مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية _ سلسلة العلوم الأساسية المجلد (29) العدد (1) 2007
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research- Basic Sciences Series Vol. (29) No. (1) 2007

حساب ثابت الإزاحة الطاقية $(\hbar\omega_*)$ لبعض النوى باستخدام معادلة ديراك مع كمون نووي يحوي تأثيرات مركزية وتنسورية

الدكتور أحمد شفيق بيشاني*

(تاريخ الإيداع 12 / 12 / 2006. قُبِل للنشر في 2007/2/13)

□ الملخّص □

تم حساب ثابت الإزاحة الطاقية $(\hbar\omega_*)$ لبعض النوى الخفيفة والثقيلة، عن طريق حل تقريبي لمعادلة ديراك Dirac Equation مع كمون نووي لامتغاير يحوي تأثيرات مركزية ولامركزية Central and non-central effects، بعد تحويلها إلى شكل قابل للحل. تم الحصول على قيم $(\hbar\omega_*)$ باستخدام قيم لأنصاف أقطار وأعماق الكمونات المركزية والتنسورية تتفق مع القيَّم التجريبية المعبرة عنها. أظهرت قيم $(\hbar\omega_*)$ تطابقاً جيداً مع القيَّم التجريبية Experimental values رغم وجود بعض الفرق والذي يعود سببه إلى أن مجال تأثير القوى التنسورية أكبر قليلاً من مجال تأثير القوى النووية المركزية.

كلمات مفتاحية: معادلة ديراك، كمون نووي مركزي، كمون نووي تنسوري، الإزاحة الطاقية $(\hbar\omega_*)$.

* أستاذ مساعد في قسم الفيزياء – كلية العلوم – جامعة تشرين – اللاذقية – سورية.

مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية _ سلسلة العلوم الأساسية المجلد (29) العدد (1) 2007
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research- Basic Sciences Series Vol. (29) No. (1) 2007

Calculation of Energetic Displacement Constant $(\hbar\omega_*)$ for Some Nucleus Using Dirac Equation with Nuclear Potential Cotenant Tonsorial and Central Effects

Dr. Ahmad Bishani *

(Received 12 / 12 / 2006. Accepted 13/2/2007)

□ ABSTRACT □

Energetic displacement constant $(\hbar\omega_*)$ for some light and heavy nucleus has been calculated by approximate resolution of Dirac equation with potential invariable nuclear central and non-central contents, following transformation of this equation to resolvable form. Values of $(\hbar\omega_*)$ have been obtained using central and tonsorial potentials radius and deep values agreement with experimental values. Values of $(\hbar\omega_*)$ show good agreement with the experimental values in spite of existent some differences returned to that the tonsorial forces effect domain is larger than the central nuclear forces effect.

Keywords: Dirac equation, Central nuclear potential, Tonsorial nuclear potential, Energetic displacement $(\hbar\omega_*)$.

* **Associate Professor, Department of Physics, Faculty of Sciences, Tishreen University, Lattakia, Syria.**

مقدمة:

ترتبط أغلب الأبحاث الحديثة في مجال النظرية الميكروسكوبية بالنموذج الطبقي النووي Nuclear shell model الذي أثبتت الحقائق التجريبية وجوده في أعمال العديد من العلماء [1−2−3]، وبغض النظر عن النجاحات الكبيرة للنموذج الطبقي في تنبؤه للسبين وزوجية الحالات الأساسية والأعداد السحرية Magic numbers وترتيب خواص الانشطارات α و β [4] وغيرها من الحقائق التي أثبتت تجريبياً، حتى وقتنا الحاضر يبقى هناك الكثير من المسائل الهامة والأسئلة المطروحة التي لم تُشرح ولم تفسر بشكل نهائي. ولا بد من الإشارة إلى أن أغلب الأعمال المنجزة في هذا المجال تعتبر استخدام معادلة ديراك Dirac equation أمراً ضرورياً [5]، والأهم من ذلك هو كتابة الهاملتوني Hamilton مع كمون نووي يحوي ضمناً التأثيرات المتبادلة التي تخدم المسألة المطروحة [6]. إن الكمون النووي العام General nuclear potential الذي يحوي كل أشكال التأثير المتبادل يكتب:

$$v(\vec{r})=\beta[U_s(\vec{r})+\gamma^{\mu}\, U_{\mu}^{v}(\vec{r})+\gamma^5\gamma^{\mu}\, U_A^{\mu}(\vec{r})+\gamma^5\, U_p(\vec{r})+\sigma^{\mu\upsilon}U_t^{\mu\upsilon}(\vec{r})] \quad (1)$$

حيث $U_s(\vec{r})$ و $U_{\mu}^{v}(\vec{r})$ و $U_A^{\mu}(\vec{r})$ و $U_p(\vec{r})$ و $U_t^{\mu\upsilon}(\vec{r})$ هي على التوالي كمونات عددية وشعاعية وشبه شعاعية وشبه سلمية وأخيراً كمون تنسوري أما β و γ^{μ} و γ^5 و $\gamma^{\mu\upsilon}$ و $\sigma^{\mu v}$ فهي مصفوفات ديراك.

الكمون النووي المعطى في المعادلة (1) يمكن كتابته بالشكل المصفوفي [7]:

$$V(r)=\begin{pmatrix} V_{11}(r) & i(\vec{\sigma}.\vec{n})U(r) \\ -i(\vec{\sigma}.\vec{n})U(r) & V_{22}(r) \end{pmatrix} \quad (2)$$

حيث σ مصفوفة باولي والمتجهة $\vec{n}$ المعرفة بالشكل:

$$\vec{n}=\frac{\vec{r}}{r}$$

هي متجهة الوحدة، أما V_{11} و V_{22} والمعرة بالشكل:

$V_{22}(\vec{r})=U^s(r)-U_v^{(0)}(r)$ كمون حفرة كمونية

$V_{11}(\vec{r})=U^s(r)+U_v^{(0)}(r)$ كمون حفرة هزاز توافقي

كذلك أيضاً $V_{12}(r)=i(\vec{\sigma}.\vec{n})U(r)$ و $V_{21}(r)=-i(\vec{\sigma}.\vec{n})U(r)$ فهي تمثل الجزء التنسوري في الكمون النووي العام. أما الكمون $U(r)$ فيعطى بـ $U(r)=\frac{V_0}{r_0}r$ حيث V_0 عمق التأثير التنسوري و r_0 نصف قطر التأثير التنسوري. إن معادلة ديراك تعطى:

$$\left[C(\vec{\alpha},\vec{P})+\beta\, mc^2+V(\vec{r})\right]\psi(\vec{r})=E\psi(\vec{r}) \tag{3}$$

بفرض أن كمون الحفرة الكمونية في الكمون العام يساوي الصفر أي $V_{22}(\vec{r})=0$ عند ذلك وكما بيَّنا في عمل سابق هو قيد النشر [8] فإن معادلة ديراك (3) تُكتب بعد إدخال الكمون (2) بالشكل:

$$\begin{aligned}&\left\{-c^2P^2+\left[E-mc^2-V_{11}(r)\right](E+mc^2)\right\}\varphi(\vec{r})=\\&U^2(r)\varphi(r)-c\frac{2U(r)}{r}\left[\hbar+\vec{\sigma}\,\vec{\ell}\right]\varphi(\vec{r})-\hbar c\frac{dU(r)}{dr}\varphi(\vec{r})\end{aligned} \tag{4}$$

حيث $\psi(\vec{r})$ هو بيوسبينور – ديراك المعروف وبالتالي $\varphi(\vec{r})$ هو سبينور، وفق الشكل التالي:

$$\psi(\vec{r})=\begin{pmatrix}\varphi(\vec{r})\\ \chi(r)\end{pmatrix}$$

$\vec{\sigma}\,\vec{\ell}=-\hbar(\chi+1)$ وكذلك $\chi(\chi+1)=\ell(\ell+1)$ علماً أن $\chi=\ell(\ell+1)-j(j+1)-\frac{1}{4}$

وكذلك $\chi=\ell$ من أجل $j=\ell-\frac{1}{2}$ وأيضاً $\chi=-\ell-1$ من أجل $j=\ell+\frac{1}{2}$ [9–10–11]. اعتماداً على ما أشرت إليه المعادلة القطرية (بدلالة التابع الموجي القطري Radial wave function) للمعادلة (4) تُكتب:

$$\begin{aligned}&\left\{\frac{d^2}{dr^2}-\frac{\chi(\chi+1)}{r^2}+\frac{2m}{\hbar^2}\left[\frac{(E^2-m^2c^4)}{2mc^4}-\frac{\hbar}{2mc}(2\chi-1)\frac{V_0}{r_0}\right]-\right.\\&\left.-\left[\frac{(E+mc^2)}{2mc^2}\frac{m\omega^2}{2}+\frac{1}{2mc^2}\frac{V_0^2}{r_0^2}\right]r^2\right\}F_{j\ell}(r)=0\end{aligned} \tag{5}$$

المعادلة (5) شبيهة بمعادلة شرودنغر للهزاز التوافقي وبالتالي نستطيع أن نكتب:

$$\frac{E^2-m^2c^4}{2mc^2}-\frac{\hbar}{2mc}(2\chi-1)\frac{V_0}{r_0}=\hbar\omega_1 N \tag{6}$$

حيث N العدد الكوانتي الرئيسي $N=2n_r+\ell+\frac{3}{2}$ و $\omega_1=\sqrt{\omega^2+\omega_0^2}$ حيث ω تعبّر عن تردد الهزاز التوافقي و ω_0 تردد الكمون التنسوري.

أهمية البحث:

أهمية هذا البحث تظهر في وضع نموذج تحليلي بموجبه تم حل معادلة ديراك مع الكمون المعطى (المفروض) بطريقة تقريبية منطقية سمحت لنا بحساب الفروق الطاقية بين مستويات طاقية لها نفس قيمة العزم الكلي j ونفس قيمة العزم المداري ℓ وبالتالي نفس القيمة للعزم السبيني S ويختلفون فقط بالعدد القطري n_r وبالتالي ضمناً العدد الكوانتي الرئيسي N لبعض نوى الجسيم المفردSingle particle nucleus ضمن إطار النموذج الطبقي. الفرق الطاقي $(\hbar\omega_*)$ بين المستويات الطاقية للنواة المدروسة تم حسابه في إطار معادلة الطاقة المدروسة وتمت المقارنة مع قيَّم تجريبية.

طريقة البحث ومواده:

الفكرة الأساسية الآن هي في إيجاد حل تقريبي للمعادلة:

$$\frac{E^2-m^2c^4}{2mc^2}-\frac{\hbar}{2mc}(2\chi-1)\frac{V_0}{r_0}=\hbar\omega_1 N \qquad (7)$$

حيث:

$$\omega_1=\frac{1}{mc}\sqrt{\left(E+mc^2\right)\frac{m\omega^2}{2}+\frac{V_0^2}{r_0^2}}$$

N هو العدد الكوانتي الرئيسي وبالتالي حل المعالة (7) يسمح لنا بإيجاد فرق الطاقة بين مستويين طاقيين لهما نفس قيمة j و ℓ حيث $j=\ell\pm\frac{1}{2}$ و $(\ell=0,1,2,\dots\dots)$ ويختلفون بالعدد القطري الكوانتي n_r.

فمثلاً عندما يكون n_{2r} أكبر من n_{1r} بمقدار واحد نجد أن الفرق بين العددين الكوانتين الرئيسيين N_2-N_1 يكون بمقدار (2) حيث:

$$N_2-N_1=\left(2n_{2r}+\ell+\frac{3}{2}\right)-\left(2n_{1r}+\ell+\frac{3}{2}\right)$$

$$N_2-N_1=2n_{2r}-2n_{1r}=2(n_{1r}+1)-2n_{1r}=2$$

أما إذا كان الفارق بين n_{1r} و n_{2r} هو بمقدار (2) عند ذلك $N_2-N_1=4$ (مثلاً 1s و 3s أو 1d و 3d). وبالتالي من أجل حساب الفواصل الطاقية بين مستويات الطاقة وهي عادة $\hbar\omega$ أو $2\hbar\omega$ أو $3\hbar\omega$ أو ....إلخ.

الآن لندخل بعض الرموز: $\varepsilon_{n\ell j}=E-mc^2$ وبالتالي: $\varepsilon_{n\ell j}+2mc^2=E+mc^2$

وكذلك لنرمز بـ $\alpha=\frac{\varepsilon_{n\ell j}}{2mc^2}$ أو $\alpha=\frac{E-mc^2}{2mc^2}$.

مع هذه الرموز يمكن كتابة المعادلة (7) بالشكل [8]:

$$\alpha^2(1+\alpha)^2 - 2\beta\alpha(\alpha+1) - \gamma(\alpha+1) + \Delta = 0 \qquad (8)$$

حيث:

$$\beta = \frac{1}{c}\frac{\hbar}{(2mc)^2}(2\chi-1)\frac{V_0}{r_0}$$

وكذلك:

$$\gamma = \frac{4\hbar^2 c^2}{(2mc^2)^3}\frac{m\omega^2}{2}N^2$$

أيضاً: $\Delta = \beta^2 - \delta$ أيضاً: $\delta = \frac{4\hbar^2 c^2}{(2mc^2)^4}N^2\frac{V_0^2}{r_0^2}$، وبفرض أن $\alpha << 1$ أي أن:

$$\frac{\varepsilon_{n\ell j}}{2mc^2} \approx \frac{E - mc^2}{E + mc^2} << 1$$

وهذا منطقي. عند ذلك يمكن أن نكتب المعادلة (8) بالشكل:

$$\alpha^2 - 2\beta\alpha - \gamma - \delta + \beta^2 = 0$$

أو بالشكل:

$$(\alpha-\beta)^2 = \gamma + \delta$$

وتُعاد كتابتها:

$$\alpha - \beta = \pm\sqrt{\gamma+\delta}$$

أو بالشكل:

$$\alpha = \beta + \sqrt{\gamma+\delta} \qquad (9)$$

لأن الجذر السالب غير مقبول فيزيائياً لأنه في هذه الحالة تُصبح قيمة ألفا α سالبة وهذا غير ممكن.

وكما أشرت سابقاً الفارق بين طاقة مستويين طاقيين يكون مرتبطاً بـ n_r أي بـ N وبالتالي α_1 ترتبط بـ N_1 و α_2 ترتبط بـ N_2 عند ذلك تكتب المعادلة (9) بعد تعويض β و γ و δ بقيَّمهم على الشكل التالي:

$$\alpha_1 = \frac{1}{c}\frac{\hbar}{(2mc)^2}(2\chi-1)\frac{V_0}{r_0} + \frac{2\hbar c N_1}{(2mc^2)^{3/2}}\left[\frac{m\omega^2}{2} + \frac{1}{2mc^2}\frac{V_0^2}{r_0^2}\right]^{1/2}$$

أما α_2 فتُكتب:

$$\alpha_2 = \frac{1}{c}\frac{\hbar}{(2mc)^2}(2\chi-1)\frac{V_0}{r_0} + \frac{2\hbar c N_2}{(2mc^2)^{3/2}}\left[\frac{m\omega^2}{2} + \frac{1}{2mc^2}\frac{V_0^2}{r_0^2}\right]^{1/2}$$

وبالتالي نوجد الفرق بين α_2 و α_1 ودائماً كما أشرت أنّ الحالتين المنظورتين لهما القيمة نفسها لـ j و ℓ إذن:

$$\alpha_2 - \alpha_1 = \left[\frac{2\hbar c}{(2mc^2)^{3/2}} \left(\frac{m\omega^2}{2} + \frac{1}{2mc^2} \frac{V_0^2}{r_0^2} \right)^{1/2} \right] (N_2 - N_1) \qquad (10)$$

ويُعاد كتابة المعادلة (10) على الشكل:

$$\frac{\varepsilon^{(2)}_{n_2\ell j}}{2mc^2} - \frac{\varepsilon^{(1)}_{n_1\ell j}}{2mc^2} = \left[\frac{2\hbar c}{(2mc^2)^{3/2}} \left(\frac{m\omega^2}{2} + \frac{1}{2mc^2} \frac{V_0^2}{r_0^2} \right)^{1/2} \right] (N_2 - N_1)$$

$$\varepsilon^{(2)}_{n_2\ell j} - \varepsilon^{(1)}_{n_1\ell j} = \left[\frac{2\hbar c}{(2mc^2)^{1/2}} \left(\frac{m\omega^2}{2} + \frac{1}{2mc^2} \frac{V_0^2}{r_0^2} \right)^{1/2} \right] (N_2 - N_1) \qquad (11)$$

المعادلة (11) كما هو واضح تسمح لنا بحساب المسافات أو الإزاحات الطاقية بين مستويات الطاقة التي تختلف فقط بالعدد الكوانتي القطري n_r، ومن أجل ذلك سوف أقوم بحساب هذه المسافات الطاقية لبعض نوى نموذج الجسيم المفرد حيث إنّ النموذج التحليلي الذي استخدمته يوضع في إطار النموذج الطبقي وكذلك نموذج الجسيم المفرد. وسوف أنظر في أربعة نوى هي ^{14}C و ^{17}O و ^{41}Ca و ^{209}Pb. بالنسبة لنواة الأوكسجين والكربون نستطيع حساب الفرق الطاقي بين $1s$ و $2s$ لأنهما هما فقط اللذان يختلفان بمقدار واحد بالنسبة لـ n_r.

طبعاً لن أعرض مخطط المستويات الطاقية للنوى المدروسة لأنها تحتاج إلى مساحات كبيرة علماً أن هذا المخطط معروف جيداً في جميع الأعمال والكتب التي تدرس النموذج الطبقي [12-13].

نواة الكالسيوم تسمح لنا بحساب الفرق الطاقي بين المستويات [1s و 2s] وكذلك [1p و 2p] أما نواة الرصاص فهي تسمح بحساب الفرق الطاقي بين المستويات [1s و 2s] و [1p و 2p] و [1d و 2d] و [1d و 3d] و [2d و 3d] وكذلك [2s و 3s] و [3s و 4s].

قبل البدء في حساب $\hbar\omega_*$ الذي يعبّر عن الإزاحات الطاقية من خلال المعادلة (11) نعيد كتابتها بالشكل التالي:

$$\varepsilon^{(2)}_{n_2\ell j} - \varepsilon^{(1)}_{n_1\ell j} = \left[\frac{2\hbar c}{(2mc^2)^{1/2}} \left(\frac{mc^2\hbar^2\omega^2}{2\hbar^2 c^2} + \frac{1}{2mc^2} \frac{V_0^2}{r_0^2} \right)^{1/2} \right] (N_2 - N_1) \qquad (12)$$

إن $\hbar\omega$ الذي يدخل في المعادلة (12) هو ثابت أثناء الحساب لنفس النواة وتختلف قيمة $\hbar\omega$ من نواة إلى أخرى علماً أن ω مرتبطة بكمون الهزاز التوافقي:

$$V_{11}(r) = \frac{1}{2} m\omega^2 r^2$$

وتحسب اعتماداً على العلاقتين التاليتين [12]:

$$\hbar\omega = \sqrt{U_0 \tilde{E}}$$

$$\tilde{E} = \frac{2\hbar^2 c^2}{mc^2 R^2}$$

حيث U_0 هو عمق كمون حفرة الهزاز التوافقي و R هو نصف قطر التأثير لحفرة الهزاز التوافقي ويحسب هذا المقدار اعتماداً على العلاقة التالية [14]:

$$R = \sqrt{\frac{3}{5}}r \qquad \text{أو} \qquad R^2 = \frac{3}{5}r^2$$

حيث r هو نصف قطر النواة ويُعطى عادة بـ $r \approx 1.2\sqrt[3]{A}$.

النتائـج الحسابية:

بالنسبة لنواة الكربون ^{13}C كما أشرت سابقاً نستطيع حساب فرق الطاقة بين $1s$ و $2s$ وبالتالي $N_2 - N_1 = 2$ في المعادلة (12). بداية نوجد الطاقة $\tilde{E} = \frac{2\hbar^2 c^2}{mc^2 R^2}$ تمهيداً لحساب $\hbar\omega$ لذلك نوجد قيمة R اعتماداً على العلاقة:

$$R^2 = \frac{3}{5}r^2 \quad ; \quad r = 1.2(A)^{1/3}$$

طبعاً A هو العدد الكتلي للنواة وبالتالي $r = 1.2\sqrt[3]{13} = 2.82\ \text{Fermi}$ و:

$$R = \sqrt{\frac{3}{5}}r = 2.18\ \text{Fermi} \Rightarrow \tilde{E} = \frac{2(197{,}32\ \text{MeV.Fermi})^2}{(939{,}6\ \text{MeV})(2.18\ \text{Fermi})^2}$$

$$\tilde{E} = 17{,}369\ \text{MeV} \Rightarrow \hbar\omega = \sqrt{U_0\tilde{E}} = \sqrt{19 \times 17{,}369} = 18.166\ \text{MeV}$$

نعوض في المعادلة (12) فنجد:

$$\varepsilon^{(2)}_{2s\frac{1}{2}} - \varepsilon^{(1)}_{1s\frac{1}{2}} = \left\{ \frac{2(197.32)}{2(939.6)^{1/2}} \left[\frac{939.6(18.166)^2}{2(197.32)^2} + \frac{1}{2(939.6)}\left(\frac{14}{2.25}\right)^2 \right]^{1/2} \right\} (13)$$

$$\varepsilon^{(2)}_{2s\frac{1}{2}} - \varepsilon^{(1)}_{1s\frac{1}{2}} = (9.1)(3.98 + 0.0206)^{1/2}(2) = 36.403\ \text{MeV}$$

وحسب مخطط توضع المستويات الطاقية نجد أن:

$$36.403 = 2\hbar\omega_* \Rightarrow \hbar\omega_* = 18.201\ \text{MeV}$$

قيمة $2\hbar\omega_*$ تمثل الإزاحة الطاقية أو المسافة الطاقية بين $1s_{1/2}$ و $2s_{1/2}$ ضمن النواة ^{13}C. علماً أن القيمة التجريبية لهذه الإزاحة تعطى بالعلاقة [15]:

$$\hbar\omega_0 = 41(A)^{-1/3} = \frac{41}{\sqrt[3]{A}} = 17.437\ MeV$$

$$2\hbar\omega_0 = 34.874\ MeV$$

أثناء الحساب أخذنا $V_0 = 14\ \mathrm{MeV}$ وهي عمق التأثير التنسوري و r_0 هو مدى تأثير القوى التنسورية علماً أن $V_0 < U_0$ وكذلك r_0 للقوى التنسورية هي أكبر قليلاً من R للقوى المركزية [16].

إن الفرق بين القيمة النظرية $\hbar\omega_*$ التي حصلنا عليها والقيمة التجريبية:

$$\hbar\omega_* - \hbar\omega_0 = (18.201) - (17.437) = 0.764\ MeV$$

بعد هذا العرض التفصيلي لحساب الإزاحة الطاقية ($1s_{1/2}$ ، $2s_{1/2}$) لنواة الـ ^{13}C نعطي الإزاحات الطاقية $\hbar\omega_*$ للنوى الأخرى وقيَّم المتحولات التي دخلت في الحساب في الجدول التالي دون التعرض لتفصيلات الحساب حيث سبق وأشرت إلى ذلك بالتفصيل أثناء حساب $\hbar\omega_*$ لنواة الـ ^{13}C.

النـواة	U_0 (MeV)	R (Fermi)	V_0 (MeV)	r_0 (Fermi)	$\hbar\omega_*$ (MeV)	$\hbar\omega_0$ (MeV)	$\Delta\hbar\omega$ (MeV)
^{13}C	19	2.18	14	2.25	18.201	17.437	0.764
^{17}O	20	2.39	14	2.45	17.0667	15.95	1.1
^{41}Ca	22	3.205	13	3.25	13.31	11.89	1.4
^{209}Pb	30	5.51	8	5.6	9.04	6.91	2.13

حيث: U_0 هو عمق كمون الهزاز التوافقي و V_0 هو عمق التأثير أو الكمون التنسوري.

أما R : فهو نصف قطر التاثير للهزاز التوافقي.

r_0 : نصف قطر تأثير الكمون التنسوري.

$\hbar\omega_*$: القيمة النظرية المحسوبة.

$\hbar\omega_0$: **القيمة المحسوبة بالعلاقة التجريبية** $\hbar\omega_0 = 41(A)^{-1/3}$.

المناقشـة:

النتائج لحسابية التي حصلنا عليها حسبت بإدخال متحولات تتعلق بنصف قطري التأثير المتبادل أو الكمون وعمقه في حالة القوى المركزية والقوى التنسورية وقورنت هذه النتائج مع القيَّم التي تعتبر إلى حد ما قيَّماً تجريبية $\hbar\omega_0 = 41(A)^{-1/3}$، وقد تبيَّن لنا:

1) انخفاض السويات الطاقية بزيادة العدد الكتلي وبالتالي قيمة $\hbar\omega_*$ التي تعبِّر عن الإزاحة الطاقية بين مستويين طاقين تتناقص بشكل واضح مع زيادة العدد الكتلي.

2) الفروق بين القيمة النظرية لـ $\hbar\omega_*$ **والقيمة المحسوبة من العلاقة التجريبية** $\hbar\omega_0$ تزداد دائماً بزيادة العدد الكتلي للنواة.

3) أرى أن تلك الفروق بين $\hbar\omega_*$ و $\hbar\omega_0$ يعود سببها إلى وجود جزء تنسوري في الكمون المدروس حيث إنّ نصف قطر تأثير الكمون التنسوري أكبر منه في الكمون المركزي علماً أن نصف قطر الكمون أو نصف قطر التأثير يعرَّف بأنه المسافة اللازمة لانخفاض قيمة الكمون إلى النصف وهذا قد يؤكد على أن ازدياد الفرق بين القيمة النظرية والقيمة التجريبية للإزاحات الطاقية ناشئ عن الجزء التنسوري في الكمون النووي المدروس.

الاستنتاجات:

1- طريقة التقريب التي بموجبها تمَّ حل معادلة ديراك مع الكمون المفترض بعد تحويلها إلى معادلة شبيهة بمعادلة شرودنغر هي طريقة جيدة (مناسبة) لأن القيَّم النظرية $\hbar\omega_*$ التي تمَّ حسابها بناءً على التقريب المذكور أظهرت تطابقاً جيداً مع القيَّم التجريبية $\hbar\omega_0$.

2- النتائج التي حصلت عليها تتفق مع خصائص وصفات الكمون التنسوري والكمون المركزي.

التوصيـات:

1- استمرار الدراسات والبحوث العلمية في هذا المجال لأنها مفيدة وتساعد على فهم الكثير من الحقائق التجريبية.

2- النموذج الطبقي النووي وضمناً نموذج الجسيم المفرد هو مكان خصب للبحث والدراسة رغم الكم الكبير من الأبحاث التي تمت ضمن هذا الإطار.

المراجـع:

1- MYEN. M. G., *On closed shells in nuclei*. Phys. Rev., V. 74, 1949, 235-239.

2- NORDHEIM L.M. *On spins, moments and shell in nuclei*. Phys. Rev., 1949, V. 75, 1894-1902.

3- EISENBERG. G.M.; GREINER W., *Nuclear Models,* North Holand. 1987.

4- HAXEL O.; TENSEN J. D., *On the "Magic Numbers" in nuclear structure*. Phys. Rev., V. 75, 1949, 1766-1769.

5- MILLER. L. D., *Relativistic Single – Particle for Nuclei*. Ann., Phys., V. 91, 1975, 40-57.

6- MILLER. L. D. – *Exchange potential in Relativistic Hatree – Fock theory of closed-shell nuclei.* Phys. Rev. C., V. 9, 1974, 537-554.

7- VASHAKIDZE. I. S.; BUCHANI A.S., *Relativistic theory of single particle states and spin – orbit interaction*. Тбилиси, ТГУ, Т.129-6, 1990, 86-98.

8- د. بيشاني. أحمد. *حساب طاقة الانشطار (سبين – مدار) لبعض نوى الجسيم الواحدي*، مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية، قيد النشر 2006.

9- VASHAKIDZE. I. S.; BUCHANI A.S., *Relativistic tensor effects in nuclear single – particle states*. Тбилиси, ТГУ, Т.296-6, 1990, 128-142.

10- MILLER. L. D – *State – dependent equivalent local potentials for the Dirac equation,* Phys. Rev. C., V. 12, 1979, 710-715.

11- د. بيشاني. أحمد. *دراسة تحليلية لمعادلة ديراك مع كمون تنسوري* – مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية، سلسلة العلوم الأساسية المجلد 20 (العدد 7) 1998، ص 73-83.

12- EISENBERG G.M. *J. Nuclear theory*. Vol. 1, North Holand. C., 1970, 190-195.

13- د. سلمان، حسن – د. معلا، تيسير، ميكانيك الكم (2)، مديرية الكتب والمطبوعات، جامعة تشرين 2005، 200-203.

14- МАИЕР м.г., *Элементарная Теория Ядерных Оболочек*. Пер с англ. М., изд-во инстр. Лит., 1958, 417-425.

15- SWIFT A.; ELTON L. R. B.; Phys. Rev. Lett., V. 17, 1966, 484.

16- ДАВЫДОВ. А. С. – *Квантовая Механика* – иzдameльсмво – наука – 1973, 291-299.