مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية _ سلسلة العلوم الأساسية المجلد (29) العدد (1) 2007
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research- Basic Sciences Series Vol. (29) No. (1) 2007

تصميم مشذّر لترميزات تربو بالاعتماد على تحليل أداء الترميز

الدكتور محمد بشير قابيل*
الدكتور محي الدين وايناخ**
بشار بشير التكلة***

(تاريخ الإيداع 11 / 1 / 2007. قُبِل للنشر في 2007/2/22)

□ الملخّص □

يعتبر المشذّر عنصراً أساسياً في ترميزات تربو، وتصميمه أساسياً لاكتساب أداءٍ عالٍ بهذه الترميزات.

نقترح بهذا البحث تصميم مشذّر لترميزات تربو باستعمال خوارزمية التمثيل المقترح للأعداد الكسرية التي تمّ إيجادها. وبالإعتماد على طيف مسافة ترميز تربو كمعيار للتصميم.

يتم وضع خوارزمية عملية ترميز تربو، ثم خوارزمية تصميم المشّذر المقترحة مع الأمثلة. إضافة لإجرائيات المشذّر وعملية ترميز تربو بلغة Pascal. ويُحقق في تصميم المشذّر المقترح للنقاط الأساسية لتصميم مشذّر بالاعتماد على تحليل أداء الترميز حيث يتم شرح مدى تحقيق المشذّر المقترح لهذه النقاط الأساسية بأمثلة تطبّق على ترميز تربو.

إن التعقيد الحسابي بخوارزمية تصميم المشذّر المقترحة يزيد مع طول المشذّر، لكن عند مقارنة المشذّر المقترح مع مشذّرات أخرى مقترحة سابقاً (شبه عشوائي، غير منتظم، Helical simileالصندوقي) من حيث توزيعات الوزن فيعطي المشذّر المقترح لترميزات تربو خواص مسافة مُميّزة، ويقدّم أيضاً لترميزات تربو أداءاً مميّزاً يُقيّم بدراسة أداء ترميز تربو لمشذّرين مختلفين (شبه عشوائي، المشّذر المُقترح) وإيجاد منحنيات الأداء المقدّرة لهما.

الكلمات المفتاحية: ترميزات تربو– المشذّرات – التمثيل الجديد للأعداد الكسرية– طيف المسافة– التوزع الوزني.

* أستاذ دكتور – قسم الرياضيات– كلية العلوم– جامعة دمشق– سورية.
** أستاذ دكتور– المعهد العالي للعلوم التطبيقية والتكنولوجيا – دمشق– سورية.
*** طالب دكتوراه– اختصاص معلوماتية ونظم اتصالات – قسم الرياضيات– كلية العلوم– جامعة دمشق– سورية.

Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research- Basic Sciences Series Vol. (29) No. (1) 2007

An Interleaver Design for Turbo Codes Based on The Code Performance Analysis

Dr. M.B. Kabil*
Dr. M.D. Whenakh **
Bashar Basheer Takleh ***

(Received 11 / 1 / 2007. Accepted 22/2/2007)

□ ABSTRACT □

The interleaver is a key component of Turbo codes and its design is essential for achieving high performance in these codes.

I present in this research an interleaver design algorithm using the proposed representing algorithm of fractional numbers, turbo encoding algorithm, and their procedures. The weight distribution as design criterion is presented.

The complexity of the algorithm presented in this research arises from interleaver length. The qualities of the algorithm is demonstrated by comparing the weight distributions of various Turbo codes using a number of previously proposed interleaver techniques (pseudo random, non uniform, and block Helical simile) which is achieved good distance properties, and high performance of turbo codes.

Key words: Turbo codes, Interleavers, New representing of Fractional numbers, Distance spectra, weight distribution.

* **Professor, Department pf Mathematics, Faculty of Sciences, University of Damascus, Damascus, Syria.**
****Professor, High Institute for Technology Science, Damascus, Syria.**
*****Ph. D Student, Department of Mathematics, Faculty of Sciences, Damascus University, Damascus, Syria.**

1- مقدمة:

ترميز تربو هو نوع من ترميزات القناة يُكسب ترميزات قريبة من سعة قناة " شانون"، والذي اكتشف عام 1993 من قبل Berrou et al [5]. وحالياً ترميزات تربو هي الموضوع والغرض للعديد من الأبحاث ليس بسبب نظم ترميزها وكشف ترميزها الذي يقدم أداءاً مُميّزاً، ولكن أيضاً بسبب استعمالها لطرق جديدة مختلفة عن تقنيات نظرية الترميز العادية[2].

تحوي ترميزات تربو مرمّزين مكوّنين على الأقل مرتبطين على التسلسل بعنصر هام يدعى المشذّر كما يظهر في الشكل(1). ويتم التشذير على سلسلة المعلومات قبل تغذيتها للمرمّز المكوّن الثاني ويشّكل إعادة ترتيب لرموز المعلومات[3]. حيث إن الضم لمرمّزين تعاوديين مع المشذّر يزود بحل لقضيتين هامتين مرتبطتين بالترميز: الابتكار لترميزات بخواص مسافة مُميّزة، والتي يمكن كشف ترميزها بشكل فعال خلال كشف الترميز التعاودي[9],[6].

إن قدرة تصحيح الخطأ لترميز خطي يتعلق بأوزان هامينغ لمجموعة من كلمات الترميز مثلاً التوزع الوزني للترميز. وفي الشكل (1) تصاغ أوزان هامينغ لكلمات الترميز من ثلاثة أجزاء: وزن كلمة الدخل w و أوزان كلمات التماثل من كل مرمّز مكوّن z^1 و z^2.

إنّ الهدف عند تصميم مشذّرات لنظم ترميز متسلسلة على التوازي هو تفادي تكافؤ سلاسل التماثل من المرمّزات المكّونة بحيث يكون كامل كلمات الترميز بأوزان هامينغ منخفضة (الناشئة من سلاسل دخل غير صفرية). وقد نوقش في [7],[2] أن كلمات دخل بوزن منخفض (مثلاً $w=2,3,4,..$) تنتج وزن منخفض بكامل كلمات الترميز.

تتوزع فقرات البحث الذي تمّ انجازه في قسم الرياضيات- كلية العلوم - جامعة دمشق في النصف الثاني من العام 2006 على الشكل التالي: بعد أهمية البحث وأهدافه تكون تعاريف أساسية في الفقرة(1)، وتقدم الفقرة (2) دور المشذّر، ويتم وضع الخطوط الأساسية لتصميم مشذّر اعتماداً على تحليل أداء الترميز في الفقرة (3)، ويعرض في الفقرة (4) خوارزمية عملية ترميز تربو، أما تصميم المشذّر المقترح وتتضمن(تعاريف وأوليات - الخوارزمية- أمثلة - ثم مناقشة مدى تحقيق الخوارزمية المقترحة للخطوط الأساسية لتصميم مشذّر يعتمد على تحليل أداء الترميز) فتكون في الفقرة (5)، وتتضمن الفقرة (6) مقارنة المشذّر المقترح مع مشذّرات أخرى من حيث توزيعات الوزن، بينما تكرّس الفقرة (7) لدراسة أداء ترميز تربو لمشذّرين مختلفين(شبه عشوائي، المشذّر المُقترح) وإيجاد منحنيات الأداء المقدّرة لهما، وتكون النتائج والمناقشة في الفقرة(8)، وأخيراً الاستنتاجات والتوصيات في الفقرة (9).

2- أهمية البحث وأهدافه:

تكمن أهمية البحث بكون ترميز تربو من التراميز الهامة، فيجري البحث فيه منذ أكثر من عشر سنوات بسبب استعماله في تطبيقات هامة مثل: الاتصالات- الشبكات- وسائط التخزين- الشبكات النقالة. .....

وبما أنّ المشذّر أحد المكونات الأساسية والهامة بترميز تربو، وتصميمه أساسياً لإكتساب أداءٍ عالٍ بهذا الترميز، فيهدف البحث لتصميم مشذّر لترمزات تربو يعتمد على تعديل بترتيب سلسلة بتات باستعمال خوارزمية تمثيل مقترح للأعداد الكسرية الذي هو بدلالة 0 و 1، واعتماداً على توزع الوزن كمعيار للتصميم، بحيث ينتج هذا المشذّر بتوزيعات وزن أفضل من مشذّرات أخرى، ويُكسب ترميزات تربو خواص مسافة مُميّزة وأداءاً مُميّزاً.

1- تعاريف(Definitions) [7]:

طيف مسافة هامينغ (Hamming distance): طيف مسافة هامينغ في ترميزات القناة هو مقدار الفرق بين كلمات الترميز، أو المكافئة لها بالترميزات الخطية يكون التوزع الوزني(Weight distribution).

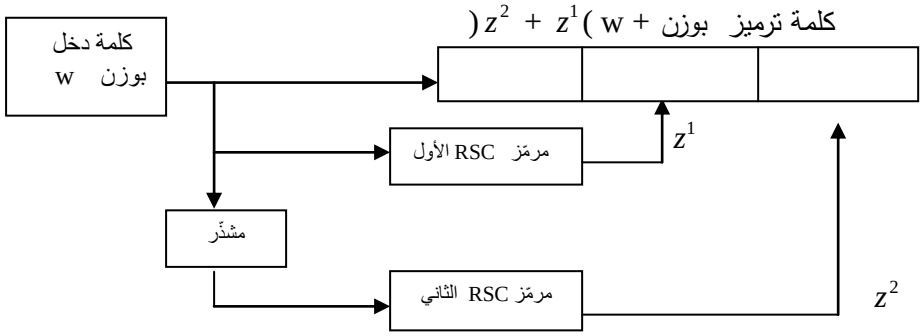
مسافة هامينغ: تعرّف مسافة هامينغ بين كلمتي ترميز بعدد المواقع أو الرموز المختلفة بين الكلمات.

وزن هامينغ (Hamming weight): وزن هامينغ لكلمة ترميز هو عدد الرموز غير الصفرية في كلمة الترميز.

التوزع الوزني(Weight distribution) لترميز: هو قائمة لعدد من كلمات الترميز التي لها وزن في المجال من 0 إلى n. ترجع هذه الأعداد لأعداد كثيرة أُشير إليها بـ a_d و حيث d = o,1,...,n وبالتالي a_d يساوي عدد كلمات الترميز بوزن هامينغ d.

2- دور المشذّر(Role of Interleaver) :

إن قدرة تصحيح الخطأ لترميز خطي يتعلق بالأوزان لمجموعة من كلمات ترميزه. ودور المشذّر بنظم ترميز تربو أن يطبّق مجموعة من كلمات التماثل من المرمّز المكوّن الثاني (المجموعة C^2) لتضم مجموعة من كلمات تشكّل كلمات الدخل معاً مع كلمات التماثل من المرمّز المكوّن الأول (المجموعة C^1). فإذا لم يؤخذ الحذر، فالعنصر من المجموعة C^1 بوزن هامينغ المنخفض ($w + z^1$) سيُضم مع العنصر من المجموعة C^2 التي لها أيضاً وزن منخفض(z^2). وتنتج كلمة ترميز سيكون لها وزن منخفض وتأثير سيئ على أداء الترميز[7].



الشكل (1) : المبدأ الأساس لنظام ترميز تربو المدروس

هذه التطبيقات يمكن أن تحدث عند استعمال مشذّر شبه-عشوائي، والتي تطبّق كلمات من C^1 و C^2 بشكل عشوائي. وفي المشذّر الصندوقي فإن البتات تكتب بأسطر وتقرأ بأعمدة وتقدّم أيضاً لهذه التطبيقات غير المرغوب فيها.

المرمّزات المكوّنة في الشكل (1) هي مُرمّزات تلفيفية تعاودية، ويظهر في الشكل (2) مثال عليها.

لكل كثير حدود مولد بتغذية عكسية g_1 يوجد كلمات دخل التي تنتج كلمات تماثل مكونة بوزن منخفض. من أجل $g_1 = (17)_8$ كما في الشكل (2) فإن مثل هذه الكلمات هي:

00…0100000010…00 و 00…01000110…..00 و 00…011010…00

كل كلمات الدخل هذه لها خاصية واحدة وهي أنها تعيد المُرمّزات المكوّنة لحالتها الأصلية (مثلاً الحال الصفرية). والكلمات التي تكون بهذه الخاصية يقال أنها ذاتية الانتهاء، وهذه الخاصية أساسية لأن سلسلة الدخل التي لا تكون ذاتية الانتهاء ستنتج سلسلة تماثل بوزن غير منته إذا لم تتم عملية البتر عليها. وهي لذلك لن تنتج كامل كلمة

الترميز بوزن منخفض. إنّ تركيبات المشذّرات التي تسعى لتفادي تطبيقات كلمات دخل ذاتية الانتهاء لكلمات أخرى ذاتية الانتهاء قد اقترحت في المشذّر غير المنتظم [4] و مشذّر Helical simile الصندوقي [1] حيث تستند هذه المشذّرات على مشذّر صندوقي عادي لكن بتات الخرج تقرأ بشكل معدّل بدلاً من عمود بعمود.

المبدأ الأساسي لمشذّر Helical simile الصندوقي هو أن تقرأ البتات قطرياً بدلاً من عمود بعمود بنهايات محددة على عدد من الأسطر والأعمدة في المصفوفة، والمشذّر الناتج يدعى عندئذ مشذّر simile الذي ينهي كلا المرمّزات المكوّنة في الحال نفسها. أما المشذّر غير المنتظم فيقرأ بتات الخرج قطرياً لكن بقفزات سطر وعمود محددة بين كل قراءة. هذه المشذّرات تنجح بتفادي عدة تطبيقات غير مُفضلة، ومع ذلك تقدّم كلمات ترميز بوزن منخفض. ولهذا السبب يتم البحث بمشذّرات تنتج بتوزيعات وزن أفضل كما في بحثنا المقترح الذي سيأخذ بالإعتبار لهذه القضية، إضافة لتحقيق بعض الخطوط الأساسية الأخرى لتصميم مشذّر يعتمد على تحليل أداء الترميز.

3- الخطوط المُرشدة لتصميم مشذّر اعتماداً على تحليل أداء الترميز

(Interleaver Design Guidelines Based on The Code Performance Analysis) :

اقترحت هذه المرشدات في [10],[8] وهي:

1- الحفظ بعشوائية المشذّر: يزود المشذّر ببيانات معلومات مُبعثرة لمرمّز العنصر الثاني لتعيد ربط المُدخلات لكاشفي الترميز. لذلك فإن خوارزمية كشف الترميز شبه الأمثلية التعاودية [3] تعتمد على تبادل المعلومات غير المترابطة بين كاشفي الترميز بسبب عمليات التشذير وفك التشذير. وكلما كان المشذّر " أكثر بعثرة " يسبب تبدّل المعلومات غير المترابطة أكثر. مثال: بعد تصحيح بعض من الأخطاء بكاشف الترميز الأول فإن الأخطاء الباقية تُنشر بالمشذّر بحيث تصبح قابلة للتصحيح بكاشف الترميز الآخر. وبزيادة عدد التكرارات بعملية كشف الترميز فإن احتمال خطأ البت يقترب من سعة القناة.

2- قطع المشذّر لعدة عينات دخل بطول قصير: تنتج سلاسل الدخل ذات الأطوال القصيرة على الأرجح كلمات ترميز بوزن منخفض، عندئذ يقطع المشذّر لعينات الدخل هذه أو يُمددها لمسارات أطول وبالتالي زيادة ترميز مسافة هامينغ الحرة أو تخفيض عدد كلمات الترميز ذات المسافات الصغيرة في طيف مسافة الترميز أي سيزيد ناتج وزن كلمة الترميز.

3- تحديد عينات دخل بوزن منخفض الأكثر أهمية لتُقطع: إن عينات الدخل الأكثر أهمية هي التي تعطي إسهامات كبيرة لاحتمال خطأ الترميز بنسبة إشارة – إلى- ضجيج((Signal-to-Noise Ratio(SNR) عالية. إن عينات الدخل هذه تنتج كلمات ترميز بوزن منخفض توافق لعدة خطوط أولى طيفية المسافة في طيف مسافة ترميز تربو. ويتم تحديد الدخل الأكثر أهمية على أساس تحليل الأداء. وبالتالي، فإن تصميم المشذّر الذي يعتمد على تحليل أداء الترميز سيؤكد أن عينات الدخل هذه ستكون مقطوعة، ولذلك ستكون خطوط طيفية المسافة العديدة الأولى مُزالة.

4- عند تصميم المشذّر فإنه مرغوبٌ وبشكل كبير أن تكون خوارزمية التصميم مرنة وفعّالة حسابياً.

4- خوارزمية عملية ترميز تربو(Turbo encoding algorithm):

يُظهر الشكل (2) مرمّز تلفيفي نظامي تعاودي((Recursive Systematic Convolutional (RSC).
يُسمى هذا الترميز التلفيفي تعاودياً لأن بتات المعلومات المرمّزة سابقاً تغذى عكسياً باستمرار لدخل المرمّزات، وهو نظامي لأن سلسلة المعلومات هي جزء من كلمة الترميز التي توافق لاتصال مباشر من الدخل إلى أحد المُخرجات. وينتج عن مرمّزي (RSC) الأول والثاني سلسلتان تماثليتان(فائضة). وبضم السلسلة الأصلية مع سلسلتي التماثل ينتج لدينا كلمة ترميز تربو. وتعطى حدودية الترميز لمرمّز (RSC) بالتمثيل الثماني.

- **أوليات و تعاريف(Definitions):**

حدودية التوليد للترميز: $G(D)=\left[1,\frac{g_2(D)}{g_1(D)}\right]$

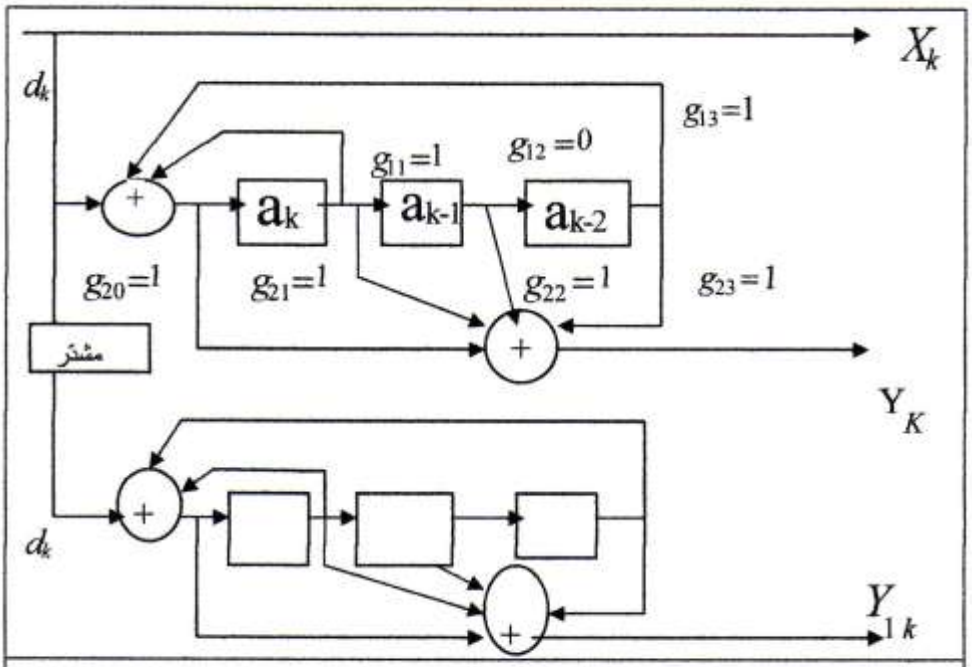
كثير حدود التغذية الـ $g_1(D)$ ، كثير حدود التغذية العكسية: $g_2(D)$

ذاكرة المرمّز: υ ، سلسلة دخل المرمّز المكوّن الأول: $d_k : k \in \{1.....N\}$

سلسلة دخل المرمّز المكوّن الثاني: $\tilde{d}_k$ سلسلة خرج البيانات الأصلية: X_k الخرج من مرمّزي RSC هما:

و Y_{1k} لة Y_k ر في الزمن k: a_{k-i} ، دخل مسجل الإزاحة هو حيث: a_k

$$a_k = d_k + \sum_{i=1}^{\upsilon} g'_i a_{k-i} \qquad (\mathrm{mod}\,2)$$



الشكل(2): مرمّز تربو بكثيرات حدود تغذية أمامية وعكسية $(15)_8$ و $(17)_8$ على التتالي

- **خوارزمية عملية ترميز تربو:**

Encoding algorithm
begin

$if \quad d_k = X_k \quad then$

$g'_i = g_{1i}$

$else$

$g'_i = g_{2i}$

$for \quad k = 1: \quad N$

يكون

يكون

نحسب

نحسب

5- تصميم المشذّر المقترح(Design of The Proposed Interleaver):

- **تعاريف (Definitions):**

π : الشعاع الذي يعرّف المشذّر $\pi=[\pi(1),\pi(2),.....,\pi(N)]$ حيث العنصر ذي الرقم k هو موضع الدخل $\pi(k)$ الذي شذّر للموضع ذي الرقم k في السلسلة المشذّرة.

$d_k=\{1,.....,N\}$: السلسلة الأصلية، $\tilde{d}_k=\{1,....N\}$: السلسلة المشذّرة.

- **الخوارزمية(Algorithm):**

1- لتكن $d_k=(\delta_i : i=1,N;\delta_i=0,1)$ سلسلة معطاة بعدد N من بتات

2- بفرض أن هذه السلسلة معطاة بالنظام الثنائي وكعدد عشري أقل من 1

3- تحويل السلسلة المعطاة بالنظام الثنائي وكعدد عشري أقل من 1 إلى عدد بالنظام العشري والناتج هو عدد عشري أقل من 1. وهنا قد يلزم إضافة أصفار للسلسلة الثنائية بحيث تحقق الفرض (2).

4- تطبيق التمثيل المقترح للأعداد الكسرية بنظام السلسلة المتباعدة $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n}$ على العدد العشري الناتج الأقل من 1 بالشكل التالي:

1"- إيجاد مقلوب الكسر وإجراء عملية التقسيم

2"- إيجاد القسم الصحيح لناتج عملية التقسيم لهذا المقلوب وإضافة 1 إليه

3"- مقلوب الناتج (وتسجيل الناتج)

4"- الكسر الجديد= الكسر القديم – مقلوب الناتج

5"- إذا نتج بسط الكسر الجديد 1 تنتهي خوارزمية التمثيل الكسرية وإلا العودة إلى (1")

5- تنتج السلسلة المشذّرة وهي $\tilde{d}_k = \{1,....N\}$.

- **أمثلة(Examples):**

مثال 1: تمثّل الأعداد في التمثيل المقترح للأعداد الكسرية (Proposed Representing of FRactional Numbers (PRRN)) بنظام السلسلة المتباعدة $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n}$ بالشكل التالي: يضرب الكسر بمقلوب حدود السلسلة بدءاً بالحد 2 ، طالما أن القسم الصحيح للناتج مساو للصفر يتم الاحتفاظ بالصفر، ونتابع حتى يتم الحصول على قسم صحيح أكبر من الصفر فيُحتفظ ببسط الحد1 . ومنه يتم الحصول على كسر جديد مساوٍ للكسر القديم مطروحاً منه حد السلسلة الذي تمّ الوصول إليه.

$$=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}=0\times\frac{1}{2}+0\times\frac{1}{3}+0\times\frac{1}{4}+1\times\frac{1}{5}=(0.0001)_{PRRN}\ (0.2)_{10}$$

$$(0.3)_{10}=\frac{3}{10}=\frac{1}{4}+\frac{3}{10}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{20}=(0.00100000000000000001)_{PRRN}$$

ومنه لدينا في تمثيل هذا الكسر العشري 1 في الخانة4 و 1 في الخانة 20 بدءاً من الحد 2 وما بينهما أصفار.

مثال2: يشرح خطوات خوارزمية المشذّر:

1- لتكن السلسلة المُدخلة الأصلية $d_k = \{1,.....,N\}$ = 011001

2- نفرض السلسلة المُدخلة d_k = 011001 معطاة بالنظام الثنائي وكعدد عشري أقل من 1 أي تكتب بالشكل: $=0.011001\,d_k$

3- تحويل هذه السلسلة من الثنائي إلى العشري: $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{64}=\frac{25}{64}$ والناتج هو عدد عشري أقل من 1

4- تطبيق التمثيل المقترح للأعداد الكسرية (PRRN) بنظام السلسلة المتباعدة $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n}$ على الكسر $\frac{25}{64}$ بالشكل:

1"- إيجاد مقلوب $\frac{25}{64}$ وهو $\frac{64}{25}$ وإجراء عملية التقسيم

2"- إيجاد القسم الصحيح لناتج عملية التقسيم + 1: $= 2 + 1\frac{64}{25}$

3 "- تسجيل مقلوب الناتج: $\frac{1}{3}$

4 "- الكسر الجديد= الكسر القديم – مقلوب الناتج:

$$\frac{25}{64}=\frac{1}{3}+\frac{25}{64}-\frac{1}{3}$$

$$=\frac{1}{3}+\frac{11}{192}$$

5 "- تطبيق خطوات التمثيل المقترح على الكسر $\frac{11}{192}$:

$$\frac{25}{64}=\frac{1}{3}+\frac{1}{18}+\frac{11}{192}-\frac{1}{18}$$
$$=\frac{1}{3}+\frac{1}{18}+\frac{1}{576}$$

5- تنتج السلسلة المشذرة: (3,18,576)

أي (3,18,576)= $\tilde{d}_k$ $\leftarrow$ (4,8,64)= d_k حيث تمثل هذه الأعداد مواضع الوحدان من السلسلة الأصلية إلى السلسلة المشذّرة وما بينهما أصفار. ولتكون أطوال السلسلتين متساويتين فيتم إضافة أصفار للسلسلة الأصلية من اليمين حتى تصبح مساوية لطول للسلسلة المشذّرة.

- **الإجرائيات (Procedures):**

إجرائيات المشذّر المقترح:

إجرائية إيجاد القوة والتي تستعمل ضمن إجرائية المشذّر المقترح:

```
procedure   po( a,b:integer; var   c: real);
 var   i,m: integer;
  begin
     c:=1;
     if  b>0  then
    for i:=1  to  b  do
      c:=c*a
      else
     begin
       m:=-b;
       for  i:=1  to  m  do
       c:=c*a; c:=1/c; end;
  end;
```

إجرائيات عملية ترميز تربو:

تستعمل ضمن إجرائية عملية ترميز تربو الإجرائيات التالية:

إجرائية التحويل من عشري إلى ثنائي:

```
procedure Tahwel2(n: integer; var v: array[1..100]of integer, var  k: integer);
var t1,t2:  integer;
 begin
k:=0                                                                    ;

if  n<2 then
    begin
      v[1]:=n; k:=k+1;
       end
      else
    begin
     while n>= 2 do
      begin
       t1:=n  div  2;  t2:=n  mod 2; k:=k+1;
       v[k]:=t2; n:= t1;
```

```
      end;
      k:=k+1; v[k]:=n;
    end;
end;
```

إجرائية التحويل من ثماني إلى ثنائي:

```
procedure  g1g2(  v: array[1..100]of integer; var  w1,w2: array[1..100]of integer, var l1,l2:
integer);
var   t1,t2,t3,t4,c1,c2: integer;
 begin
  t1:= v[1] mod 10; t2:= v[1] div 10;
  t3:= v[2] mod10;  t4:= v[2] div 10;
    c1:=8* t2+t1; c2:=8* t4+t3;
    tahwel(c1,w1,l1); tahwel(c2,w2,l2);
  end;
```

- **مناقشة الخطوط الأساسية في تصميم المشذّر المقترح (Discussion of the Guidelines in The Proposed Interleaver Design):**

يتم في هذه الفقرة مناقشة مدى تحقيق النقاط الأساسية المذكورة في الفقرة(3) في تصميم المشذّر المقترح:

1- يلاحظ أن هذا المشذّر ذو بعثرة كبيرة كما في المثال (2) السابق وذلك ناتج عن استعمال خوارزمية التمثيل المقترح للأعداد الكسرية التي تعتمد نظام السلسلة المتباعدة $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n}$ أي تمّ الحفاظ على عشوائية المشذّر. ونتيجة لهذه البعثرة الكبيرة فإن سلاسل الدخل والخرج للمشذّر ستكون غير مترابطة وبشكل كبير مما يؤثر إيجابياً على تبدّل المعلومات غير المترابطة بين كاشفي الترميز بخوارزمية كشف الترميز التعاودية بسبب عمليات التشذير وفك التشذير.

2- قطع المشذّر لعدة عينات دخل بطول قصير(أي بوزن منخفض): إن بناء المشذّر يؤثر على التطبيق التابعي لسلاسل دخل ذات وزن منخفض لخرج المشذّر. ولنناقش كيف يقطع المشذّر المُقترح لعدة عينات دخل بوزن منخفض وذلك بحساب طيف المسافة لكلمات الترميز ذات الوزن المنخفض للترميزات المكوّنة، فيتم إدخال سلاسل بأوزان w = 2,3,4 لتُجرى عليها عملية التشذير حسب الخوارزمية المقترحة وباستعمال إجرائية المشذّر التالية:

```
 Procedure interleaver (a: array[1..100] of integer, n: integer ,s,d,h: real;
                        var  y: array[1..100] of integer, var  s1:integer);
 var   w,i: integer;
 begin
   for  i:=1  to   n  do
    begin
    (إجرائية إيجاد القوة)        po(2,-i,h);
     s:=s+ h*a[i]; end;
     d:= 1/ s ;  s1:= 0;
     if  trunc(d) <> d  then
     begin
        while  ( trunc (d) <> d) and (s1<w)   do
         begin
         s1:= s1+ 1; y[s1]:= trunc (d)+1;
```

```
        s:= s- 1/ y[s1]; d:= 1/s;
        end;
      end;
      if   trunc (d)=d   then
      begin
      s1:=s1+1; y[s1]:= trunc (d); end;
end;
```

وحساب وزن السلسلة المشذّرة، ثم حساب وزن كامل كلمة ترميز تربو الناتجة حسب خوارزمية عملية ترميز تربو وباستعمال إجرائية عملية الترميز التالية:

```
Procedures   encoding(k1, n: integer; var  a,y,d:  array[1..100]of integer);
 var  i: integer;
begin
  for i:=1 to n  do
   begin
    write (‘d[‘,i,’]=’); readln(d[i]);
    end;
 write (‘ input  g1g2, in 8’);
 readln(v[1]); readln(v[2]);
     g1g2 (v,w1,w2,l1,l2);(هنا تستعمل إجرائيتي التحويل من عشري إلى ثنائي، والتحويل من ثماني إلى ثنائي)
 write (‘input  case k1= 0  or  1); readln(k1);
  if  k1 =1  then
   begin
     for i:=1 to l1 do
     g[i]:= w1[i];
     for k1: =1 to n  do
      begin
      a[k1]:= 0;
      for i:=1 to l1  do
       if i < k1 then
       a[k1]: = a[k1]+d[k1]+g[i]+a[k1-i]
        else
a[k1]: = a[k1]+d[k1];   a[k1]:=a[k1] mod2;
end;
     else
     begin
      for i:=1 to l2 do
      g[i]:= w2[i];
      for i:=1  to  l2  do
      write (g[i],’,’);
      for k1:=1 to n do
      begin
      y[k1]:=o;
      for i:=1 to k1-1 do
      y[k1]:=y[k1]+g[i]*d[k1-i];
      for k1:=1  to n  do
      write(y[k1],’,’);
       y[k1]:= y[k1] mod 2;
```

```
    end;
end;
```

وذلك على المثال المقدّم بالشكل (2)، وأخيراً مناقشة قطع المشذّر لعينات الدخل ذات الأطوال القصيرة أو تمديدها لمسارات أطول وبالتالي زيادة ترميز مسافة هامينغ الحرة أو تخفيض عدد كلمات الترميز ذات المسافات الصغيرة في طيف مسافة الترميز أي زيادة ناتج وزن كلمة الترميز.

آ- عينات دخل بوزن w= 2:

لنُدخل السلسلة 011000 وبعد تحويلها لعدد عشري أصغر من 1 تصبح 0.011000 وهي الآن السلسلة الأصلية (4,8) وهي أرقام الوحدان في هذه السلسلة، وبتطبيق عملية التشذير عليها حسب الخوارزمية المقترحة وباستعمال إجرائيتها فنجد أن السلسلة المشذّرة هي (3,25) أي:

d_k =(4,8) : 00100010……0

= (3,25) : 01000000000000000000000001 $\tilde{d}_k$

وزن السلسلة الأصلية $2 d_k$= والمسافة بين الوحدان فيها 4، أما سلسلة فحص التماثل للترميز المكوّن المولّد بعينة الدخل هذه فتكون باستعمال خوارزمية عملية الترميز وإجرائيتها على مرمّز تربو بكثيرات حدود تغذية أمامية وعكسية $(15)_8$ و $(17)_8$ على التتالي في الشكل (2) هي Yk= 11001000 ووزنها 3= z^1 ، إذا طبق المشذّر تابعياً سلسلة الدخل لسلسلة بنفس العينة فإن ناتج كامل وزن كلمة الترميز سيكون مساوياً لترميز المسافة الحرة الفعالة[6] المعطاة بـ $d_{free,eff} = 2 + z^1$. لنشير بـ i و j لمواضع الوحدان في سلسلة الدخل بوزن-2

```
      i      j
d_k = (4,8):   00100010……0
```

$\tilde{d}_k$ = (3,25) : 01000000000000000000000001

$\pi(i)$ $\pi(j)$

المسافة بين الوحدان في سلسلة الدخل هي L = 4، إذا كان تابع المشذّر يُحقق الشروط:

$$|i-j| \bmod L = 0$$

$$|\pi(i)-\pi(j)| \bmod L = 0$$

عندئذ يطبّق المشذّر تابعياً سلسلة الدخل لنفس سلسلة عينة أخرى، وبالتالي فإن سلسلة الدخل بوزن- 2 بهذه العينة ستنتج كلمة ترميز بوزن منته. لكن في المشذّر المُقترح فإن هذا النوع من عينات الدخل بوزن- 2 سيُقطع لأن $|\pi(i)-\pi(j)| \bmod L \neq 0$ كلما كان $|i-j| \bmod L = 0$.

وزن السلسلة المشذّرة $\tilde{d}_k$ هو 2 وبحساب سلسلة التماثل من المرمّز المكوّن الثاني نجد Y1k =1001010101010101010101001، ووزنها 12 = z^2 . ونستنتج من وزن z^2 أن المشذّر قد قطع لعينات الدخل ذات الأطوال القصيرة ومددها لمسارات أطول وبالتالي زادت مسافة هامينغ وبالتالي زيادة بناتج وزن كلمة الترميز 17 + w z^1 + z^2 =.

ب- عينات دخل بوزن w= 3:

وهو مشابهٌ لما وصف في عينات دخل بوزن– 2، لكن يوجد صعوبة في تحديد المسافة بين الوحدات الثلاثة. لذلك سأقدم مثالاً على المشذّر المصمّم بعينة دخل بوزن–3 حيث يُمددها لسلسلة أكبر، وسينتج على الأرجح كلمات ترميز بوزنٍ عالٍ.

لتكن سلسلة الدخل 011001 وبتحويلها لعدد عشري أصغر من 1 تصبح 0.011001 وهي الآن السلسلة الأصلية (4,8,64) وهي أرقام الوحدان في هذه السلسلة، وبتطبيق عملية التشذير عليها حسب الخوارزمية المصمّمة وباستعمال إجرائيتها فنجد أن السلسلة المشذّرة هي (3,18,577) أي بالشكل:

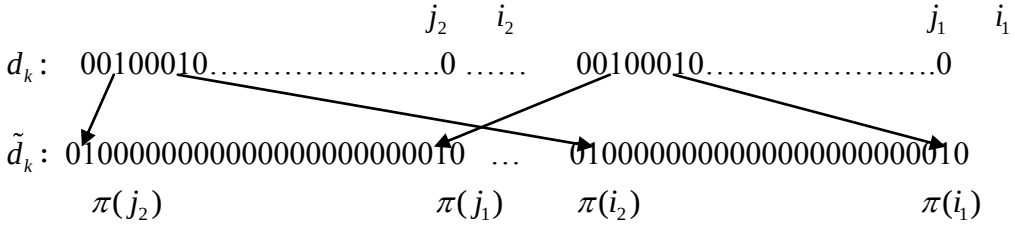
d_k : 00100010……000……1 =(4,8,64)

$\tilde{d}_k$: 0100000000000000100000……..0000……..000…..1 =(3,18,577)

وزن السلسلة الأصلية d_k هو 3، ووزن السلسلة المشذّرة $\tilde{d}_k$ هو 3.

ت– عينات دخل بوزن w = 4:

بهذه الحال يتم الضم لعينتي دخل لكلّ منهما بوزن–2. ولنرمز بـ i_1, j_1, i_2, j_2 لمواضع الوحدان في سلسلة دخل بوزن–4 والتي تظهر بالشكل التالي:



فإذا كان المشذّر يطبّق تابعياً لتابع يُحقق الشروط:

$$|i_1 - j_1| \bmod L = 0$$
$$|i_2 - j_2| \bmod L = 0$$
$$|\pi(i_1) - \pi(i_2)| \bmod L = 0$$
$$|\pi(j_1) - \pi(j_2)| \bmod L = 0$$

فإن سلسلة الدخل ستولد كلمة ترميز بوزن منخفض، ولكن هذا غير محقق بالمشذّر المقترح كما يظهر في الشكل السابق وبالتالي فالمشذّر المقترح سيقطع هذا النوع من عينات الدخل. وسأعطي فيما يلي مثالاً على عينة دخل بوزن–4 حيث يُمدد المشذّر هذه السلسلة لسلسلة أخرى أطول منها: لتكن سلسلة الدخل 111001 وبتحويلها لعدد عشري أصغر من 1 تصبح 0.111001 وهي الآن السلسلة الأصلية d_k (2,4,8,64)= وهي أرقام الوحدات في هذه السلسلة وبتطبيق عملية التشذير عليها حسب الخوارزمية المقترحة وباستعمال إجرائيتها فنجد أن السلسلة المشذّرة هي $\tilde{d}_k$ (2,3,18,577)= أي:

(2,4,8,64) : 10100010……000……1
(2,3,18,577): 1100000000000000100000……..0000……..000…..1

وزن السلسلة الأصلية 4، ووزن السلسلة المشذّرة هو 4. نستنتج أن المشذّر قد مددها لمسارات أطول وبالتالي زادت مسافة هامينغ وبالتالي زيادة بناتج وزن كلمة الترميز $z^2 + z^1 w + 34 =$. ومنه نجد أن عينات الدخل بوزن

منخفض الأكثر أهمية هي العينات بوزن–2 أو الضم لعينات دخل كلّ منها بوزن–2. أما التأثير لعينات دخل بوزن w>4 على أداء الترميز فهو صغيرٌ لأنها تنتج كلمات ترميز بوزنٍ عالٍ.

3– إن خوارزمية تصميم المشذّر المقترح ذات مرونة كبيرة لأن التمثيل المقترح للأعداد الكسرية هو تمثيل بدلالة 0 و 1، وهي فعّالة حسابياً لأن المشذّر قادر على قطع عينات دخل خاصة.

6– مقارنة المشذّر المقترح مع مشذرات أخرى (Comparison with other Interleavers):

تعتمد خوارزمية تصميم المشذّر المقترحة على معيار النشر الذي يعطي ترميزات تربو أداءاً – مُميّزاً، واعتمدت أيضاً على تفادي تطبيقات المشذّرات التي تولّد كلمات ترميز بوزن–منخفض، وصُمّمت الخوارزمية لتأخذ سلاسل دخل من الوزن 2,3,4 ولا تأخذ سلاسل دخل بوزن –1 لأن المرمّز الأول افترض أن يكون منتهياً.

تقيّم الخوارزمية الموصوفة لترميزات تربو باستعمال مشذّرات مكوّنة من 105 بتات(105-bit) (وقد اختير هذا الحجم ليناسب مشذّر Helical simile الصندوقي)، ومرمّزات مكوّنة بكثيرات حدود تغذية أمامية وعكسية $(15)_8$ و $(17)_8$ على التتالي كما في الشكل (2). وتتم مقارنة المشذّر المُقترح مع مشذّرات أخرى (شبه عشوائي، غير منتظم، Helical simile الصندوقي) من حيث توزيعات الوزن لترميزات تربو لكلمات دخل بوزن -6 وأقل. وقد وضع طيف المسافة لهذه الترميزات بقائمة في الجدول (1) التالي من أجل مسافات هامينغ حتى 29 تنتج من سلاسل دخل بوزن -6 وأقل.

الجدول(1): توزيعات الأوزان لمشذّرات مختلفة بكلمات دخل ذات أوزان من 2 حتى 6

طيف المسافة	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
مشذّر شبه شوائي	-	1	0	0	3	2	4	9	7	13
مشذّر غير منتظم	-	-	-	-	1	0	1	8	2	7
مشذّرHelical الصندوقي simile	-	-	-	-	-	-	-	-	-	24
المشذّر المقترح	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–

طيف المسافة	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
مشذّر شبه شوائي	11	22	41	36	52	94	170	204	328	466
مشذّر غير منتظم	1	31	55	31	29	69	155	181	304	409
مشذّرHelical الصندوقي simile	0	0	71	206	36	183	169	132	905	474
المشذّر المقترح	–	–	8	20	36	87	122	177	241	286

ويظهر منه أن التوزيع الوزني المُكتسب بالمشذّر المقترح أفضل من توزيعات الأوزان للمشذّرات الأخرى. حيث أنتجت الخوارزمية المقترحة ترميز تربو بمسافة صغرى 22 وهو وزن هامينغ الأصغري لكل كلمات الترميز الممكنة، وبعدد كلي (multiplicity) لكلمات الترميز ذات وزن هامينغ هو 8. وبالمقارنة مع مشذّر Helical simile الصندوقي الأفضل فيما بين المشذّرات فهو ينتج ترميز تربو بمسافة صغرى 19 والعدد الكلي لكلمات الترميز ذات وزن هامينغ هو24.

إن طيف المسافة في المشذّر المقترح أعلى مقارنة بطيف مسافة آخر، بالرغم من أن معيار التصميم في هذا المشذّر محدد بسلاسل دخل بوزن 2,3,4 حتى نضمن أن تبقى السلاسل المدخلة كعدد عشري أقل من1.

7- أداء ترميز تربو(Performance of the turbo code):

يتم بهذه الفقرة تحليل ومقارنة أداء ترميز تربو نسبته R= 1/2 وبكثيرات حدود تغذية أمامية وعكسية $_8(15)$و $_8(17)$على التتالي كما في الشكل (2) لمشذّرين مختلفين(شبه عشوائي، المشذّر المقترح) بحجم N=512 bit، ومن أجل 15 تكرار باستعمال خوارزمية MAP لكشف الترميز[3].

وذلك بتعريف مجموعتين لمعاملات الخطأ، وحساب معامل الخطأ للترميز ثم إيجاد منحنيات الأداء الموافقة لهما.

يُعبّر عن الحد العلوي لاحتمال خطأ البت بالشكل التالي:

$$p_b \le \sum_{w=1}^{N} \sum_{v=1}^{\binom{N}{w}} \frac{w}{N} Q\left(\sqrt{\frac{2Rd_{wv}E_b}{N_o}}\right) \quad (*)$$

حيث المجموع الأول هو المُدخلات بوزن- w، والمجموع الثاني على $\binom{N}{w}$ إدخالاً بوزن- w، و d_{wv} هو وزن كلمة الترميز v^{th} الناتجة بدخل بوزن- w.

R نسبة الترميز، $\frac{E_b}{N_o}$ نسبة استطاعة البت إلى كثافة الضجيج.

وبأخذ الحدود القليلة الأولى في المجموع الخارجي(*) عندما تكون w =1,2,3,4 فيمكن أن يقرّب الحد (*) كالتالي:

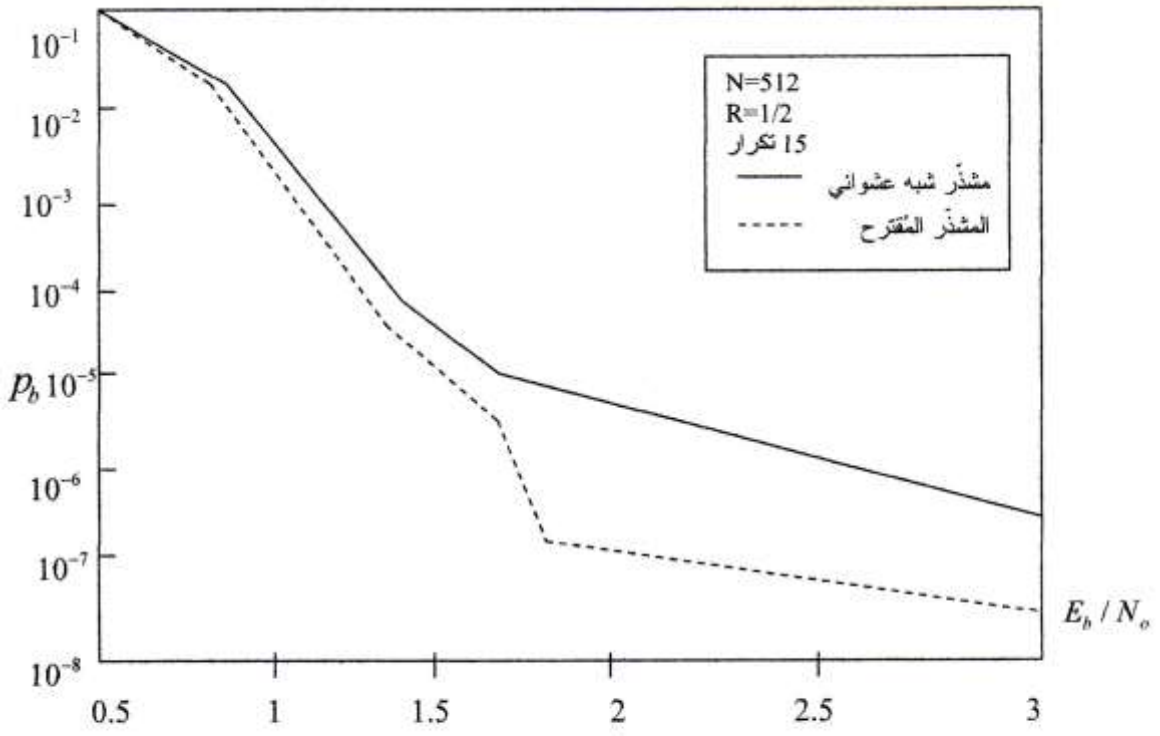
$$p_b \approx \max_{w\ge 2}\left\{\frac{wn_w}{N} Q\left(\sqrt{\frac{2Rd_{w,\min}^{TC}E_b}{N_o}}\right)\right\}$$

حيث $n_w, d_{w,\min}^{TC}$ تابعة للمشذّر الخاص المستعمل. وبنتيجة الحساب لهذه المقادير وحسب الفرضيات: ترميز تربو نسبته R= 1/2 وبكثيرات حدود تغذية أمامية وعكسية $_8(15)$و $_8(17)$على التتالي بحجم N=512 bit، ومن أجل 15 تكرار باستعمال خوارزمية MAP لكشف الترميز. فإن منحنيات الأداء للمشذّرين (شبه عشوائي، المشذّر المقترح) تظهر بالشكل (3).

يقيّم أداء ترميز تربو اعتماداً على الحدود المقاربة لاحتمال خطأ البت لأنه بتصميم ترميز تربو بنسب الإشارة إلى الضجيج (SNR's) فيجب أن تكون هذه الحدود المقاربة لاحتمال خطأ البت أدنى من 10^{-5} [4].

ويظهر من منحنيات أداء ترميز تربو الموافقة للمشذّرين المقارنين في الشكل(3) أن الحدود المقاربة لاحتمال خطأ البت في المشذّر المقترح أفضل منها في المشذّر شبه العشوائي، لأنها قد وصلت حتى أقل من 10^{-7}. ونلاحظ

من (*) أن p_b يتناقص مع N، لذا فإن نسبة الخطأ تكون متناقصة بزيادة طول المشذّر وهذا التأثير يدعى ربح المشذّر. وبما أن المشذّر المقترح ليس له نهاية على حجم المشذّر، فنجد أنه كلما زاد طول المشذّر المُقترح فإن نسبة الخطأ تكون متناقصة أكثر، لكن التعقيد الحسابي بخوارزمية تصميم المشذّر المقترحة تزيد مع طول المشذّر. لذلك يفضل استعمالها بحجم عدة مئات من البتات.



الشكل (3): أداء ترميز تربو $(17,15)_8$ نسبته 1/2 لمشذّرين مختلفين بحجم N=512 وبالإعتماد على الحدود التقريبية لإحتمال خطأ البت

8- النتائج والمناقشة:

بعد دراسة المشذّر الذي يعتبر عنصراً أساسياً في ترميزات تربو، فقد قدّمت بهذا البحث تصميماً مشذّراً لترميزات تربو يعتمد على تحليل أداء الترميز باستعمال خوارزمية التمثيل المقترح للأعداد الكسرية التي أوجدتها، وبالاعتماد على طيف مسافة ترميز تربو كمعيار للتصميم. وتمّ التوصل للنتائج التالية:

المشذّر المقترح قادر على قطع لعينات دخل ذات وزن منخفض، وبهذه الحال فإن سلسلة الدخل للمرمّز المكوّن الثاني ستنتج سلسلة تماثل بوزنٍ عالٍ مما يؤدي لزيادة في وزن كلمة ترميز تربو. وتمّ تحديد عينات الدخل الأكثر أهمية والتي ستُقطع بهذا المشذّر، وبالتالي سيزيل المشذّر للخطوط الطيفية العديدة الأولى من طيف المسافة الأصلي ويزيد من كامل مسافة هامينغ ترميز تربو مما يؤدي لتحسين بأداء ترميز تربو.

وعند مقارنة هذا المشذّر مع مشذرات أخرى مقترحة سابقاً(شبه عشوائي، غير منتظم، Helical simile الصندوقي) من حيث توزيعات الوزن لترميزات تربو، فقد أعطى المشذّر المقترح توزيعات وزن أفضل من المشذّرات الأخرى، وبالتالي يعطي لترميزات تربو خواص مسافة مميّزة وأداءاً مُميّزاً.

أخيراً، تعتبر خوارزمية تصميم المشذّر المقترحة ذات مرونة كبيرة لأن التمثيل المقترح للأعداد الكسرية هو تمثيل بدلالة 0 و1، وهي فعّالة حسابياً لأن المشذّر المقترح قادر على قطع عينات دخل خاصة ذات وزن منخفض.

9- الاستنتاجات والتوصيات:

إن خوارزمية تصميم المشذّر المقدّمة وفوائدها من حيث توزيع الوزن الناتج لترميز تربو ليس لها نهايات على حجم المشذّر بالرغم من أنها شكّلت ببناء مشذّر من 105 بتات حيث اختير هذا الحجم ليناسب مشذّر Helical simile

الصندوقي، لكن التعقيد الحسابي بخوارزمية تصميم المشذّر المقترحة يزيد مع طول المشذّر. لذلك يفضل استعمالها بحجم عدة مئات من البتات فقط.

المراجع:

1- BARBULESCU, A.S. ; PIETROBON, S.S. - *Terminating the trellis of turbo-codes in the same state.* Electronics Letters, Vol.31, 1995, pp.22-23.

2- BENEDETTO, S. ; MONTORSI, G.- *Unveiling turbo codes: some results on parallel concatenated coding schemes.* IEEE Transactions on Inform. Theory, Vol.42, 1996, pp.409-428.

3- BERROU, C.; GLAVIEUX, G. - *Near optimum error-correcting coding and decoding: Turbo-Codes.* IEEE Transactions on communication, Vol. 44, 1996, pp. 1261-1271.

4- BERROU, C.; GLAVIEUX, G. - *Turbo-Codes: general principles and applications.* in 16th Int. Tirrenia Workshop on Digital communication, Pisa, Italy, 1993, pp. 215-226.

5- BERROU, C.; GLAVIEUX, G. and THITIMASHIMA, P. -*Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo-Codes.* IEEE Intern. Conf. On Comm.,Vol. 2, 1993, pp. 1064-1070.

6- BLACKERT, W.J.; HALL, E.K. and WILSON, S.G. - *An upper bound on turbo code free distance.* in IEEE International conf. on communication, Dallas, TX, USA, 1996, pp.957-961.

7- DOLINAR, S. ; DIVSALAR, D. - *Weight distributions for turbo codes using random and nonrandom permutations.* Jet propulsion Lab.,Pasanda, CA. ,1995, TDA progress repot 42-122.

8- FENG, W.; YUAN, J. and VUCETIC, B. - *A code matched interleaver design for turbo codes.* in Proc. Int. Symposium on Personal, Indoor and Mobile radio commun. (PIMRC'1999), Osaka, Japan, pp. 578-582.

9- PEREZ, L. C. ; SEGHERS, J. and COSTELLO ,Jr., D. J. - *A distance spectrum interpretation of turbo codes.* IEEE Trans. Inform. Theory, Vol.42, No. 6, 1996, pp.1698-1709.

10- YUAN, J. ; VUCETIC, B. - *Combined turbo codes and interleaver design.* IEEE Trans. Commun., Vol.47, No. 4, 1999, pp.484-487.