفيذ الخوارزمية بدأً من المنطقة الثانية

المناطق	1	2	3	4	5
1	0	(35)	80	105	165
2	35	0	45	(20)	80
3	80	45	0	30	(75)
4	105	20	(30)	0	60
5	(165)	80	75	60	0



الشكل رقم(2) المسار الثاني

ثالثاً – إذا كان المسافر في المنطقة الثالثة ، وانطلق منها ،فإننا سنحصل على الحل ذاته في أولاً وثانياً ، والتكلفة نفسها $L=325$.

رابعاً – المسافر موجود في المنطقة الرابعة:

اعتماداً على خطوات الخوارزمية ، نستطيع تحديد مسار الرحلة كما يلي :

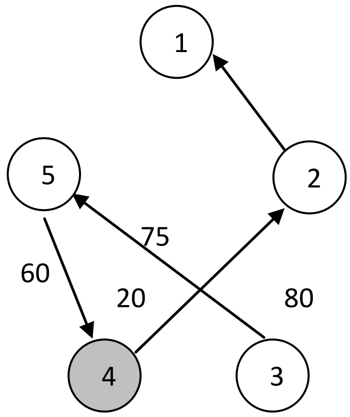
$$4 \xrightarrow{20} 2 \xrightarrow{35} 1 \xrightarrow{80} 3 \xrightarrow{75} 5 \xrightarrow{60} 4$$

بتكلفة تساوي : $L_4 = 20 + 35 + 80 + 75 + 60 = 270$

يمكن توضيح هذا الحل على مصفوفة التكاليف (الجدول رقم 5) ومسارها كما في الشكل رقم (3) :

الجدول رقم (5) تنفيذ الخوارزمية بدأ من المنطقة الرابعة

المنطقة	1	2	3	4	5
1	0	35	(80)	105	165
2	(35)	0	45	20	80
3	80	45	0	30	(75)
4	105	(20)	30	0	60
5	165	80	75	(60)	0



الشكل رقم (3) المسار الرابع

خامساً – المسافر موجود في المنطقة الخامسة :

سنحصل على الحل السابق نفسه حيث أن مساره :

$$5 \xrightarrow{60} 4 \xrightarrow{20} 2 \xrightarrow{35} 1 \xrightarrow{80} 3 \xrightarrow{75} 5$$

وكلفته :

$$L_5 = 60 + 20 + 35 + 80 + 75 = 270$$

تحتوي المراجع ذات الأرقام : [1] , [2] , [3] حلاً وحيداً لهذه المسألة بخوارزمية أقرب جار وبتكلفة L = 325 وهو الحل ذاته الذي حصلنا عليه في الحالات الثلاث الأولى . نلاحظ أن الحل الأخير الذي حصلنا عليه انطلاقاً من المنطقتين الرابعة والخامسة بخوارزميتنا المعدلة أفضل من الحل بخوارزمية أقرب جار وبفارق كبير في التكلفة

$$\Delta L = 325 - 270 = 55$$

مثال 2 :

نعرض في هذا المثال رحلة ذات مصفوفة تكاليف غير متناظرة ، مؤلفة من خمس مناطق .

المطلوب : تحديد المسار الأفضل ذي التكلفة الأقل .

الجدول رقم (6) مصفوفة تكاليف الرحلة

المنطقة	1	2	3	4	5
1	0	7	4	3	6
2	4	0	6	5	8
3	3	4	0	2	3
4	3	5	3	0	4
5	6	7	5	3	0

الحل: سندرس حلول هذه المسألة انطلاقا من كل منطقة على حدة ، وبعد ذلك نوجد كل المسارات ،ومن ثم نترك للمسافر حرية اختيار المسار المناسب .

أولاً – قاعدة الانطلاق المنطقة الأولى: إن صغر عنصر في السطر الأول هو: $c_{14}=3$ ، لذلك فإن المسافر سينتقل من المنطقة الأولى إلى المنطقة الرابعة. حسب خوارزميتنا المعدلة، نضع العنصر (3) بين قوسين، ونشطب على عناصر السطر الأول، والعمود الرابع بخطين متعامدين في الخلية (1،4) ، كما نشطب على العنصر النظير $c_{41}=3$ ، كي لا نعود ثانيةً إلى المنطقة (1) . إن أصغر عنصر في السطر الرابع هو $c_{43}=3$، نضع العنصر(3) بين قوسين، ونشطب على عناصر السطر الرابع والعمود الثالث بمستقيمين متعامدين في الخلية (3 و4). إن أصغر عنصر في السطر الثالث هو $c_{35}=3$. نضع العدد (3) بين قوسين ، ونشطب على عناصر السطر الثالث والعمود الخامس بمستقيمين متعامدين في الخلية (5،3) ، إن أصغر عنصر في السطر الخامس غير مشطوب هو $c_{52}=7$ ، نضع العدد (7) بين قوسين ،ونشطب على عناصر السطر الخامس والعمود الثاني بخطين متعامدين في الخلية (2 ، 5) . أخيراً نجد أن العنصر الوحيد غير المشطوب في الجدول هو $c_{21}=4$ ، وهو يعيدنا إلى قاعدة الانطلاق، بذلك نختتم الرحلة ، حيث يكون مسارها على النحو الآتي:

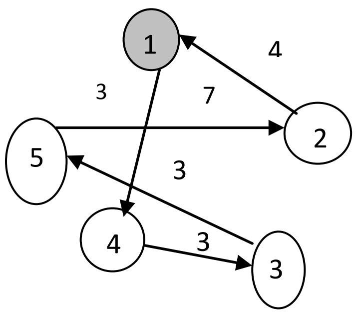
$$1 \xrightarrow{3} 4 \xrightarrow{3} 3 \xrightarrow{3} 5 \xrightarrow{7} 2 \xrightarrow{4} 1$$

تكلفة هذا الحل هي : $L_1 = 3 + 3 + 3 + 7 + 4 = 20$

نوضح هذا الحل على الجدول رقم (7) التالي :

الجدول رقم (7) الحل الأول

المنطقة	1	2	3	4	5
1	0	7	4	(3)	6
2	(4)	0	6	5	8
3	3	4	0	2	(3)
4	3	5	(3)	0	4
5	6	(7)	5	3	0



الشكل رقم(4) المسار الأول

ثانياً – قاعدة الانطلاق المنطقة الثانية:

دون أن نكرر شرح خطوات الخوارزمية، سنعرض مباشرةً الحل الثاني كما هو مبين في الجدول رقم (8) ذي المسار :

$$2 \xrightarrow{4} 1 \xrightarrow{3} 4 \xrightarrow{3} 3 \xrightarrow{3} 5 \xrightarrow{7} 2$$

بتكلفة تساوي : $L_2 = 4 + 3 + 3 + 3 + 7 = 20$

الجدول رقم (8) الحل الثاني

المنطقة	1	2	3	4	5
1	0	7	4	(3)	6
2	(4)	0	6	5	8
3	3	4	0	2	(3)
4	3	5	(3)	0	4
5	6	(7)	5	3	0

إن المخطط الشبكي رقم (4) يوضح هذا المسار كما في أولاً .

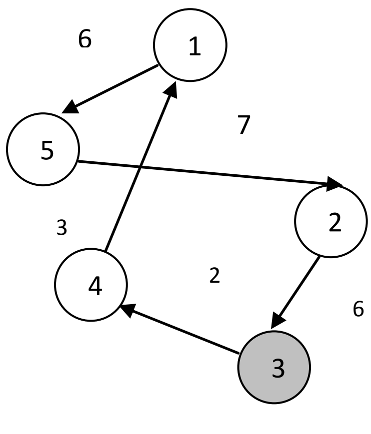
ثالثاً – قاعدة الانطلاق هي المنطقة (3) :

إ ن مسار هذه الرحلة هو:

$$3 \xrightarrow{2} 4 \xrightarrow{3} 1 \xrightarrow{6} 5 \xrightarrow{7} 2 \xrightarrow{6} 3$$

وتكلفة هذا الحل هي : $L_3 = 2 + 3 + 6 + 7 + 6 = 24$

هذه التكلفة أكبر من سابقتيها . يمكن توضيح مسار هذه الرحلة على الشكل رقم (4) :



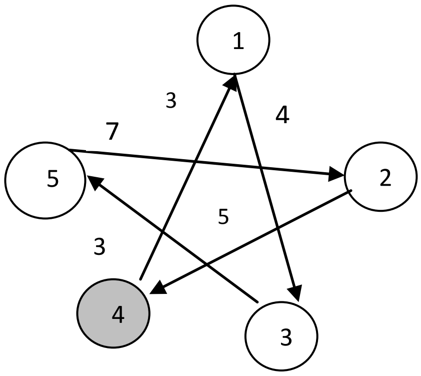
الشكل رقم (5) المسار الثالث

رابعاً – قاعدة الانطلاق هي المنطقة (4) :

إن مسار هذه الرحلة هو : $4 \xrightarrow{3} 1 \xrightarrow{4} 3 \xrightarrow{3} 5 \xrightarrow{7} 2 \xrightarrow{5} 4$

وتكلفته هي : $L_4 = 3 + 4 + 3 + 7 + 5 = 22$

وهي ذاتها تكلفة الحل السابق ، ومسارها موضّح في الشكل (5):

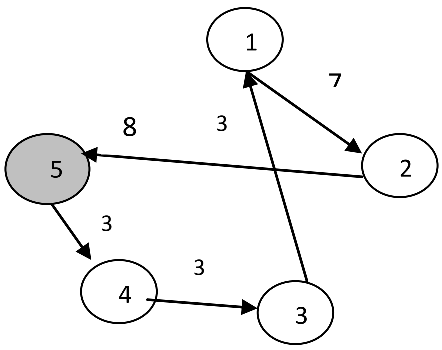


الشكل رقم (5) المسار الرابع

خامساً – القاعدة هي المنطقة (5) :

مسار الرحلة هو: $5 \xrightarrow{3} 4 \xrightarrow{3} 3 \xrightarrow{3} 1 \xrightarrow{7} 2 \xrightarrow{5} 5$

كما هو موضح في الشكل رقم (6) وتكلفتها هي : $L_5 = 3 + 3 + 3 + 7 + 8 = 24$



الشكل رقم (6)

نلاحظ أن الحلول الثلاثة الأخيرة ذات تكلفة أعلى من الحلين في أولاً و ثانياً ، ولذلك سيبدأ المسافر رحلته من مكان تواجده ، ولقد بينا تكلفة كل مسار وله الخيار .

إن حل هذه المسألة بخوارزمية أقرب جار ، يتم في خمسة جداول ومسار هذا الحل هو :

$$3 \xrightarrow{2} 4 \xrightarrow{3} 1 \xrightarrow{6} 5 \xrightarrow{7} 2 \xrightarrow{6} 3$$

وتكلفته هي: $L_3 = 2 + 3 + 6 + 7 + 6 = 24$

وهو الحل الذي حصلنا عليه في الحالة الثالثة . وقد حصلنا على حلول أفضل منه في أولاً وثانياً و رابعاً .

ملاحظة 1 :

إن هذا الحل بخوارزمية أقرب جار هو أحد الحلول التي حصلنا عليها بخوارزميتنا المعدلة، ولكنه ليس الحل الأمثل ، إذ وجدنا ثلاثة حلول أفضل منه .

ملاحظة 2 :

حصلنا على حل هذه المسألة بخوارزمية أقرب جار بأربعة جداول، في حين حصلنا على هذا الحل نفسه بجدول واحد فقط بخوارزميتنا المعدلة .

من هنا، ومن خلال حل العديد من هذه المسائل، وجدنا فروقاً كبيرة بين خوارزميتنا وخوارزمية أقرب جار.

الصيغة الحاسوبية للخوارزمية المقترحة:

```
LeastCostCircuit(c, start)
begin
//c is the cost matrix, start is the starting city
k:= start;
visitedNodes := 0;
while (visitedNodes < n)
begin
   //Search for the least cost element
min:=c[k,1];
minCol := 1;
for i:= 1 to n do
begin
  if(min > c[k,i]) then
  begin
           min := c[k,i];
           minCol := i;
  end;
end;
//Choose the element
mark c[k, minCol] as Chosen;
//Delete all other possible moves
for j:= 1 to n do
begin
  if(j <> k)hd hg,rj  then
           mark c[j,minCol] as Deleted;
  if(j <> minCol] then
           mark c[k, j] as Deleted;
end;
//Go to the next city
k:=minCol;
visitedNodes := visitedNodes+1;
end;
end;
```

دراسة تعقيد الخوارزمية المقترحة:

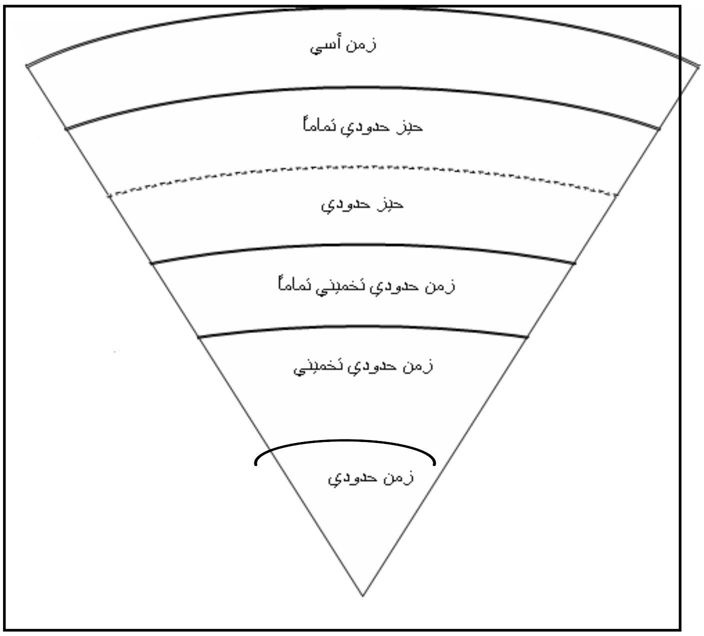
تدرس نظرية التعقيد كلاً من التعقيد الزماني والتعقيد المكاني للخوارزميات (أي زمن تنفيذ الخوارزمية ، وحجم الذاكرة الذي تحتاجه كل خوارزمية استناداً إلى حجم معطيات الإدخال [4] .

يتحدد تعقيد خوارزمية ما بالطاقة الحسابية اللازمة لتنفيذها . ويقاس التعقيد الحسابي لأية خوارزمية بمتغيرين هما: T التعقيد الزماني Tim complexity. و S التعقيد المكاني (الحيزي) Space complexity

1- التعقيد الزماني T: هو التابع f ، على أن يكون التابع f(n) ، هو أكبر عدد من خطوات الخوارزمية لحل مسألة ذات n بعداً ، ويحسب من أجل أسوأ حالة دائماً .

2- التعقيد المكاني S: هو الحيّز المكاني الذي تحتاجه معطيات المسألة المراد حلها ، يتعلق بحجم ذاكرة الحاسوب وهو تابع لـ n (حجم مدخلات الخوارزمية) ، ولكن لم يعد لهذا النوع من التعقيد أهميةً كبيرةً بسبب التقدم التقني في مجال تصنيع حواسيب ذات قدرات تخزينية عالية جداً .

لقد صنفت مسألة البائع المتجول على أنها من المسائل ذات تعقيد زمني من مرتبة كثير حدود تخميني تماماً [9] . وهذا يعني أن دراسة تعقيد هذا النوع من المسائل تحتاج إلى آلة تورينغ التخمينية Nondeterministc Turing Machin ، وهي تقوم بتخمين حل للمسألة ، وذلك بتجريب كل التخمينات بالتوازي، ثم تختبر التخمين في زمن حدودي [5]. الشكل رقم (7) يوضح الفواصل بين أزمنة وأمكنة تعقيد الخوارزمية :



الشكل رقم(7) – أزمنة وأمكنة التعقيد

سندرس الآن تعقيد هذه الخوارزمية في أسوأ حالة. بإجراء تحليل بسيط، يمكننا ملاحظة أن أسوأ حالة هي عندما تكون أسطر التكاليف مرتبة تنازلياً. بمعنى أننا نعثر على العنصر ذي التكلفة الأقل بالبحث ضمن n عنصراً من أجل الانتقال الأول، و n-1 عنصراً من أجل الانتقال الثاني وهكذا..

لدراسة تعقيد هذه المسألة، ننظم الجدول الآتي:

الجدول رقم(9) تعقيد الخوارزمية من أجل أسوأ حالة

التكلفة	عدد مرات التنفيذ	الخوارزمية
		LeastCostCircuit(c, start)
		begin
C_1	1	k:= start;
C_2	1	visitedNodes := 0;
C_3	n	while (visitedNodes < n)
		begin
C_4	n-1	min:=c[k,1];
C_5	n-1	minCol := 1;
C_6	$\sum_{j=2}^{n} t_j$	for i:= 1 to n do
		begin
C_7	$\sum_{j=2}^{n} t_j - 1$	if(min > c[k,i]) then
		Begin
C_8	$\sum_{j=2}^{n} t_j - 1$	min := c[k,i];
C_9	$\sum_{j=2}^{n} t_j - 1$	minCol := i;
		end;
		end;
C_{10}	n-2	mark c[k, minCol] as *Chosen*;
C_{11}	$\sum_{j=2}^{n} t_j$	for j:= 1 to n do
		begin
C_{12}	$\sum_{j=2}^{n} t_j - 1$	if(j <> k) then

mark c[j,minCol] as *Deleted*;	$\sum_{j=2}^{n} t_j - 1$	C_{13}
if(j <> minCol] then	$\sum_{j=2}^{n} t_j - 1$	C_{14}
mark c[k, j] as *Deleted*;	$\sum_{j=2}^{n} t_j - 1$	C_{15}
end;		
k:=minCol;	n-1	C_{16}
mark c[k, minCol] as *Chosen*;	n-1	C_{17}
end;		
end;		

حساب تابع التكلفة النهائية:

$$f(n) = C_1 + C_2 + C_3 * n + C_4 * (n-1) + C_5 * (n-1) + C_6 * \sum_{j=2}^{n} t_j + C_7 * \sum_{j=2}^{n}(t_j - 1) + C_8 * \sum_{j=2}^{n}(t_j - 1) + C_9 * \sum_{j=2}^{n}(t_j - 1) + C_{10} * (n-2) + C_{11} * \sum_{j=2}^{n} t_j + C_{12} * \sum_{j=2}^{n}(t_j - 1) + C_{13} * \sum_{j=2}^{n}(t_j - 1) + C_{14} * \sum_{j=2}^{n}(t_j - 1) + C_{15} * \sum_{j=2}^{n}(t_j - 1) + C_{16} * (n-1) + C_{17} * (n-1)$$

من خلال تجميع الأقواس وفك علاقة المجموع:

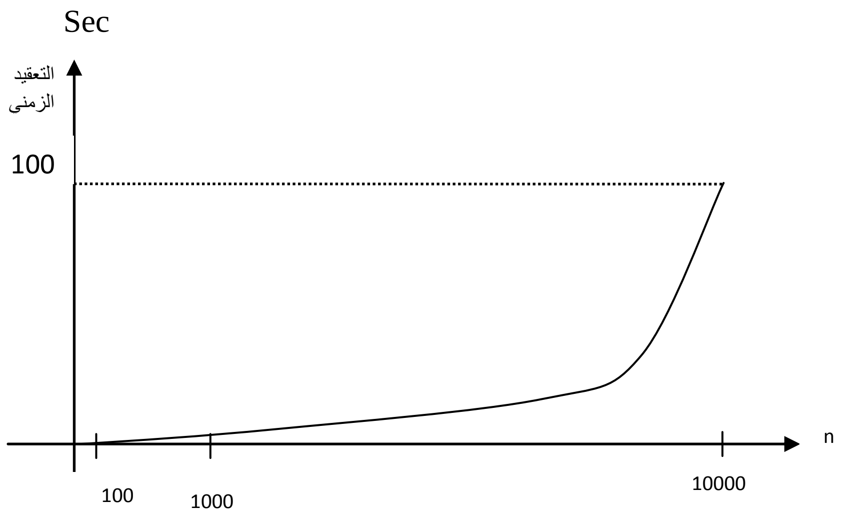
$$f(n) = C + C' * (n-1) + C''(n-2) + C'''\left(\frac{n(n+1)}{2} - 1\right) + C''''\left(\frac{n(n-1)}{2}\right)$$

$$f(n) = C + C'n + C''n^2$$

إن تابع التعقيد هو كثير حدود وبالتالي:

$$f(n) = O(n^2)$$

أي أن زمن تنفيذ هذه الخوارزمية ينمو بشكل تربيعي مع نمو حجم المسألة.



الشكل رقم (8) المنحني البياني للتعقيد الزمني من أجل القيم n=100 و n=1000 و n=10000...

الاستنتاجات والتوصيات:

خلال عرض هذه الخوارزمية المعدلة وتطبيقاتها ، نخلص إلى النتائج الآتية :

1- إن الخوارزمية التي قدمناها في هذه الورقة ،هي خوارزمية معدلة ومطورة عن خوارزمية أقرب جار المعروفة .

2-تركز هذه الخوارزمية على منطقة تواجد البائع المتجول وتعدها قاعدة بدء الرحلة .

3-إن حجم العمل للحصول على حل واحد بهذه الخوارزمية أقل بكثير مما يتطلبه إيجاد حل واحد بواسطة أقرب جار .

4-يمكن اختيار الحل الأمثل من بين الحلول التي نحصل عليها بهذه الخوارزمية المعدلة بسهولة ،وذلك بأخذ الحل الأقل تكلفة من بين الحلول التي نحصل عليها .

5-يمكن برمجة هذه الخوارزمية ،وحل مسائل ذات عدد كبير من المناطق بواسطتها .

يمكن أن نختتم هذه المقالة ، بأن خوارزميتنا المعدلة سهلة التطبيق العملي سواء كان ذلك يدوياً أم برمجياً ، ويمكن استخدامها في حل مسائل ذات عدد كبير من المناطق . نوصي بتطبيقها في مجالات السياحة الداخلية أو في حركة البواخر بين مرافئ شرقي المتوسط .

المراجع:

1-برونسون، بحوث العمليات، سلسلة ملخصات شوم منشورات دار ماكجروهيل (النسخة العربية)، 1988، 408.

2-السلوم ، د. كمال ، بحوث العمليات (2) . كلية الهندسة المعلوماتية ،جامعة البعث،2006، 523 .

3-المحمد ، صبحي ؛ وزملاؤه ، بحوث العمليات . كلية الاقتصاد ، جامعة حلب ، 2008، 403 .

4- السلوم ، د .كمال، بهارلي، لويس عدنان، خوارزمية مطورة لإيجاد الحل الأمثل لمسائل النقل بأقل كلفة ممكنة . مجلة جامعة تشرين للدلراسات والبحوث العلمية – سلسلة العلوم الأساسية المجلد (29) العدد (4) 2007.

5- شنيير، بروس Bruce Schnier ، التعمية التطبيقية Appled Cryptogrphy ، ترجمة د. حاتم النجدي، د.أميمة الدكاك ، مطبوعات الجمعية العلمية السورية للمعلوماتية 2006، 288.

6- KARTICA JOZEF, MR.; RADJEVI Slobodan, MR. *One improvement to " nearst neighbor " method for soloving " Traveling salsman " problem* . University of Belgrad , Faclty of Mechanical Engineering , Department of Mathematics , marta 1980 , 6 . 27.

7- KRATICA, J .*"One metgod for solving Traveling Salesman Problem "*, proceeding of the Fourth Symposium about Capacity Utilization of Metal –refinement Industry in reduced Production Limitation , 1994 ,143145,

8- LAWELER, E.L.; LENSTRA, J.K.; Rinnooy Kan, A.H.G.; SHMOYS, D.B. "*TheTraveling Salesman Problem " , Jon WILY 7 Sons , 1985*,256 .

9- Michel Garey and David Johnson , Computers and Intractability ; aguide to the Theory of NP-Compleeteness, W . H . Freman and CO.,1979 .