مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية - سلسلة العلوم الأساسية المجلد (32) العدد (1) 2010
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (32) No. (1) 2010

حساب سويات الطاقة لنواة الكالسيوم (Ca^{41}) باستخدام معادلة ديراك في إطار نموذج النكليون المفرد

الدكتور أحمد بيشاني *
الدكتور محمد موسى**

(تاريخ الإيداع 11 / 1 / 2010. قُبِل للنشر في 29 / 3 /2010)

□ ملخّص □

تم حساب طاقة السويات $E_{n\ell}$ وكذلك حساب طاقة السويات الفرعية $E_{n\ell j}\left(j=\ell\pm\frac{1}{2}\right)$ لنواة الكالسيوم Ca^{41}، مما سمح لنا بحساب قيمة انزياح السويات الطاقية نحو الأعلى ونحو الأسفل ، وبالتالي استطعنا حساب طاقة انقسام السبين – مدار في الحالتين الطاقيتين $\Delta E^{S,O}(0f)$، وكذلك $\Delta E^{S,O}(1p)$ وأصبح لدينا تصور حول مخطط طيف طاقة نواة الكالسيوم Ca^{41}، وذلك في إطار نموذج النيكليون المفرد مع الاشارة أنه تم استخدام جهد نووي يحوي تأثيرات مركزية وتنسورية عند كتابة التابع الهاملتوني لمعادلة ديراك.

الكلمات المفتاحية: سويات الطاقة – انشطار سبين– مدار – كمون مركزي – كمون تنسوري – هاملتون – معادلة ديراك

* أستاذ – قسم الفيزياء – كلية العلوم – جامعة تشرين – اللاذقية – سورية.
** أستاذ مساعد – قسم الفيزياء – كلية العلوم – جامعة تشرين – اللاذقية – سورية.

مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية – سلسلة العلوم الأساسية المجلد (32) العدد (1) 2010
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (32) No. (1) 2010

Calculating the Energy Levels of the Calcium (Ca^{41}) Nucleus in Light of the Dirac Equation in the Context of a Single Model Nucleon

Dr. Ahmad Bishani*
Dr. Mouhammed Moussa**

(Received 11 / 1 / 2010. Accepted 29 / 3 /2010)

□ ABSTRACT □

Energy levels $E_{n\ell}$ were calculated, as well as calculation the energy sublevels $\left(j=\ell\pm\frac{1}{2}\right)E_{n\ell j}$ of the nucleus of calcium Ca^{41}, which allowed us to calculate the value of the drift energy levels up and down and thus we can calculate the energy splitting of spin-orbit in both cases over $\Delta E^{S,O}(0f)$ as well $\Delta E^{S,O}(1p)$ and we have a vision for the energy spectrum of the core scheme of calcium Ca^{41} in the framework of a single model nucleon. We draw your attention that have used nuclear potential that contains the effects of central and Tensor in Hamiltonian of Dirac equation.

Keywords: energy Levels - fission Spin - orbit - a central potential – Tensor potential - Hamilton - Dirac equation.

*** Professor , Department of Physics, Faculty of Science, Tishreen University, Lattkai, Syria.**
**** Associate Professor , Department of Physics, Faculty of Science, Tishreen University, Lattkai, Syria.**

مقدمة:

يعدّ نموذج الجسيم الواحدي (Single Particle) أو ما يسمى بنموذج النكليون المفرد أحد أهم تطبيقات النموذج الطبقي (النموذج القشري) (Shell model) الذي يعدّ الإطار الذي يشمل أغلب الأبحاث الحديثة في مجال النظرية الميكروسكوبية (Theory Microscopic).

يُرمز عادة لنوى النكليون المفرد بـ $(X_{2K}^{4K}+n)$ حيث $4K$ تمثل العدد الكتلي للنواة و $2K$ العدد الشحني (عدد البروتونات) أما n فترمز للنيكليون الأخير [1، 2، 3].

لا بد من الإشارة إلى أن النموذج المذكور يستند على حقيقتين الأولى: إن كل نكليون من نكليونات النواة يتحرك في الحقل الوسطي للنكليونات الأخرى. الثانية هي أن التأثير المتبادل للعزم السبيني والعزم المداري موجود وهو ذو طبيعة نسبية[4].

تعدّ معادلة ديراك (Dirac equation) من أهم المعادلات المستخدمة في إنجاز الكثير من الأبحاث في المجال الذي أشرنا إليه، ويمكن القول إن عملية اختيار هاملتون المسألة والكمون الذي يحويه هو أمر بالغ الأهمية فالاختيار الصحيح يسمح بتحويل معادلة ديراك مع الهاملتون المذكور إلى معادلة شبيهة بمعادلة شرودنغر.

تُعطى معادلة ديراك بالشكل:

$$\left[c\left(\vec{\alpha},\vec{p}\right)+\beta mc^{2}+V\left(\vec{r}\right)\right]\psi\left(\vec{r}\right)=E\psi\left(\vec{r}\right) \tag{1}$$

$\psi\left(\vec{r}\right)$: التابع الموجي يعبر عنه من خلال عمود يحوي سطرين (مركبة كبيرة ومركبة صغيرة):

$$\psi\left(\vec{r}\right)=\begin{pmatrix}\varphi(\vec{r})\\ \chi(\vec{r})\end{pmatrix}$$

في عمل سابق تمَّ اختيار الكمون النووي على شكل مصفوفة [4−5]:

$$V\left(\vec{r}\right)=\begin{pmatrix}V_{11}(r) & i(\vec{\sigma},\vec{n})\,u(r)\\ -i(\vec{\sigma},\vec{n})\,u(r) & 0\end{pmatrix} \tag{2}$$

حيث σ مصفوفة باولي و $\vec{n}$ متجهة الواحدة $\vec{n}=\frac{\vec{r}}{r}$، أما $V_{11}(r)$ فيعبر عنه كما يلي:

$$V_{11}(\vec{r})=U_{S}(r)+U_{V}^{(0)}(r)$$

وهو يمثل كمون هزاز توافقي. أما $U_{S}(\vec{r})$ فهو كمون عددي (سلمي) و $U_{V}^{(0)}(r)$ المركبة الصفرية للكمون الشعاعي أما $u(r)$ فتمثل الجزء التنسوري أو الجزء اللامركزي في الكمون النووي، ونكتب $u(r)=\alpha r$ حيث $\alpha=V_{0T}/r_{0T}$ تمثل V_{0T} عمق الكمون النووي التنسوري و r_{0T} نصف قطر التأثير التنسوري [5، 6، 7]. يمكن أن تؤول معادلة ديراك مع الكمون النووي المذكور إلى معادلة نسبية شبيهة بمعادلة شرودنغر ويتم ذلك بخطوات تحليلية طويلة تبدأ بحساب مركبة التابع الموجي $\chi(\vec{r})$ بدلالة $\varphi(\vec{r})$ وتعويضها بالمعادلة (1) فنجد [8، 9]:

$$\left\{-c^2p^2+\left[E-mc^2-V_{11}(r)\right]\left(E+mc^2\right)\right\}\varphi(\vec{r})=U^2(\vec{r})\varphi(\vec{r})- \\ -c\frac{2U(r)}{r}\left[\hbar+\vec{\sigma}\,\vec{\ell}\right]-\hbar c\frac{dU(r)}{dr}\varphi(\vec{r}) \tag{3}$$

أما المعادلة القطرية بدلالة التابع الموجي القطري للمعادلة السابقة، فتكتب كما يلي:

$$\frac{d^2}{dr^2}F_{j\ell}(r)-\frac{\chi(\chi+1)}{r^2}F_{j\ell}(r)+\frac{2m}{\hbar^2}\left[\frac{E^2-m^2c^4}{2mc^2}-\frac{\hbar}{2mc}(2\chi-1)\frac{V_0}{r_0}-\frac{1}{2}K\,r^2\right]F_{j\ell}(r)=0 \tag{4}$$

وكما أشرنا سابقاً المعادلة (4) شبيهة بمعادلة شرودنغر لقوى المرونة علماً أن معامل قوة المرونة K يُكتب على الشكل التالي:

$$K=\frac{1}{mc^2}\left[\left(E+mc^2\right)\frac{m\omega^2}{2}+\frac{V_{0T}^2}{r_{0T}^2}\right] \tag{5}$$

وبالتالي يمكن كتابة حل المعادلة (4):

$$\frac{E^2-m^2c^4}{2mc^2}-\frac{\hbar}{2mc}(2\chi-1)\frac{V_0}{r_0}=\hbar\omega_1 N \tag{6}$$

حيث: $\omega_1=\sqrt{K/m}$ أما N هو العدد الكوانتي الرئيسي $N=2n_r+\ell+\frac{3}{2}$ ،

و n_r هو العدد الكوانتي القطري $n_r=0,1,......$

و ℓ العزم المداري $\ell=0,1,2,.........$.

أهمية البحث وأهدافه:

تتمثل أهمية هذا البحث في إمكانية حساب طاقة السويات النووية الفرعية $E_{n,\ell,\ell-1/2}$ وكذلك $E_{n,\ell,\ell+1/2}$ لنواة الكالسيوم Ca^{41} من خلال استخدام نموذج النكليون المفرد إذ تم بموجبة تحويل معادلة ديراك إلى معادلة شبيهة بمعادلة شرودنغر علماً أن الكمون أو الجهد النووي المستخدم يعبر عن التأثيرات المتبادلة المركزية (كمون مركزي)، وكذلك التأثيرات اللامركزية (كمون تنسوري). سمح الحل التحليلي المنجز بحساب قيمة الانقسام أو الانزياح لسويات الطاقة $E_{n\ell}$ في الحالتين الآتيتين:

(1) حالة عدم التوازي بين العزم السبيني والعزم المداري أي أن $E_{n,\ell,\ell-1/2}$ وفيها يكون انزياح السوية الطاقية نحو الأعلى.

(2) حالة التوازي بين العزم السبيني والعزم المداري أي $E_{n,\ell,\ell+1/2}$ وفيها يكون انزياح الطاقة نحو الأسفل.

سمح لنا هذا بإجراء مقارنة بين قيم الانزياحات المختلفة وحساب طاقة الانقسام للسبين– مدار لسويات الطاقة حيث يوجد النيكليون المفرد، ومقارنة ذلك مع القيم التجريبية.

طرائق البحث ومواده:

الهدف الأساسي الذي نسعى إليه في هذا البحث هو حساب طاقة السويات $E_{n\ell}$ وكذلك طاقة السويات الفرعية $E_{n\ell j}$ للنواة المدروسة ، من أجل ذلك ننظر في المعادلة (6) إن حل تلك المعادلة سوف يتيح لنا الحصول على ما نصبو إليه، ومع الإشارة إلى أنه في أعمال سابقة تم إدخال بعض الرموز من أجل تحويل المعادلة (6) إلى معادلة يُعبر حلها عن طاقة السوية. ومفيد هنا إعادة استخدام بعض هذه الرموز كما وردت في المرجعين [10، 11]:

$$\varepsilon_{n\ell j} = E - mc^2$$

ويمكن كتابة ذلك بالشكل:

$$\varepsilon_{n\ell j} + 2mc^2 = E + mc^2$$

واستخدم الرمز α الذي مثل بالعلاقة:

$$\alpha = \frac{E - mc^2}{2mc^2} \qquad \text{أو} \qquad \alpha = \frac{\varepsilon_{n\ell j}}{2mc^2}$$

تكتب المعادلة (6) بعد تعويض الرموز السابقة فيها بالشكل التالي [8] :

$$\alpha^2(1+\alpha)^2 - 2\beta\alpha(1+\alpha) - \gamma(\alpha+1) + \Delta = 0 \qquad (7)$$

حيث رمزنا :

$$\delta = \frac{4\hbar^2 c^2}{(2mc^2)^4} N^2 \frac{V_{0T}^2}{r_{0T}^2}$$

وكذلك:

$$\gamma = \frac{4\hbar^2 c^2}{(2mc^2)^3} \frac{m\omega^2}{2} N^2$$

وأيضاً:

$$\beta = \frac{1}{c} \frac{\hbar^2}{(2mc)^2} (2\chi - 1) \frac{V_0}{r_0}$$

وكذلك:

$$\Delta = \beta^2 - \delta$$

يمكن أن نلاحظ أن $\alpha << 1$ والسبب واضح لأن:

$$\alpha = \frac{\varepsilon_{n\ell j}}{2mc^2} = \frac{E - mc^2}{E + mc^2} << 1$$

استناداً على ما سبق تكتب المعادلة (7) بالشكل:

$$\alpha^2 - 2\beta\alpha - \gamma - \delta + \beta^2 = 0 \qquad (8)$$

ويمكن التعبير عن المعادلة (8) بالصيغة التالية:

$$(\alpha - \beta)^2 = \gamma + \delta$$

أو بالشكل:

$$\alpha = \beta + \sqrt{\gamma + \delta} \qquad (9)$$

وكما هو واضح أهملنا الجّذر السالب لأن قيمة α تصبح سالبة وهذا غير مقبول فيزيائياً.

نعوض قيم كل من γ و β و δ في المعادلة (9) نجد :

$$\alpha=\frac{1}{c}\frac{\hbar}{(2mc)^2}(2\chi-1)\frac{V_0}{r_0}+\frac{2\hbar c N}{(2mc^2)^{3/2}}\left[\frac{m\omega^2}{2}+\frac{1}{2mc^2}\frac{V_{0T}^2}{r_{0T}^2}\right]^{1/2} \qquad (10)$$

ولكن $\alpha=\frac{\varepsilon_{n\ell j}}{2mc^2}$ عند تلك الطاقة وتعطى $\varepsilon_{n\ell j}$ بالعلاقة:

$$\varepsilon_{n\ell j}=\frac{\hbar c}{2mc^2}\left[(2\chi-1)\frac{V_0}{r_0}\right]+\frac{2\hbar c N}{(2mc^2)^{1/2}}\left[\frac{mc^2\hbar^2\omega^2}{2\hbar^2c^2}+\frac{1}{2mc^2}\frac{V_{0T}^2}{r_{0T}^2}\right]^{1/2} \qquad (11)$$

مع العلم أن χ تكافئ العزم المداري في شكل الصيغة العامة للمعادلة القطرية أي أن:

$$\chi(\chi+1)=\ell(\ell+1)$$

وتعطى χ بدلالة العزم الكلي j و العزم السبيني بالشكل [12]:

$$\chi=\ell \quad ; \quad for\ j=\ell-\frac{1}{2}$$

$$\chi=-\ell-1 \quad ; \quad for\ j=\ell+\frac{1}{2}$$

حيث:

$$\chi=\ell(\ell+1)-j(j-1)-\frac{1}{4}$$

وأيضاً χ ترتبط بحد التأثير المتبادل السبين – مدار بالعلاقة:

$$\ell\sigma=-h(\chi+1)$$

وبالتالي المعادلة (11) وبسبب وجود χ و ارتباطها بالعزم الكلي تسمح بحساب قيمة انزياح الطبقة (السوية) الطاقية الفرعية $\varepsilon_{n\ell\ell-1/2}\left(j=\ell-\frac{1}{2}\right)$ نحو الأعلى حيث $\chi=\ell$ أصبح بالإمكان كتابة المعادلة (11) بالشكل التالي:

$$\varepsilon_{n\ell\ell-1/2}=\frac{\hbar c}{2mc^2}\left[(2\ell-1)\frac{V_0}{r_0}\right]+\frac{2\hbar c N}{(2mc^2)^{1/2}}\left[\frac{mc^2\hbar^2\omega^2}{2\hbar^2c^2}+\frac{1}{2mc^2}\frac{V_{0T}^2}{r_{0T}^2}\right]^{1/2} \qquad (12)$$

تحسب أيضا طاقة السوية الفرعية $\varepsilon_{n\ell\ell+1/2}$ (الانزياح نحو الأسفل) من معادلة الطاقة التي تكتب بالشكل:

$$\varepsilon_{n\ell\ell+1/2}=\frac{\hbar c}{2mc^2}\left[(-2\ell-3)\frac{V_0}{r_0}\right]+\frac{2\hbar c N}{(2mc^2)^{1/2}}\left[\frac{mc^2\hbar^2\omega^2}{2\hbar^2c^2}+\frac{1}{2mc^2}\frac{V_{0T}^2}{r_{0T}^2}\right]^{1/2} \qquad (13)$$

اعتمادا على المعادلتين (12) و (13) سنقوم بحساب طاقة السويات الفرعية $\varepsilon_{n\ell j}$ حيث $\left(j=\ell\pm\frac{1}{2}\right)$

وكذلك سوف نحسب طاقة السوية $E_{n\ell}$ (قبل الانقسام أو الانشطار) بكلام أخر يعني في هذه الحالة أن الكمون أو الجهد النووي هو كمون هزاز توافقي فقط. وكما هو معلوم تحسب الطاقة في هذه الحالة بالاعتماد على العلاقة:

$$E_{n\ell}=\left(2n_r+\ell+\frac{3}{2}\right)\hbar\omega \qquad (14)$$

حيث $\ell = 0,1,2,3,.......$ العزم المداري وكذلك $n_r = 1,2,3,.......$ العدد الكوانتي القطري وبالتالي نرى أن إنجاز الحساب الذي أشرنا إليه سوف يسمح لنا بمعرفة قيمة انزياح الطاقة نحو الأعلى في حالة عدم التوازي بين العزم السبيني والعزم المداري $\left(j = \ell - \frac{1}{2}\right)$ وكذلك الانزياح نحو الأسفل $\left(j = \ell + \frac{1}{2}\right)$.

يمكن هنا طرح الاستفسارات الآتية: هل هذه الإنزياحات (أعلى وأسفل) متساوية أم غير متساوية؟ وكم هي قيمة الانقسام السبين– مدار؟ وهل تتطبق مع القيم التجريبية؟ [9–13].

نجيب على ذلك بعد تطبيق المعادلات (12) و (13) و (14) على سويات طاقة نواة الكالسيوم Ca_{20}^{41} التي تحوي (21 نيترون و 20 بروتون) مع الإشارة إلى أن توزع النيترونات على الطبقات الفرعية يتم اعتمادا على العلاقة : $(2j+1)$ = عدد النيترونات حيث $(j = \ell \pm 1/2)$ بالشكل:

عدد النيترونات	2	4	2	6	2	4	1	0
رمز الطبقة	$0s_{1/2}$	$0p_{3/2}$	$0p_{1/2}$	$0d_{5/2}$	$1s_{1/2}$	$0d_{3/2}$	$0f_{7/2}$	$0f_{5/2}$

أو

عدد النيترونات	2	4	2	6	2	4	1
رمز الطبقة	$0s_{1/2}$	$0p_{3/2}$	$0p_{1/2}$	$0d_{5/2}$	$1s_{1/2}$	$0d_{3/2}$	$1p_{3/2}$

نعلم أن السويتين الطاقيتين 1p و 0f متراكبتين ومنطبقتين ولذلك إن النيترون الأخير يمكن أن يقع على السوية الفرعية $lp_{3/2}$ بدلا" من $0f_{7/2}$، وكذلك نرى في العديد من المراجع أن القيم التجريبية لانقسام السبين – مدار لنواة الكالسيوم Ca^{41} تحسب بالنسبة للسويتين 0f و lp [11- 12] بالشكل :

$$\Delta E^{SO}(0f) = \varepsilon_{n\ell\ell-1/2} - \varepsilon_{n\ell\ell+1/2} = E(0f_{5/2}) - E(0f_{7/2})$$

وكذلك

$$\Delta E^{SO}(1p) = E(1p_{1/2}) - E(1p_{3/2})$$

النتائج الحسابية والعددية لنواة الكالسيوم Ca^{41}:

تحسب $E_{n\ell}$ طاقة السويات لنواة الكالسيوم Ca^{41} اعتمادا على العلاقة (14)، وتحسب طاقة السويات الفرعية المرتبطة بالعزم الكلي j أي $E_{n\ell j}(E_{n\ell\ell+1/2}, E_{n\ell\ell-1/2})$ اعتمادا على العلاقتين (12) و(13) مع العلم أن المتحولات r_0 ، V_0 تعبر عن نصف قطر تأثير الجزء المركزي من الكمون وعمقه، وبينما تعبر كل من $V_{0\tau}$، $r_{0\tau}$ عن نصف قطر التأثير وعمق الكمون أو الجهد التنسوري. أما $\hbar\omega$ فتعبر عن الإزاحة الطاقية مع العلم أن قيم المتحولات المشار إليها أخذت من المراجع [10، 11، 12]، وتم ذلك وفق الآتي:

1– طاقة الحالة $0S_{1/2}$:

نلاحظ أن $n = 0$ وكذلك $\ell = 0$ وبالتالي $j = 1/2$ وهذا يعني أن:

$$2\chi - 1 = 2\ell - 3 = -3$$

وأخذت قيم المتحولات المشار إليها سابقا" من المرجعين [10، 11] وفق الأتي :

$$\hbar\omega = 41(\sqrt[3]{A})^{-1} = 41(\sqrt[3]{41})^{-1} = 11,89\ MeV$$

وكذلك $V_0 = 13\ MeV$ و $V_{0T} = 13MeV$ و $r_0 = 3.3\ Fermi$ و $r_{0T} = 3.25\ Fermi$ وبتعويض تلك القيم في المعادلة (13) نجد أن :

$$E(0s_{1/2}) = 16{,}632\,MeV$$

حُسبت القيمة السابقة باعتبار أن $j = \ell + 1/2 = 1/2$. لنحسب طاقة السوية $0S_{1/2}$ اعتماد على العلاقة:

$$E_{n\ell} = \left(2n_r + \ell + \frac{3}{2}\right)\hbar\omega$$

حيث $n_r = 0,1,2,3,4,.....$ العدد الكوانتي القطري و ℓ هو العزم المداري حيث $\ell = 0,1,2,3,4,.....$ وهذا شيء مشروع (مسموح) لأنة لا يوجد انقسام في هذه الحالة أي أن الجهد النووي المؤثر فقط هو كمون الهزاز التوافقي بالتعويض نجد:

$$E_{n\ell} = 17{,}825\ MeV$$

2 – طاقة السوية 0p وكذلك $0p_{3/2}$ و $0p_{1/2}$:

سوف نسمح لأنفسنا بحساب تفصيلي لهذه الحالة حتى نختصر في الحالات التالية ونجد بعد التعويض في المعادلة (12) :

$$E(0p_{1/2}) = E_{011/2} = \frac{197.32\ MeV.Fermi}{2(939.6\ MeV)}\left[(1)\frac{13\ MeV}{3.3\ Fermi}\right] +$$
$$+ \frac{2(197.32\ MeV.Fermi)}{(2\times 939.6\ MeV)^{1/2}} 2.5\left[\frac{(939.6\ MeV)(11.89\ MeV)^2}{2(197.32\ MeV.Fermi)^2} +\right.$$
$$\left. + \frac{1}{2\times 939.6\ MeV}\frac{(13\ MeV)^2}{(3.25\ Fermi)^2}\right]^{1/2} = 30.193\ MeV$$

تحسب طاقة السوية الفرعية $0p_{3/2}$ بالطريقة نفسها والقيم نفسها مع فارق وحيد هو $\chi = -\ell - 1$ من أجل $j = \ell + 3/2$ وبالتالي الحد $2\chi - 1 = 2(-\ell - 1) - 1$ ، ولكن من أجل الحالة 0p يكون $\ell = 1$ ومنه $2\chi - 1 = -5$. إذن:

$$E(0p_{3/2}) \equiv E_{013/2} = 27.712\ MeV$$

نحسب طاقة السوية 0p قبل الانقسام بالشكل:

$$E_{n\ell} \equiv E_{01} = 29.725\ MeV$$

في حالة عدم التوازي بين العزم السبيني والعزم المداري أي أن $j = \ell - 1/2$ يمكن حساب إنزياح السوية الطاقية نحو الأعلى بالشكل:

$$\Delta E_1 \equiv E_{n\ell j} - E_{n\ell} = E_{011/2} - E_{01} = 30.193 - 29{,}725 = 0.468\ MeV$$

بينما الانزياح نحو الأسفل حيث $j = \ell + 1/2$ يعطى:

$$\Delta E_2 \equiv E_{n\ell j} - E_{n\ell} = E_{013/2} - E_{01} = -2.013\ MeV$$

وبالتالي قيمة الانشطار أو الانقسام الذي حصل للسوية الطاقية :

$$\Delta E \equiv E_{n\ell\ell-1/2} - E_{n\ell\ell+1/2} = 30.193 - 27.712 = 2.481\ MeV$$

أو بالشكل:

$$\Delta E = \Delta E_1 - |\Delta E_2| = 2.481\ MeV$$

وكما نلاحظ أن قيمة الانزياح نحو الأسفل هي أكبر من الانزياح نحو الأعلى بأكثر من خمسة أضعاف.

3- السوية الطاقية 0d:

بالحساب وجدنا أن:

$$E_{n\ell j} = E_{023/2} = 42.93\, MeV$$
$$E_{025/2} = 38.797\, MeV$$

أما طاقة السوية 0d فتساوي:

$$E_{n\ell} = E_{02} = 41.615\, MeV$$

تعطى الإزاحة الطاقية بين السويتين $0d_{3/2}$ و $0d_{5/2}$ بالشكل التالي :

$$\Delta E = E_{023/2} - E_{025/2} = 4.133\, MeV$$

ويمكن ملاحظة أن الإزاحة نحو الأعلى تساوي 1.315 MeV والإزاحة نحو الأسفل تساوي 2.818 MeV.

4- السوية الطاقية 0f :

من المعادلة (12) نجد:

$$E_{035/2} = 55.67\, MeV$$

وتحسب $E_{037/2}$ من خلال التعويض في المعادلة (14) لنجد أن:

$$E_{037/2} = 49.881\, MeV$$

أما طاقة السوية 0f فتحسب بالاعتماد على العلاقة (14) حيث نجد أن:

$$E_{03} = 53.505\, MeV$$

واضح أن قيمة انزياح السوية الطاقية الفرعية نحو الأعلى تساوي 2.165 MeV وقيمة الانزياح نحو الأسفل تساوي 3.624 MeV وبالتالي طاقة الانشطار للسوية 0f تعطى:

$$\Delta E^{S.O}(0f) = E_{035/2} = 5.789\, MeV$$

5- السوية الطاقية 1p :

بالتعويض في المعادلات (12) (13) (14) والحساب وجدنا طاقة السوية الفرعية $E(1p_{1/2})$:

$$E_{n\ell\ell-1/2} = E_{111/2} = 54.017\, MeV$$

وكذلك طاقة السوية $E(1p_{3/2})$:

$$E_{n\ell\ell+1/2} = E_{113/2} = 51.535\, MeV$$

أما طاقة السوية $1p\,(\ell=1\ \&\ n=1)$ فتحسب بالتعويض بالمعادلة (14):

$$E_{n\ell} = E_{112} = 53.505\, MeV$$

تعطى طاقة الإنشطار السبين – مدار للسوية 1p بالعلاقة :

$$\Delta E^{S.O}(1p) = E_{111/2} - E_{113/2} = 2.481\, MeV$$

قيمة انزياح السوية 1p نحو الأعلى تساوي 0.512 MeV وقيمة الانزياح نحو الأسفل تساوي 1.969 MeV.

تم عرض نتائج الحساب لطاقة السويات والسويات الفرعية وقيمة الانزياح نحو الأعلى والأسفل وقيمة الانشطار (الانقسام) والقيم التجريبية المتوفرة في الجدول (1):

الجدول (1): قيم طاقة السويات وكذلك طاقة السويات الفرعية لنواة الكالسيوم Ca^{41}

	$E_{n\ell}$ MeV	$E_{n\ell\ell-1/2}$ MeV	$E_{n\ell\ell+1/2}$ MeV	الانزياح نحو الأعلى MeV	الانزياح نحو الأسفل MeV	قيمة $\Delta E^{s.o}$ النظرية MeV	قيمة $\Delta E^{s.o}$ التجريبية MeV
0s	17.835	–	16.623	–	1.212	–	–
0p	29.725	30.193	27.712	0.468	2.013	2.481	–
0d	41.615	42.93	38.797	1.315	2.818	4.133	–
1s	41.615	-	40.451	–	1.164	–	–
1p	53.505	54.017	51.535	0.512	1.969	2.481	2.47
0f	53.505	55.67	49.881	2.165	3.624	5.789	6.5

النتائج والمناقشة:

يمكن استنتاج ما يأتي اعتماداً على النتائج الحسابية لطاقة طيف نواة الكالسيومCa^{41} المعروضة في الجدول (1):

1– نلاحظ بالنسبة لسوية الطاقة 0S أن هناك قيمتين الأولى: $E_{n\ell}=17.835\,MeV$ حسبت من دون إدخال العزم الكلي j ، أما القيمة الثانية فهي: $E_{n\ell\ell+1/2}=16.623\,MeV$، وهي أقل من القيمة الأولى بحوالي 1,212 MeV وقد حسبت هذه القيمة إعتمادا على المعادلة (13) ، وكانت قيمة الحد $2\chi-1=2(-\ell-1)-1=-2\ell-3=-3$ حيث $\ell=0$، وكذلك $\chi=\ell-1$ من أجل $j=\ell+1/2$. إذن ما هو سبب هذا الفارق؟ يمكن القول ومن خلال النتائج المعروضة في الجدول أنه عندما $j=\ell+1/2$ فالانزياح يكون دوما نحو الأسفل (توازي العزم السبيني والعزم المداري)، وقد يكون هذا سبب الفارق بين القيمتين. طبعاً هذه الحالة لطاقة $0s_{1/2}$ لا يمكن أن تعاني انشطار أو انقسام بسبب انعدام العزم المداري وبالتالي التأثير السبين – مدار يساوي الصفر. ونرى أنه نستطيع أن نحسم الجدل إذا لاحظنا أن فرق الطاقة بين 0s و 1s هو:

$$E(1s)-E(0s)=23.78\,MeV=2\hbar\omega$$

وبالتالي $\hbar\omega=11.89\,MeV$ وهذا ينطبق مع قيمة $\hbar\omega$ المستخدمة في الحساب وفي المرجع [11] ومع القيمة التجريبية لـ $\hbar\omega$ حيث $\hbar\omega=41/\sqrt[3]{A}$ و A هو العدد الكتلي للنواة المدروسة.

2 – بالنسبة إلى السوية الطاقية 0p نلاحظ أنه في حالة عدم توازي العزم السبيني والعزم المداري فإن انزياح السوية سيكون نحو الأعلى، وفي حالة التوازي بين العزمين المذكورين، فإن الانزياح نحو الأسفل هو أكبر بالقيمة المطلقة بحوالى خمس مرات منه نحو الأعلى وقيمه انقسام أو انشطار السوية 0p مساو: $2.481\,MeV$، ولكن ما السبب الذي يجعل الانزياح نحو الأسفل أكبر منه نحو الأعلى؟ يمكن القول إنه قد يكون هناك سببان هما:

(1) عدد النكليونات المتوضعة على الطبقة الفرعية في الحالة $j=\ell+1/2$ أكبر منه في الحالة $j=\ell-1/2$.

(2) العزم السبيني والعزم المداري للنكليونات في حالة الانزياح نحو الأسفل متوازيان.

3 – عند رسم طيف طاقة النواة المدروسة نلاحظ أن هناك تراكباً و إنطباقاً بين 0d و 1s وذلك لأن: $E_{n\ell}(0d) = 41.615\,MeV$ ، وكذلك: $E_{n\ell}(1s) = 41.615\,MeV$ مع الإشارة إلى أن الكمون أو جهد التأثير المتبادل النووي في هذه الحالة هو كمون هزاز توافقي، ولكن مع وجود الكمون أو الجهد النووي الذي يدخل في معادلة ديراك وقيم المتحولات المستخدمة في الحساب نلاحظ أن:

$$E_{101/2} = E_{n\ell j}(0s) = 40.451\,MeV$$

وعند رسم طيف الطاقة تكون سوية الطاقة $1s_{1/2}$ متوضعة تحت السوية 0d. بالنسبة إلى السوية الطاقية 0d أيضا عانت من تشقق أو انشطار نحو الأعلى ونحو الأسفل، ويمكن ملاحظة أن قيمة الانزياح نحو الأسفل أكبر بالقيمة المطلقة من قيمة الانزياح نحو الأعلى بحوالى مرتين فقط رغم أن قيمة الانشطار أو الانشقاق تساوي 4.133 MeV.

4 – السويتان 0f و 1p في حالة الكمون النووي الذي يعبر عن كمون هزاز توافقي تكونان منطبقتين أو متراكبتين ولهما قيمة الطاقة نفسها:

$$E_{11}(1p) = E_{03}(0f) = 53.505\,MeV$$

بالنسبة لـ $E_{n\ell j}$ في حالة السوية الطاقية 0f نلاحظ أن السلوك هو ذاته حيث إن قيمة الانزياح نحو الأعلى تكون مساوية: $E_{035/2} = 2.165\,MeV$ وكذلك نحو الأسفل: $E_{037/2} = 3.624\,MeV$ رغم أن قيمة الانشطار بين الإزاحتين كبيرة إلا أن النسبة بين الإزاحتين أصبحت أقل مما هو عليه في السويات المشار إليها سابقا. الملفت للنظر هو أن انزياح السوية 0p نحو الأعلى أقل من انزياح 1p نحو الأعلى حيث نلاحظ أن: $E_{011/2} = 0.468\,MeV$ ، $E_{111/2} = 0.512\,MeV$ ، وعلى العكس بالنسبة إلى الإنزياح نحو الأسفل حيث: $E_{013/2} = 2.013\,MeV$ أو $E_{113/2} = 1.919\,MeV$ ، أما طاقة الانشطار السبين – مدار للسوية الطاقية 0f فتحسب:

$$\Delta E^{S.O}(0f) = E_{035/2} - E_{037/2} = 5.79\,MeV$$

وكذلك طاقة الانشطار السبين – مدار لـ 1p فهي:

$$\Delta E^{S.O}(1p) = E_{111/2} - E_{113/2} = 2.48\,MeV$$

الشيء المهم في القيمتين السابقتين هو وجود قيم تجريبية للحالتين [9–13] وكما هم واضح في الجدول اقتصار القيم التجريبية للانشطار السببين – مدار على الحالتين 1p & 0f هو بسبب وجود النيكليون المفرد إما في 0f أو في 1p.

الاستنتاجات والتوصيات:

الاستنتاجات:

1. انزياح السويات الطاقية في الحالة $j = \ell + 1/2$ نحو الأسفل هو أكبر من الانزياح نحو الأعلى $j = \ell - 1/2$ وتقل النسبة بين هدين الانزياحين بزيادة قيمة العزم المداري ℓ.
2. زيادة قيمة الانشطار (الإزاحة الطاقية بين $E_{n\ell\ell-1/2}$ و $E_{n\ell\ell+1/2}$) أيضا بزيادة قيمة العزم المداري ℓ.
3. بمقارنة القيم التجريبية للانشطار مع القيم النظرية نلاحظ أنة في الحالة $(\Delta E^{S.O}(0f))$ يكون الانطباق جيداً وفي حالة $(\Delta E^{S.O}(1p))$ يكون الانطباق تام بين القيمتين.

4. يمكن رسم خارطة لطيف طاقة نواة الكالسيوم Ca^{41} اعتمادا على القيم المعروضة في الجدول (1).

التوصيات:

1. استمرار البحث والدراسة في تطبيقات نموذج النيكليون المفرد، مما يسمح في فهم أكبر لبعض القيم التجريبية النووية.
2. المتابعة في الدراسة السابقة ومحاولة رسم طيف طاقة لنواة جديدة في إطار النموذج المدروس.
3. محاولة إيجاد مساهمة الكمون التنسوري في قيمة السويات المدروسة.

المراجع:

1- MYEN,G. *On closed shells in nuclei* .Phys. Rev ., 74, 1949, 235,239.

2-NORDHEIM I,M. *On spins, moments and shell nuclei*. Phys. Rev., 1949, V.75, 1894- 1902

3-HAXEL, O.; TENSEN, J . D. *On the "Magic Numbers" in nuclear structure*. Phys. Rev.,V,75,1949, 1766-1769.

4-MILLER. L.D. *Relativistic Single – Particle for Nuclei*. Ann. Phys., V. 91, 1975, 40-57.

5-MILLER,L.D. *Exchange potential in Relativistic Hateer-Fock theory of closed – shell nuclei* .Phys. Rev. C., V.9,1974, 537-554.

6-MILLER.L.D. *State – dependent equivalent local potentials for the Dirac equation*. Phys.Rev.C.,V.12,1979, 710-715.

7-LISBOA, R; MALHEIRO, M.; CASTRO, A.S; ALBERTO, P. and FIOLHAIS. *Pseudospin Symmetry and the Relativistic Harmonic Oscillator*. M. Phys. Rev. C, 69, 2004, 24319.

8-ВАШАҚИДЗЕ,И. (VASHAKIDZE,I. S.) *Ш,ПрименеиеРелятивистского, Уравнения Шредингера Для Рeжения Не Ќоморых ЗАДАЧ.*(Using the Relativistic Schrödinger equation to solve some Physics problems) Tδuлиcu , ,TΓY,T.23,1987 , 171-189.

9-VASHAKIDZE, I. S,; BUCHANI, A. S. *Relativistic theory of single particle states and spin – orbital interaction* .Tδuлиcu ,TΓY,T.129-6,1990, 86-98.

10- د. بيشاني . أحمد. *حساب طاقة الانشطار (سبين – نواة) لبعض نوى الجسيم الواحدي*. مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية سلسلة العلوم الأساسية المجلد (29) العدد (1) 2007 (11-23)

11- د. بيشاني . أحمد. حساب *ثابت الإزاحة الطاقية ($\hbar\omega_*$) لبعض النوى بإستخدام معادلة ديراك مع كمون نووي يحوي تأثيرات مركزية وتنسورية*. مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية سلسلة العلوم الأساسية المجلد (29) العدد (1) 2007 (23-33)

12-VASHAKIDZE, I . S .; BUCHANI ,A .S . *Relativistic theory effects in nuclear single – particle states* . Tδилиси , TΓY ,T .296-6,1990,128-142.

13- KRUTOV,V.A. *Relativity and Spin –Orbit Interaction of Nuclei* . J. Phys V.6.; 1988, 93-105.