مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية – سلسلة العلوم الأساسية المجلد (32) العدد (1) 2010
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (32) No. (1) 2010

الأمواج السبينية في المغانط الحديدية ذات سبين $s = \frac{1}{2}$

الدكتور زياد رستم*

(تاريخ الإيداع 5 / 8 / 2009. قُبِل للنشر في 6 / 4 /2010)

□ ملخّص □

يهدف هذا العمل هو دراسة الأمواج السبينية المتشكلة في المغانط الحديدية، نتيجة إزاحة أو تغير اتجاه أحد العزوم المغناطيسية، المرتبة بشكل متوازٍ وفي اتجاه واحد التي تنتشر في الجسم الصلب بطاقة محددة تبعاً للوضعيات الاحتمالية للعزوم المغناطيسية. وهي تنطلق من نموذج هايزنبرغ الكمي للحصول على القيم الطاقية الخاصة، وذلك بإتباع طرائق كلاسيكية لوصف تلك الظاهرة المكممة. وقد تم في الخطوة الأولى تم بناء التابع الموجي المناسب ثم الحصول على الهاميلتوني و اللاغرانجيان ومعادلة الحركة، و بإيجاد الحلول المناسبة لتلك المعادلة نحصل على قوانين التشتت و القيم الطاقية وتبين أنه يمكن إسقاط هذه الطريقة لوصف حركة الجسيمات الحرة (إلكترون) في الجسم الصلب التي تملك صفات موجية اذ إنّه يمكن بإجراء تقريبي مقبول الحصول على معادلة شرودنغر.

الكلمات المفتاحية:

مغنون : الإضطرابات السبينية الأولية
شيل : منطقة طاقية ممنوعة
$S\,U\,(2S+1)$:الفضاء ذو $(2S)$ بعد
V_{Γ}: السرعة المعممة
$m_{эфф}$: الكتلة الفعالة
μ_B:مغنيتونون بور
H: الهاميلتوني
L: اللاغرنجيان
A: الحقل المغناطيسي الخارجي
a_0: ثابتة الشبكة البلورية
J: التكامل المتبادل

* مدرس – قسم الفيزياء – كلية العلوم – جامعة تشرين – اللاذقية – سورية.

مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية – سلسلة العلوم الأساسية المجلد (32) العدد (1) 2010
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (32) No. (1) 2010

Spin Waves in Ferromagnetics with Spin S=$\frac{1}{2}$

Dr .Ziead Rostom*

(Received 5 / 8 / 2009. Accepted 6 / 4 /2010)

□ ABSTRACT □

The purpose of this article is to study the spin waves formed in the Ferromagnetics, as a result of displacement or change in the magnetic moment's direction, ordered in a parallel and in one direction, these waves propagates in solid matter with an energy determined by the probability locations of the magnetic moments.

This study is based on the Heisenberg Quantum Model, to obtain energy values, using classical methods to describe that Quantum phenomenon .We established in the first step the suitable wave function, and then we obtained the Hamiltonian, the Lagrangeian and the equation of motion.

By finding the suitable solution to that equation, we could find the Scattering laws and the energy values .Also it was found that we can this method to describe the movement of free particles)the electrons (in soled matter, which has a wave properties, i.e .by making an acceptable approximation, we can deduce the Schrodinger equation .

Key Words:

H :Hamiltone
L :Lagrangian
A :External magnetic field
a_0 :Lattice constant
J :exchange integral
μ_B :Bohr magneton
Magnon :elementary excitations of the spin
Shell :Banned energy zone
$SU(2S+1)$:group $(2S+1)$in the space with 2S dimensions
V_Γ :group velocity
$m_{эфф}$:effective mass

*Assistant prof, department of physics , faculty of sciences, Tishreen University , Lattakia . Syria.

مقدمة:

بما أن الطاقة التي يمتلكها الإلكترون ليست بالكبيرة، فإن الانطباع الأولي هو أن الإلكترون ينتقل بصعوبة ضمن الأجسام الصلبة. ولكن نظراً لأن الذرات متوضعة في الجسم الصلب وفق نظام معين، بحيث إنّ المسافة بين مركزي ذرتين متتاليتين هي بعض الإنغسترومات. لأن نصف القطر الفعال للذرة المؤثرة على الإلكترون المستطير في الجسم الصلب من مرتبة $1A^{o}$ ومادون، يمكن القول إنّ أبعاد الذرات كبيرة بالمقارنة مع المسافة فيما بينها، أي أن المسار الحر الوسطي للإلكترون يكون صغيراً جداً (من مرتبة أجزاء الأنغستروم) ويمكن إهماله عملياً، لذلك فإن الإلكترون في أي لحظة يمكن أن يظهر على هذه الذرة أو تلك، وهو ما يدل على أن الإلكترون ينتقل بسهولة، وكلما كان انتقال الإلكترون سلساً (سهلاً) داخل الجسم الصلب كان هذا الجسم أكثر ناقلية للكهرباء.

من وجهة نظر كمية فإن للإلكترون وضعيتين احتماليتين (ذات قيمٍ طاقية معينة) يمكن في أي لحظة أن يوجد في إحداهما ويمكن أن يعود في أي لحظة إلى وضعية كان فيها سابقا،بكلام آخر، فإن الإلكترون يمكن أن يأخذ الصفات الموجية عند انتقاله ضمن الأجسام الصلبة[2] . وبشكل مشابه فإن الضطرابات (التهيجات) الأولية يمكن أن تنتقل داخل الجسم الصلب على شكل أمواج [1] وتنقسم الى:

a: التهيجات الأولية الناتجة عن الحركة الإجمالية للذرات أو الجزيئات المعتدلة وكمات هذه التهيجات تسمى "فونونات".

b: أمواج البلازما :

التهيجات الأولية الناتجة عن الحركة الإجمالية للإلكترونات (في أنصاف النواقل مثلا) بالنسبة إلى الأيونات وهي تنتشر بشكل أمواج طولية تسمى أمواج بلازمية (أمواج البلازما). وكمات هذه التهيجات تسمى "بلازمون".

c: التهيجات السبينية الأولية (مغنونات) [1]:

إن لبعض الذرات أو الإيونات أو حتى الجزيئات في الوضعية الأساسية عزوماً مغناطيسية غير مساوية للصفر (صغرى)، ففي البلورات النقية للمغانط الحديدية و ضمن شروط معينة (درجة حرارة أقل من درجة كوري) تكون هذه العزوم مرتبة و بإتجاه واحد و متوازية وتتفاعل بسرعة مع أي مؤثر خارجي حراري كان أو مغناطيسي. إن أي إزاحة بسيطة (اضطراب) لأحد هذه العزوم عن الوضعية الأساسية بوساطة مؤثر خارجي يؤدي إلى إزاحة العزوم المجاورة، وهكذا بالتتابع، وكأنها أمواج تنتشر في الجسم الصلب (المغانط الحديدية) هذه الأمواج تسمى أمواج سبينية.

أهمية البحث وأهدافه:

إن الدراسة النظرية لمجمل الأنظمة المغناطيسية (المغانط الحديدية – مغانط حديدية عكسية– فريتات) تنطلق من نماذج كمية كنموذج هايزنبرغ (هاميلتوني هايزنبيرغ الكمي) [1] و [2]، مروراً بمعاداة هاميلتون الكمية لحساب طاقة الإضطرابات السبينية [4] [2] التي تؤدي الى نشوء الأمواج السبينية، وهنا كان التفكير لوضع تحويلات للإنتقال من الوصف الميكروسكوبي للأمواج السبينية في الفيرومغانط القائمة على أساس نموذج هايزنبرغ الكمي الى الوصف الماكروسكوبي[5] لهذه الأمواج، أي وضع تحويلات تمكننا من معرفة أو حساب طاقة التهيجات السبينية الولية (المغنونات) انطلاقا من نموذج هايزنبرغ الكمي بطريقة شبه كلاسيكية.

إن أكثر النماذج المستخدمة للوصف الكمي للخصائص المغناطيسية في المغانط الحديدية والمغانط الحديدية العكسية هو نموذج هايزنبرغ وكانت الدراسة تتم بالشكل التالي : يتم تبديل مؤثر السبين $\vec{\hat{S}}$ بشعاع $\left(-\frac{a_0}{2\mu_0}\vec{M}\right)$ حيث $\vec{M}$ تابع مستمرو متغير من عقدة إلى أخرى في البلورة مع بقاء طويلته ثابتة وتساوي M_0^2 حيث $M_0=\frac{2\mu_B S}{a_0^2}$

μ_B – مغنيتون بور

S – السبين

a_0^3 – حجم الخلية البدائية

ثم نحسب طاقة الموجة المرافقة لأي تغير بسيط في الترتيب المتجانس للعزوم المغناطيسية بالشكل :

$$E=\int W\left(\bar{M},\frac{\partial M_\ell}{\partial x_k}\right)d^3x$$

حيث W تمثل كثافة الطاقة المرتبطة بالنموذج المدروس وهي توافق الهاميلتوني الكمي .

اي أن (معادلة الحركة) لهذة الحالة تكون على الشكل: $i\hbar\frac{\partial\vec{\hat{s}}}{\partial t}=[\hat{H},\vec{\hat{s}}]$ حيث إنّ القسم على يمين المساواة يمثل عملية تبادلية[3].

وهنا كان التفكير لوضع تحويلات للإنتقال من الوصف الميكروسكوبي للظواهر اللاخطية في المغانط الحديدية والمغانط الحديدية العكسية القائمة أساسا على نموذج هايزنبرغ إلى الوصف الماكروسكوبي (الكلاسيكي) لها أي أن معادلة الحركة في الحالة الكلاسيكية[5] تصبح $i\hbar\frac{\partial\vec{\hat{s}}}{\partial t}=\{\hat{H},\vec{\hat{s}}\}$ حيث $\{\hat{H},\vec{\hat{s}}\}$ تمثل أقواس بواسون [3].هذه الخطوة تعدّ مسألة فيزيائية و رياضية مستقلة وتتطلب أسس دقيقة .

لهذا فإن هدف هذا العمل يتلخص في وضع هذه التحويلات التي تمكننا من الدراسة النظرية الكلاسيكية للظواهر اللاخطية الملاحظة في المغانط الحديدية ذات سبين $S=\frac{1}{2}$.

طرائق البحث ومواده:

تتلخص طريقة العمل في البحث النظري شبه الكلاسيكي حول كيفية :

1-إنشاء تابع الموضع الذي يصف الموجة السبينية الناشئة في المغانط الحديدية ، أي تعيين التابع الموجي بحيث يحقق شرط التنظيم $\langle\psi|\psi\rangle=1$

2-استنتاج اللاغرنجيان L

3-استنتاج الهاميلتوني H

4-استنتاج معادلات الحركة، وذلك بمساعدة اللاغرنجيان و الهاميلتوني وحساب القيمة الطاقية.

إنشاء التابع الموجي و استنتاج الاغرنجيان:

كما هو معروف كان اختيار التابع الموجي يتعلق بأبعاد الفضاء الطوري لوضعيات السبين في عقدة الشبكة البلورية والتي تنتج من تحليل العلاقة :

$$|\psi>=\sum_{k=0}^{2S+1}\xi_k|S,-S+k>$$

و بالتالي نحصل على $2S+1$ بُعد في هذا الفضاء ,[3].[2]

إن التابع الموجي المفترض هو تابع من الشكل :

$$|\psi>=exp\sum_{i=1}^{2S}(\xi_i T_i^+-\xi_i T_i^-)|0> \qquad (1)$$

وبما أن $S=\frac{1}{2}$ فإن العلاقة السابقة تصبح:

$$|\psi>=exp(\xi_1 T_1^+ - \xi_1 T_1^-)|0> \qquad (2)$$

حيث :

$$T_1^- = \bar{T}_1^+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad , \qquad T_1^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$|0> = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

بنشر العلاقة (2) نحصل على :

$$|\psi> = e^{\xi_1\left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right]}|0> = e^{\xi_1\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}|0>$$

$$|\psi> = \left[\cos\xi_1 + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\sin\xi_1\right]|0> = \begin{pmatrix} \cos\xi_1 & \sin\xi_1 \\ -\sin\xi_1 & \cos\xi_1 \end{pmatrix}|0>$$

$$|\psi> = \cos\xi_1\,|0> + \sin\xi_1\,|1> = \cos\xi_1\left(|0> + \frac{\sin\xi_1}{\cos\xi_1}|1>\right) \qquad (3)$$

بفرض : $\psi_1 = \frac{\sin\xi_1}{\cos\xi_1}$ فإن $|\psi_1|^2 = \psi_1\bar{\psi}_1 = \frac{\sin^2\xi_1}{\cos^2\xi_1}$

و بالتالي : $(1+|\psi_1|^2)^{-\frac{1}{2}} = \cos\xi_1$

نعوض في (3) نحصل على التابع الموجي الذي يأخذ الشكل الآتي:

$$|\psi> = (1+|\psi_1|^2)^{-\frac{1}{2}}(|0> + \psi_1|1>) \qquad (4)$$

إن التابع (4) يحقق ما يأتي:

1) شرط التنظيم $\langle\psi|\psi\rangle = 1$

2) عدد الوضعيات $2S+1=2$ وهي الوضعيات المشار اليها بـ $|0>$ وَ $\psi_1|1>$ في(4).

3) مؤثر كازيمير الذي يأخذ الشكل/1/ :

$$\langle\hat{C}_2\rangle = \frac{1}{2}\left(\langle\hat{S}^+\hat{S}^-\rangle + \langle\hat{S}^-\hat{S}^+\rangle\right) + \langle S^z S^z\rangle = S(S+1) = \frac{3}{4}$$

محقق أيضاً.

وبما أن مؤثرات السبين من أجل $S=\frac{1}{2}$ هي :

$$\hat{S}^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \hat{S}^- = \bar{\hat{S}}^+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \hat{S}^z = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

حيث: $\hat{\delta}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ $\qquad \hat{\delta}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ $\qquad \hat{\delta}_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

و يتحقق مايلي :1) $\hat{S}_z = \frac{1}{2}\hat{\delta}_z$ $\qquad \hat{S}_y = \frac{1}{2}\hat{\delta}_y$ $\qquad \hat{S}_x = \frac{1}{2}\hat{\delta}_x$

2) $\hat{S}^z = \hat{S}^z \quad ; \quad \hat{S}^- = \hat{S}_x - i\hat{S}_y \quad ; \quad \hat{S}^+ = \hat{S}_x + i\hat{S}_y$

وهي تحقق العلاقات التبادلية التالية :

$$[\hat{S}^+,\hat{S}^-] = 2\hat{S}^z \quad ; \quad [\hat{S}^z,\hat{S}^+] = \hat{S}^+ \quad ; \quad [\hat{S}^z,\hat{S}^-] = -\hat{S}^-$$

بالتالي فإن القيم الوسطى لمؤثرات السبين تأخذ الشكل :

$$\hat{S}^+|0> = \frac{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}{(1+|\psi_1|^2)^{\frac{1}{2}}}(|0> + \psi_1|0>)$$

$$=\frac{1}{(1+|\psi_1|^2)^{\frac{1}{2}}}(|0>+0)$$

$$\langle\psi|\hat{S}^+|\psi\rangle=\langle\hat{S}^+\rangle=\frac{\bar{\psi}_1}{(1+|\psi_1|^2)}$$

و بنفس الطريقة فإن :

$$\langle\hat{S}^-\rangle=\langle\bar{\hat{S}}^+\rangle=\frac{\psi_1}{(1+|\psi_1|^2)}$$

$$\langle\hat{S}^z\rangle=\frac{1}{2}\left(\frac{|\psi_1|^2-1}{(1+|\psi_1|^2)}\right)\qquad(5)$$

$$\langle\hat{S}^+\hat{S}^-\rangle=\frac{|\psi_1|^2}{1+|\psi_1|^2}\quad;\quad\langle\hat{S}^-\hat{S}^+\rangle=\frac{1}{(1+|\psi_1|^2)}\quad;\quad\langle\hat{S}^z\hat{S}^z\rangle=\frac{1}{4}$$

على هذا فإن مؤثر كازيمير يأخذ الشكل الآتي:

$$\langle\hat{C}_2\rangle=\frac{1}{2}\left(\frac{1+|\psi_1|^2}{1+|\psi_1|^2}\right)+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

بني التابع الموجي (4) بمساعدة مؤثرات الإنشاء و الفناء $(\bar{T}^+,\bar{T}^-)$ في الفضاء $SU(2S+1)$ و تعدّ الخطوة الأولى في متتالية منظومة توابع الموضع الإحتمالية (التابع الموجي) و الخطوة التالية هي الحصول على المعادلات الديناميكية ضمن إطار المتحولات ψ_i . لذلك لابد من استنتاج اللاغرنجيان و يتم ذلك كما يأتي:

$$L=i\hbar\left\langle\psi\left|\frac{\partial}{\partial t}\right|\psi\right\rangle-H(\psi_i)\qquad(6)$$

نبدل (4) في (6) نحصل على اللاغرنجيان بالشكل الواضح الآتي:

$$L=i\hbar\frac{\psi_1\dot{\bar{\psi}}_1-\dot{\psi}_1\bar{\psi}_1}{(1+|\psi_1|^2)}\qquad(7)$$

بمساعدة اللاغرنجيان (7) يمكن الحصول على معادلة الحركة ويتم ذلك على النحو التالي :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial\dot{\bar{\psi}}_1}\right)-\frac{\partial L}{\partial\bar{\psi}_1}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial L}{\partial\bar{\psi}_{1x}}\right)=0\qquad(8)$$

بتبديل (7) في (8) نحصل على معادلة الحركة:

$$i\hbar\dot{\psi}_1=(1+|\psi_1|^2)^2\frac{\delta H}{\delta\bar{\psi}_1}\qquad(9)$$

حيث: $\frac{\delta H}{\delta\bar{\psi}_1}=\frac{\partial H}{\partial\bar{\psi}_1}-\left(\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial H}{\partial\bar{\psi}_1}\right)$

وَ $H(\psi_1)-$ الهاميلتوني

النتائج والمناقشة:

وكما هو معروف فإن العزوم المغناطيسية في المغانط الحديدية متوازية و في اتجاه واحد، فإذا تم إزاحة أحد هذه العزوم عن وضعه الأساسي(بوساطة موثر خارجي حراري كان أو مغناطيسي) عندما يملك قيمة طاقية صغرى وترك حراً، فإنه يبدأ بالإهتزاز حول وضعية التوازن ويؤثر على العزوم المغناطيسية المجاورة، وذلك بسبب وجود طاقة تداخل بين عقد الشبكة البلورية المجاورة عندها تنشأ موجة تسمى الموجة السبينية .

عند دراسة الأمواج السبينية تلك لوحظ منذ البداية أن مصونية مربع السبين (S^2) الذي يحمل مفهوم عزوم ثنائيات الأقطاب الآتية:

$$S^2 = \frac{1}{2}\left(\langle\hat{S}^+\rangle\langle\hat{S}^-\rangle + \langle\hat{S}^-\rangle\langle\hat{S}^+\rangle\right) + \langle\hat{S}^z\rangle\langle\hat{S}^z\rangle = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

محقق أيضاً $S^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$

إن هذه الملاحظة المهمة تشير إلى عدم تشكل ثنائيات أقطاب تؤدي إلى اختزال جزئي للسبين أو تشكل ثنائيات أقطاب ضعيفة التأثير .

لندرس الآن الأمواج السبينية في المغانط الحديدية أحادية البعد ذات سبين $S = \frac{1}{2}$، و ذات اينزوتروبية متبادلة التي تقع تحت تأثير حقل مغناطيسي خارجي "A" بإتجاه المحور (oz) .

إن نموذج هايزنبرغ الذي يصف هذه الحالة يعطى بالشكل[1]:

$$\hat{H} = -J\sum_j\left(\vec{S}_j\vec{S}_{j+1} + \delta\vec{S}_j^z\vec{S}_j^z + A\vec{S}_j^z\right) \qquad (10)$$

إن اختيار اتجاه الحقل المغناطيسي الخارجي بإتجاه المحور (oz) نابع من أن الوضعية الأساسية (الأرضية) في هذه الحالة لاتتغير.

حيث δ – ثابتة الإينزوتروبية المتبادلة .

$A = \frac{MgH}{J}$ شدة الحقل المغناطيسي الخارجي .

$M = \frac{2\mu_B S}{a_0^2}$ الإشباع المغناطيسي .

$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$ – مغنيتون بور .

g – عامل لاندي .

a_0 – ثابتة الشبكة البلورية.

بنشر مؤثرات السبين في (10) حول وضع التوازن بالنسبة لa_0 وهو ما يحقق الاقتراب من الحالة الكلاسيكية[3] حيث:

$$\vec{S}_{j+1} = \vec{S}_j + a_0\vec{S}_{jx} + \frac{a_0^2}{2}\vec{S}_{jxx}$$

ثم حساب القيم الوسطية لها حيث:

$$\langle\psi_1|\vec{S}_j\vec{S}_{j+1}|\psi_j\rangle = \langle\psi_j|\vec{S}_j|\psi_j\rangle\langle\psi_{j+1}|\vec{S}_{j+1}|\psi_{j+1}\rangle$$

نحصل على الهاملتوني بالشكل الواضح الآتي :

$$\hat{H} = -J\sum\left[\langle\hat{S}^+\rangle\langle\hat{S}^-\rangle + (1+\delta)\left(\langle\hat{S}^z\rangle\right)^2 - \frac{a_0^2}{2}\left(\langle\hat{S}^+\rangle_x\langle\hat{S}^-\rangle_x\right) + A\left(\langle\hat{S}^z\rangle\right) - \frac{a_0^2}{2}\langle\hat{S}_x^z\rangle^2\right]$$

و بالانتقال من المجموع إلى التكامل نحصل على :

$$\hat{H} = -J\int\left[\langle\hat{S}^+\rangle\langle\hat{S}^-\rangle + (1+\delta)\left(\langle\hat{S}^z\rangle\right)^2 - \frac{a_0^2}{2}\left(\langle\vec{\hat{S}}_x\rangle\right) - \frac{a_0^2}{2}\left(\langle\hat{S}^z\rangle_x\right)^2 + A\langle\hat{S}^z\rangle\right]\frac{dx}{a_0}$$

بتبديل القيم الوسطية لمؤثرات السبين (5) في الهاميلتوني السابق نحصل على :

$$\hat{H} = -J\int\left[\left(|\psi_1|^2 - 2|\psi_1|^4\right) + \left(\frac{1+\delta}{4}\right)\left(5|\psi_1|^4 - 4|\psi_1|^2 - 1\right) - -\frac{a_0^2}{2}|\psi_{1x}|^2 - -\frac{A}{2}\left(2|\psi_1|^2 - 1 - |\psi_1|^4\right)\right]\frac{dx}{a_0}$$

وبناء عليه فإن معادلة الحركة (9) تأخذ الشكل:

$$i\hbar\dot{\psi}_1=(1+|\psi_1|^2)^2[4\delta\psi_1+2a_0^2\psi_{1xx}-2(3\psi_1^2\bar{\psi}_1+A|\psi_1|^2)10\psi_1^2\bar{\psi}_1]$$

بإهمال الحدود المكعبة وما فوق و ذلك لتأثيرها الضعيف جداً نحصل على :

$$i\hbar\dot{\psi}_1=4\delta\psi_1+2a_0^2\psi_{1xx}-2A|\psi_1|^2 \qquad (11,a)$$

إن حل هذه المعادلة يأخذ شكل الأمواج المستوية وهي من الشكل :

$$\psi_1=\varphi_0\exp[i(kx-\omega t)]$$

و بالتالي فإن علاقة التشتت :

$$\omega=\frac{2J}{a_0\hbar}(2\delta+a_0^2k^2-A)$$
$$=2\omega_0(2\delta+a_0^2k^2-A)$$
$$\omega_0=\frac{J}{a_0\hbar}$$

أما طاقة انتشار الأمواج :

$$E=\hbar\omega=2\hbar\omega_0(2\delta+a_0^2k^2-A) \qquad (11)$$

و السرعة المعممة $V_\Gamma=\frac{1}{\hbar}\mathrm{grad}(E_k)$ تأخذ الشكل التالي :

$$V_\Gamma=2\omega_0(2a_0^2k)=4\omega_0a_0^2k$$

إن طيف الطاقة E يحتوي على شيل (منطقة طاقية ممنوعة) يساوي إلى $2\hbar\omega_0(2\delta-A)$.

أما الحالة التي يكون فيها $A=2\delta$ يصبح الشيل معدوم وطيف الطاقة يكون:

$$E=2\hbar\omega_0(a_0^2k^2)$$

أو بالشكل:

$$E=\frac{2J}{a_0}a_0^2k^2=Ga_0^2k^2 \qquad (11,a_1)$$

وهي تمثل طيف الطاقة للمغانط الحديدية الايزوتروبية عبد حدوث اضطراب للعزوم المغناطيسية فيها.

إن طاقة انتشار الموجة السبينية (المغنون الذي يملك صفات موجية) المستنتجة بهذه الطريقة (ماكروسكوبية) $(11,a_1)$ تتطابق مع الحالة الميكروسكوبية[2] [4] .

أي أن السبين المضطرب يتصرف وكأنه جسيم أولي (مغنون) و بالتالي فإن كتلته الفعالة $m_{\ni\emptyset\emptyset}$:

$$E=\frac{1}{2}m_{\ni\emptyset\emptyset}V_\Gamma^2=\frac{\hbar^2k^2}{2m_{\ni\emptyset\emptyset}} \qquad (11,a_2)$$

وبالاعتماد على $(11,a_1)$ يكون:

$$m_{\ni\emptyset\emptyset}=\frac{\hbar^2}{2Ga_0^2}$$

و بالتالي فإن الدفع:

$$m_{\ni\emptyset\emptyset}V_\Gamma=\hbar k$$

إن $(11,a_2,a_1)$ مطابقة لقانوني التبدد و طاقة المغنونات و الكتلة الفعالة للمغنون المستنتجة بطريقة كمية (ميكروسكوبية)[1,2] .

وكأن وضعية العزوم في المغانط الحديدية ذات البعد الواحد تتغير كانتقال حزمة موجية بسرعة معممة V_Γ.
بتعبير آخر فإّن المغنونات تتحرك في الجسم الصلب كحزمة موجية بسرعة تتناسب طرداً مع (k) وطاقة تتناسب طرداً مع السرعة المعممة، وكأنها حزمة جسيمات أولية (كلاسيكية) تنتقل كحزمة موجية في البلورات أحادية البعد.

تجدر الملاحظة هنا أنه في بلورات المغانط الحديدية النقية ، في كل خلية ابتدائية يوجد ايون واحد فقط لهذا فإن الأمواج السبينية فيها تكون من نوع واحد لهذا فإن طاقة المغنونات تسعى إلى الصفر عندما تقترب أشعتها الموجية من مناطق بريليون الطاقية (العلاقة ($11,a_1$)) هذا يدل من ناحية أخرى إلى أن المغنون يملك وضعيتين احتماليتين مختلفتين لهما الطاقة نفسها، ولكن العدد الموجي لإحداهما موجب (k) وللأخرى سالب (k−)، وكأن الموجة المنتشرة بالاتجاه المعتبر ترتد منعكسة على نفسها أو أن هناك موجة تأتي عن يسار نقطة المراقبة و أخرى تنتشر عن يمينها وهما متساويتان من حيث الطاقة و السرعة[2.1] و بالمحصلة يمكن القول إنّ هناك تشابهاً مابين الأمواج السبينية و الذرات في الجسم الصلب [2].

أما الحالة التي ينعدم فيها الحقل المغناطيسي الخارجي (A=0) فإن طاقة المغنون تصبح على النحو الآتي:

$$\begin{aligned} E &= 2\hbar\omega_0(2\delta + a_0^2k^2) \\ &= \alpha k^2 + 2\beta \\ &= E_0 + E_{min} \end{aligned}$$

حيث: $G = \frac{2J}{a_0}$ و $\beta = G\delta$ و $E_0 = \alpha k^2$ و $\alpha = Ga_0^2$

$2\beta = -E_{min}$ طاقة الوضعية الأساسية*

عندما**: 1) $\delta < 0$:

$$E_1 = E_0 - E_{min}$$

2) $\delta > 0$:

$$E_1' = E_0 + E_{min}$$

3) $\delta = 0$:

$$E_2 = E_0$$

أي أن طيف الطاقة يكون :

$$E_1 = E_0 \mp E_{min}$$

* نقصد هنا بالوضعية الأساسية ، وضعية المغانط الحديدية المتوازنة والتي تقع باتجاه الحقل المغناطيسي وهي تختلف عن الوضعية $|0>$ الآنف ذكرها.

** عندما: $\delta > 0$ (بطبيعة الحال يكون $\beta > 0$) فإن (10) يسمى نموذج هايزنبرغ الأنيزوتروبي (عدم التجانس والتماثل في المناحي) ذو محور لين.

$\delta < 0$ فإنه يسمى نموذج هيزنبرغ الأنيزوتروبي ذو مستوي لين (مستوي سهل التمغنط).

$\delta = 0$ يسمى نموذج هايزنبرغ الإيزوتروبي (متجانس ومتماثل المناحي).

$$E_2 = E_0$$

إن $\beta > 0$ أو $\beta < 0$ ناتج عن كون طاقة التأثير المتبادل ناتجة عن قوى تجاذب أو تنافر[1]و[2].

بفرض أن A=0 عندها (11,a) تأخذ الشكل الآتي:

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = 2(\delta\psi + a_0^2\psi_{1xx})$$

وبما أنه يمكن التعبير عن a_0 بتابعية $m_{\ni\emptyset\emptyset}$ فإن المعادلة السابقة تكون:

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m_{\ni\emptyset\emptyset}}\Delta\psi + U(x)\psi$$

وهي مطابقة لمعادلة شرودنغر[3] [5] والتي يمكن أن تكتب بالشكل:

$$\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + E\psi = 0$$

باعتبار أن الجسيم المدروس حر وغير مقيد ويمكن معرفة طاقة الجسيم الحر المتحرك لذلك يمكن إسقاط الدراسة السابقة على دراسة طاقة وضعيات الإلكترون الحر في الجسم الصلب باعتباره جسيماً حراً. تجدر الإشارة إلى أن دراسة الحالة التي يمكن أن نتصور فيها أن ثابتة الشبكة البلورية تسعى إلى الصفر على أن يبقى العدد الموجي في (11,a,b) ثابتاً (أو بشكل آخر إذا كان لدينا شبكة بلورية أحادية البعد و أن ثابتة الشبكة البلورية صغيرة إلى الحد الذي يمكن الاعتبار فيه أن الإلكترون يمكن أن يوجد في أي نقطة من هذا البعد)، فإنه يمكن الحصول على قانون كمي يظهر حركة الإلكترون في الفراغ [2] .

الاستنتاجات والتوصيات:

في الختام يمكن الاستنتاج أنه ومن جراء وجود إمكانية إزاحة أو تغيير اتجاه أحد العزوم المغناطيسسية المرتبة بشكل متواز وفي اتجاه واحد في المغانط الحديدية النقية ذات سبين $S = \frac{1}{2}$(هنا نتحدث عن وضعيتين محتملتين لتوضع العزوم المغناطيسية)، فإن الأمواج السبينية المتكونة التي تنتشر كحزمة موجية في الجسم الصلب لها سويات طاقية محددة تبعاً للوضعيات الاحتمالية للعزوم المغناطيسية. و يمكن معرفة السويات الطاقية بطرائق شبه كلاسيكية و ذلك بمساعدة اللاغرانجيان و الهاميلتوني لمعرفة معادلة الحركة وتبين لنا أنه يمكن إسقاط تلك الطريقة و بتقريب مقبول لدراسة طاقة وضعيات الإكترون الحر في الجسم الصلب. ويمكن متابعة هذه الدراسة تبعاً لقيمة السبين ونتائج تجربة شتيرن – غيرلخ و تأثير إزاحة أجهزة شتيرن – غيرلخ بزاوية ما حول المحاور الإحداثية.

المراجع:

[1]. DAVIDOV, A .C. *Solid State Theory*, Nauka Moscow 1976, 90–115.

[2]. FEYNMAN, P. ; LEIGHTON, P. ; SANDS, M .*The Feynman Lectures On Physics*, Meir Moscow 1978,83–179, 270–344.

[3]. LANDU, L.G .; LEAFSHETS, E M. *Non Relativity Theory On Quantom Mechanics*, 1989, 42–245.

[4]. KITTEL, CH . *Introduction to Solid State Physics*, seventh edition, printed USA, John Wiley & Sons, INC.1996,440–486.

[5]. الدكتور عدنان المحاسب – *الميكانيك الكوانتي*، مطبوعات جامعة دمشق 1966، 70 –175