مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية _ سلسلة العلوم الأساسية المجلد (29) العدد (1) 2007
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research- Basic Sciences Series Vol. (29) No. (1) 2007

حساب طاقة الانقسام (سبين – مدار) لبعض نوى النيكليون المفرد

الدكتور أحمد شفيق بيشاني*

(تاريخ الإيداع 12 / 11 / 2006. قُبِل للنشر في 2007/2/22)

□ الملخّص □

تمت دراسة معادلة ديراك مع كمون نسبوي لامتغاير $V(\vec{r})$ يحوي تأثيرات مركزية ولامركزية، وتم تحويل تلك المعادلة إلى معادلة شبيهة بمعادلة شرودنغر النسبوية، ثم حُلت هذه المعادلة بطريقة تقريبية مما سمح لنا حساب طاقة الانقسام (سبين – مدار) لنوى الذرات التالية: (^{5}He ، ^{13}C ، ^{17}O ، ^{41}Ca ، ^{209}Pb) وتمت مقارنة قيَّم الطاقة التي حصلنا عليها مع القيَّم التجريبية فأظهرت تطابقاً مقبولاً.

كلمات مفتاحية: طاقة الانقسام، سبين – مدار، نيكليون مفرد، معادلة ديراك.

* أستاذ مساعد في قسم الفيزياء – كلية العلوم – جامعة تشرين – اللاذقية – سورية.

مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية _ سلسلة العلوم الأساسية المجلد (29) العدد (1) 2007
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research- Basic Sciences Series Vol. (29) No. (1) 2007

Calculation of Spin – Orbit Splitting Energy for some Nucleus with Single Nucleon

Dr. Ahmad Bishani *

(Received 12 / 11 / 2006. Accepted 22/2/2007)

□ ABSTRACT □

Dirac equation with invariable relative potential $V(\vec{r})$ contains central and non central effects have been studied. This equation has been transformed to similar equation to relative Schrödinger equation by approximative method. This permits us to calculate Spin – Orbit Splitting energy to nucleuses of following atoms: (^{5}He, ^{13}C, ^{17}O, ^{41}Ca, ^{209}Pb), and the comparison between energy values obtained and experimental values have show good agreement.

Key Words: Splitting energy, Spin – Orbit, Single Nucleon, Dirac equation.

* **Associate Professor, Department of Physics, Faculty of Sciences, Tishreen University, Lattakia, Syria.**

مقدمة:

يعتبر النموذج الطبقي من أكثر النماذج استخداماً في الفيزياء النووية. ويعتمد على حقيقتين الأولى هي أن كل نيكليون في النواة يتحرك في الحقل الوسطي للنيكليونات الأخرى، والثانية هي وجود مكان لتأثير سبين – مدار قوي ذو طبيعة نسبوية [1]. وبالتالي هذا النموذج صالح لوصف حركة الجسيمات المفردة وحساب طاقة الانقسام السبين–مدار للنوى التي تحوي نيكليون واحد خارج الطبقة المغلقة. وتجدر الإشارة إلى أن العديد من الأبحاث والدراسات ضمن إطار النموذج الطبقي ناقشت طاقة الانقسام سبين – مدار لنوى النيكليون المفرد [2، 3، 4] مع أشكال مختلفة للكمون النووي، وبالتالي نرى أنه يمكن إضافة دراسة جديدة ضمن هذا الموضوع وذلك باستخدام معادلة ديراك مع كمون نسبوي لامتغاير ويعبَّر عنه من خلال التأثيرات المتبادلة العامة [5]:

$$V(\vec{r}) = \beta \ \ \mathrm{V}(\vec{r}) \qquad (1)$$

حيث: $\beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}$ أما $\mathrm{V}(\vec{r})$ فيُعطى بالعلاقة:

$$\mathrm{V}(\vec{r}) = U_s(\vec{r}) + \gamma^{\mu} U^{\nu}_{\mu}(\vec{r}) + \gamma^5 \gamma^{\mu} U^{\mu}_{A}(\vec{r}) + \gamma^5 U_p(\vec{r}) + \sigma^{\mu\upsilon} U^{\mu\upsilon}_{t}(\vec{r})$$

علماً أن $U_s(\vec{r})$ و $U^{\nu}_{\mu}(\vec{r})$ و $U^{\mu}_{A}(\vec{r})$ و $U_p(\vec{r})$ و $U^{\mu\upsilon}_{t}(\vec{r})$ هي على التوالي كمونات عددية وشعاعية وشبه شعاعية وشبه عددية وأخيراً كمون تنسوري أما β و γ^{μ} و γ^5 و $\gamma^{\mu\upsilon}$ و $\sigma^{\mu\nu}$ فهي مصفوفات ديراك.

الكمون النووي العام الذي أشرنا إليه في المعادلة (1) يمكن أن يُكتب على شكل مصفوفة الحدود القطرية تعبِّر عن التأثيرات المركزية وغير المركزية في هذا الكمون [6–7].

$$V(r) = \begin{pmatrix} V_{11}(r) & +i(\vec{\sigma}, \vec{n})U(r) \\ -i(\vec{\sigma}, \vec{n})U(r) & V_{22}(r) \end{pmatrix} \qquad (2)$$

حيث σ مصفوفة ياولي وكذلك:

$$V_{11}(r) = U_s(r) + U^{(0)}_{v}(r)$$

وكذلك:

$$V_{22}(r) = U^{(0)}_{v}(r) - U_s(r)$$

وكما هو واضح $V_{11}(r)$ و $V_{22}(r)$ تعبّران عن الجزء المركزي في الكمون $V(\vec{r})$ أما المركبة الثانية والثالثة فتعبران عن التأثير اللامركزي أو التنسوري في الكمون النووي. $V(\vec{r})$ هو كمون هرميتي أي أن $V(r) = V^{+}(r)$ وكذلك لامتغاير بالنسبة لتحويلات الزمن أي بالنسبة للعملية [8]:

$$K = i\begin{pmatrix} \sigma & 0 \\ 0 & \sigma \end{pmatrix} K_0 \qquad (3)$$

حيث σ مصفوفة باولي و K_0 هو مؤثر العملية العقدية.

أهمية البحث:

إيجاد حل لمعادلة ديراك النسبوية مع الكمون النووي (2) لفرض أن المركبة الرابعة $V_{22}(r) = 0$ والإبقاء على $V_{11}(r)$ وعلى القوى التنسورية وذلك تمهيداً لحساب طاقة الانقسام السبين – مدار لبعض نوى النيكليون المفرد.

طريقة البحث ومواده:

تُعطى معادلة ديراك بالعلاقة التالية:

$$\left[c(\vec{\alpha}.\vec{P}) + \beta\, mc^2 + V(\vec{r}) \right] \psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) \qquad (4)$$

واعتماداً على ما أشرنا إليه سابقاً تُكتب المعادلة (4) على الشكل التالي:

$$\begin{pmatrix} E - mc^2 & -c(\vec{\sigma}\vec{P}) \\ -c(\vec{\sigma}\vec{P}) & E + mc^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi(\vec{r}) \\ \chi(\vec{r}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{11}(r) & (\vec{\sigma},\vec{n})V_{12}(r) \\ (\vec{\sigma},\vec{n})V_{21}(r) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi(\vec{r}) \\ \chi(\vec{r}) \end{pmatrix} \qquad (5)$$

حيث $\varphi(\vec{r})$ و $\chi(\vec{r})$ هما مركبتا التابع الموجي $\Psi(\vec{r})$ وكذلك نفرض أن $V_{21}(r) = -iU(r)$ و $V_{12}(r) = iU(r)$ وبالتالي المعادلة (5) تُكتب على الشكل التالي:

$$\begin{aligned} \left[E - mc^2 - V_{11}(r)\right]\varphi(\vec{r}) - c(\vec{\sigma}\vec{P})\chi(\vec{r}) &= (\vec{\sigma},\vec{n})V_{12}\chi(\vec{r}) \\ \left[E + mc^2\right]\chi(\vec{r}) - c(\vec{\sigma}\vec{P})\varphi(\vec{r}) &= (\vec{\sigma},\vec{n})V_{21}\varphi(\vec{r}) \end{aligned} \qquad (6)$$

بحساب المركبة $\chi(\vec{r})$ من المعادلة الثانية من المجموعة (6) وتعويضها في الأولى من (6) نجد:

$$\left[E - mc^2 - V_{11}(r)\right]\varphi(\vec{r}) - c(\vec{\sigma}\vec{P})\left[\frac{1}{E + mc^2}\left(c(\vec{\sigma}\vec{P}) + (\vec{\sigma},\vec{n})V_{21}(r)\right)\right]\varphi(\vec{r}) =$$

$$(\vec{\sigma},\vec{n})V_{12}(r)\left(\frac{1}{E + mc^2}\right)\left[c(\vec{\sigma}\vec{P}) + (\vec{\sigma},\vec{n})V_{21}(r)\right]\varphi(\vec{r}) \qquad (7)$$

المعادلة (7) يمكن أن تكتب:

$$\left\{-c^2P^2+\left[E-mc^2-V_{11}(r)\right](E+mc^2)\right\}\varphi(\vec{r})=$$
$$c\left[-\frac{iV_{21}(r)}{r}(\vec{\sigma}\vec{\ell})+(\vec{P}\vec{n})V_{21}\right]\varphi(\vec{r})+CV_{12}(r)\left[(\vec{n}\vec{P})+\frac{i}{r}(\vec{\sigma}\vec{\ell})\right]\varphi(\vec{r})$$
$$+V_{12}(r)V_{21}(r)\varphi(\vec{r})\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (8)$$

بعد التعويض عن $(\vec{n}\vec{P})$ و $(\vec{P}\vec{n})$ نعيد كتابة المعادلة (8) بالشكل التالي:

$$\left\{-c^2P^2+\left[E-mc^2-V_{11}(r)\right](E+mc^2)\right\}\varphi(\vec{r})=V_{12}(r)V_{21}\varphi(\vec{r})+$$
$$(-i\hbar c)\left(\frac{2V_{21}(r)}{r}+\frac{dV_{21}(r)}{dr}\right)\varphi(\vec{r})-i\hbar c\left[V_{12}(r)+V_{21}(r)\right]\frac{d\varphi(r)}{dr}+$$
$$ic\left[\frac{V_{12}(r)-V_{21}(r)}{r}\right](\vec{\sigma}\vec{\ell})\varphi(\vec{r}) \qquad (9)$$

بالاستفادة من فرضيتنا أن $V_{12}(r)=iU(r)$ وكذلك $V_{21}(r)=-iU(r)$ نجد أن $V_{12}(r)+V_{21}(r)=0$ وكذلك $V_{12}(r)-V_{21}(r)=2iU(r)$. اعتماداً على ذلك المعادلة (9) تكتب بالشكل:

$$\left\{-c^2P^2+\left[E-mc^2-V_{11}(r)\right](E+mc^2)\right\}\varphi(\vec{r})=U^2\varphi(r)$$
$$-c\frac{2U}{r}\left[\hbar+(\vec{\sigma}\vec{\ell})\right]\varphi(r)-\hbar c\frac{dU(r)}{dr}\varphi(r) \qquad (10)$$

واضح تماماً أن الانقسام سبين – مدار يُعبِّر عنه الحد $(\vec{\sigma}\vec{\ell})$ حيث $(\vec{\ell}\vec{\sigma})=-\hbar(\chi+1)$ لذلك المعادلة (10) يمكن إعادة كتابتها بالشكل التالي:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2}-\frac{\chi(\chi+1)}{r^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E_s-V_s)\right]F_{j\ell}(r)=$$
$$\left\{\frac{1}{\hbar^2c^2}U^2(r)+\frac{1}{\hbar c}\left[\frac{2\chi U(r)}{r}-\frac{dU(r)}{dr}\right]\right\}F_{j\ell}(r) \qquad (11)$$

علماً أننا أدخلنا الرمزين [9]:

$$E_s = \frac{(E - mc^2)(E + mc^2)}{2mc^2} \quad \text{و} \quad V_s = \frac{E + mc^2}{2mc^2} V_{11}(r)$$

و $F_{j\ell}(r)$ هو التابع الموجي القطري وأيضاً $\chi(\chi+1) = \ell(\ell+1)$ علماً أن χ تعطى بـ: $\chi = \ell(\ell+1) - j(j+1) - \frac{1}{4}$ [8] وذلك من أجل $\chi = \ell$ عندما $j = \ell - \frac{1}{2}$، أما عندما $j = \ell + \frac{1}{2}$ فإن $\chi = -\ell - 1$.

كما أشرت سابقاً $V_{11}(r)$ يمثل التأثير المركزي في الكمون $V(\vec{r})$ ولنفرض أنه يمثل كمون هزاز توافقي ويعطى $b = \frac{1}{2} m\omega^2$، $V_{11}(r) = br^2$، أما بالنسبة للجزء التنسوري من الكمون العام يعطى $U(r) = \alpha\, r$ حيث $\alpha = \frac{V_0}{r_0}$، V_0 هو عمق الكمون النووي و r_0 هو نصف قطر التأثير المتبادل علماً أن قيمة V_0 في الكمون التنسوري هي عادة أقل منها في الكمون المركزي وقيمة r_0 أيضاً في الكمون التنسوري هي أكبر قليلاً منها في الكمون المركزي [10-11]. إذا أخذنا بعين الاعتبار الفرضيات السابقة المعادلة (11) تكتب:

$$\frac{d^2}{dr^2} F_{j\ell}(r) - \frac{\chi(\chi+1)}{r^2} F_{j\ell}(r) + \frac{2m}{\hbar^2} \left\{ \frac{E^2 - m^2c^4}{2mc^2} - \frac{\hbar}{2mc}(2\chi - 1)\frac{V_0}{r_0} - \left[\frac{(E + mc^2)}{2mc^2} \frac{m\omega^2}{2} + \frac{1}{2mc^2} \frac{V_0^2}{r_0^2} \right] r^2 \right\} F_{j\ell}(r) = 0 \qquad (12)$$

المعادلة (12) يمكن أن تُكتب بالشكل التالي:

$$\frac{d^2}{dr^2} F_{j\ell}(r) - \frac{\chi(\chi+1)}{r^2} F_{j\ell}(r) + \frac{2m}{\hbar^2} \left[\frac{E^2 - m^2c^4}{2mc^2} - \frac{\hbar}{2mc}(2\chi - 1)\frac{V_0}{r_0} - (\frac{1}{2} Kr^2) \right] F_{j\ell}(r) = 0$$

تمثل المعادلة السابقة معادلة شرودنغر للهزاز التوافقي وفيها تظهر معاملات قوى المرونة K حيث [10]:

$$K = \frac{1}{mc^2} \left[(E + mc^2) \frac{m\omega^2}{2} + \frac{V_0^2}{r_0^2} \right] \qquad (13)$$

وبالتالي حل المعادلة (12) يُعطى:

$$\frac{E^2 - m^2c^4}{2mc^2} - \frac{\hbar}{2mc}(2\chi - 1)\frac{V_0}{r_0} = \varepsilon = \hbar\omega_1 N \qquad (14)$$

حيث ω_1 تُعطى بالعلاقة: $\omega_1 = \sqrt{K/m}$، وبالتالي:

$$\omega_1 = \frac{1}{mc}\sqrt{(E + mc^2)\frac{m\omega^2}{2} + \frac{V_0^2}{r_0^2}}$$

N هو العدد الكوانتي الرئيسي: $N = (2n_r + \ell + \frac{3}{2})$ و n_r هو العدد الكوانتي القطري .$(n_r = 0,1,2,,..........)$

المعادلة (14) ستسمح لنا بإيجاد طاقة الانقسام السبين – مدار لنوى الذرات التي أشرنا إليها سابقاً. من أجل ذلك سوف نُدخل بعض الرموز:

$W = E - mc^2$ وبالتالي $E + mc^2 = W + 2mc^2$ ولنرمز أيضاً بـ $x = \frac{W}{2mc^2}$ أو $x = \frac{E - mc^2}{2mc^2}$. باستخدام الرموز التي أشرت إليها يمكن كتابة المعادلة (14) بالشكل:

$$\frac{1}{2mc^2}(W + 2mc^2)W - 2mc\beta = \hbar\omega_1 N \qquad (15)$$

حيث:

$$\beta = \frac{\hbar}{(2mc)^2}(2\chi - 1)\frac{V_0}{r_0}$$

أو بالشكل:

$$\frac{1}{2mc^2}\left[2mc^2x(2mc^2x + 2mc^2)\right] - 2mc\beta = \hbar\omega_1 N$$

والتي تكتب بالشكل:

$$2mc^2x(x+1) - 2mc\beta = \frac{\hbar}{mc}\left[\sqrt{(E + mc^2)\frac{m\omega^2}{2} + \frac{V_0^2}{r_0^2}}\right]N$$

المعادلة السابقة وبعد عدة خطوات بسيطة يمكن أن تُكتب بالشكل:

$$x^2(1+x)^2 - 2\beta_1 x(x+1) - \gamma(x+1) + \Delta = 0 \qquad (16)$$

حيث: $\Delta = \beta_1^2 - \delta$ وكذلك

$$\gamma = \frac{4\hbar^2c^2}{(2mc^2)^3}\frac{m\omega^2}{2}N^2 \quad \text{و} \quad \delta = \frac{4\hbar^2c^2}{(2mc^2)^4}N^2\frac{V_0^2}{r_0^2}$$

و $\beta_1 = \frac{\beta}{c}$.

كما هو واضح المعادلة (16) تم الحصول عليها من المعادلة (12) بعد خطوات تحليلية طويلة نسبياً ولم أعرضها بالكامل لعدم وجود صعوبة في الحصول عليها. لو طبقت هذه المعادلة في حال النوى الذرية التي تمثل حال نيوترون يتحرك خارج غطاء مغلق (نوى النيكليون المفرد) مثل ($^{5}_{2}He$ ، $^{13}_{6}C$ ، $^{17}_{8}O$ ، $^{41}_{20}Ca$ ، $^{209}_{82}Pb$) عند ذلك معادلة حركة هذا النيوترون توصف بالمعادلة (12) وبالتالي حل تلك المعادلة سوف يعطينا الطاقة التي نبحث عنها أي من المعادلة (14) والتي كتبت بشكلها الأخير في المعادلة (16). من أجل ذلك سوف أحاول الحصول على شكل تقريبي للمعادلة (16) باعتبار أن $x << 1$ أي أن $\frac{W}{2mc^2} \approx \frac{E-mc^2}{E+mc^2} << 1$ ، باستخدام هذا التقريب فالمعادلة (16) تكتب بالشكل:

$$x^2 - 2\beta_1 x + \beta_1^2 - \gamma - \delta = 0$$

أو بالشكل:

$$(x - \beta_1)^2 = \gamma + \delta$$

إذن:

$$(x-\beta_1)^2 = \frac{4\hbar^2 c^2}{(2mc^2)^3}\frac{m\omega^2}{2}N^2 + \frac{4\hbar^2 c^2}{(2mc^2)^4}N^2\frac{V_0^2}{r_0^2}$$

$$(x-\beta_1)^2 = \frac{4\hbar^2 c^2 N^2}{(2mc^2)^3}\left[\frac{m\omega^2}{2} + \frac{1}{2mc^2}\frac{V_0^2}{r_0^2}\right]$$

نأخذ جذر الطرفين القيمة السالبة تهمل (وذلك لأن طاقة الانقسام تصبح سالبة) نجد:

$$x-\beta_1 = \frac{2\hbar cN}{(2mc^2)^{3/2}}\left[\frac{m\omega^2}{2} + \frac{1}{2mc^2}\frac{V_0^2}{r_0^2}\right]^{1/2} \qquad (17)$$

لنوجد الفرق بين x_1 و x_2 أي $(x_1 - x_2)$ عندما يوصف x_1 و x_2 بالأعداد الكوانتية نفسها: n_r و ℓ و N وبالتالي يكون الاختلاف بين الحالين x_1 و x_2 فقط بالعزم الكلي J حيث $j = \ell \pm \frac{1}{2}$. بالعودة إلى لمعادلة (17) ومن أجل $j = \ell - \frac{1}{2}$ أي $\chi = \ell$ فهي تكتب على الشكل التالي:

$$x_1 = \beta_1 + \frac{2\hbar cN}{(2mc^2)^{3/2}}\left[\frac{m\omega^2}{2} + \frac{1}{2mc^2}\frac{V_0^2}{r_0^2}\right]^{1/2}$$

$$x_1 = \frac{1}{c}\frac{\hbar}{(2mc)^2}(2\ell - 1)\frac{V_0}{r_0} + \frac{2\hbar cN}{(2mc^2)^{3/2}}\left[\frac{m\omega^2}{2} + \frac{1}{2mc^2}\frac{V_0^2}{r_0^2}\right]^{1/2}$$

وكذلك x_2 تُكتب من أجل $j = \ell + \frac{1}{2}$ أي $\chi = (-\ell - 1)$ بالشكل:

$$x_2 = \frac{1}{c}\frac{\hbar}{(2mc)^2}(-2\ell-3)\frac{V_0}{r_0} + \frac{2\hbar cN}{(2mc^2)^{3/2}}\left[\frac{m\omega^2}{2} + \frac{1}{2mc^2}\frac{V_0 2}{r_0^2}\right]^{1/2}$$

وبالتالي الفرق $x_1 - x_2$ يُعطى بالعلاقة التالية:

$$x_1 - x_2 = \frac{1}{c}\frac{\hbar}{(2mc)^2}\frac{V_0}{r_0}\left[(2\ell-1)-(-2\ell-3)\right] =$$

$$= \frac{2}{c}\frac{\hbar}{(2mc)^2}\frac{V_0}{r_0}(2\ell+1)$$

أو بالشكل:

$$x_1 - x_2 = \frac{1}{2c}\frac{\hbar}{m^2c^2}\frac{V_0}{r_0}(2\ell+1) \qquad (18)$$

طاقة الانقسام السبين – مدار يعبَّر عنها من خلال العلاقة [12]:

$$\Delta W = W^{(1)}_{j=\ell-\frac{1}{2}} - W^{(2)}_{j=\ell+\frac{1}{2}}$$

بالعودة إلى أن:

$$x_2 = \frac{W^{(2)}}{2mc^2} \quad و \quad x_1 = \frac{W^{(1)}}{2mc^2}$$

عند ذلك تُكتب المعادلة (18) على الشكل التالي:

$$\frac{1}{2mc^2}\left(W^{(1)} - W^{(2)}\right) = \frac{1}{2c}\frac{\hbar}{m^2c^2}\frac{V_0}{r_0}(2\ell+1)$$

أو بالشكل:

$$W^{(1)}_{j=\ell-\frac{1}{2}} - W^{(2)}_{j=\ell+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2c}\frac{\hbar}{m^2c^2}\frac{V_0}{r_0}(2\ell+1)(2mc^2) \qquad (19)$$

وبالتالي طاقة الانقسام تُكتب:

$$\Delta W = W^{(1)}_{j=\ell-\frac{1}{2}} - W^{(2)}_{j=\ell+\frac{1}{2}} = \frac{\hbar c}{mc^2}\frac{V_0}{r_0}(2\ell+1) \qquad (20)$$

العلاقة (20) تسمح لنا بإيجاد طاقة الانقسام سبين – مدار للنوى المُشار إليها سابقاً أي إيجاد فرق الطاقة بين $1p_{3/2}$ و $1p_{1/2}$ بالنسبة لـ ^5He وكذلك فرق الطاقة بين $1p_{3/2}$ و $1p_{1/2}$ لـ ^{13}C وكذلك $1d_{5/2}$ و $1d_{3/2}$ لنواة الأوكسجين ^{17}O وكذلك وأيضاً فرق الطاقة بين $1f_{7/2}$ و $1f_{5/2}$ لـ ^{41}Ca وكذلك الفرق بين

$2p_{3/2}$ و $2p_{1/2}$ أيضاً لـ ^{41}Ca وكذلك الفرق بين $2g_{9/2}$ و $2g_{7/2}$ وكذلك بين $3d_{5/2}$ و $3d_{3/2}$ بالنسبة لنواة الرصاص ^{209}Pb [13].

النتائج الحسابية:

(1) بالنسة لنواة الهيليوم ^{5}He أُخذ نصف قطر التأثير $r_0 = 2F$ وعمق الكمون $V_0 = 14MeV$ وبالتالي طاقة الانقسام السبين – مدار للمستوي $1P$ تُعطى:

$$\Delta W_{1P}^{S.O}(^{5}He) = W_{1p_{1/2}}(^{5}He) - W_{1p_{3/2}}(^{5}He) = \frac{\hbar c}{mc^2}(2\ell+1)\frac{V_0}{r_0}$$

$$= \frac{197{,}32MeV.F}{939{,}6MeV}(3)\frac{14MeV}{2F} = 4{,}4MeV$$

(2) من أجل نواة الكربون ^{13}C أخذنا $r_0 = 2{,}8F$ و $V_0 = 14MeV$ وجدنا:

$$\Delta W_{1p}^{S.O}(^{13}C) = 3{,}15MeV$$

(3) بالنسبة لـ ^{17}O أخذنا $r_0 = 2{,}9F$ و $V_0 = 13MeV$ وجدنا:

$$\Delta W_{1d}^{S.O}(^{17}O) = 4{,}71MeV$$

(4) نواة الكالسيوم ^{41}Ca أخذنا $r_0 = 3{,}3F$ و $V_0 = 12MeV$ وجدنا:

$$\Delta W_{1f}^{S.O}(^{41}Ca) = 5{,}35MeV$$

وكذلك المستوي $2p$ بالنسبة لـ ^{41}Ca:

$$\Delta W_{2p}^{S.O}(^{41}Ca) = (0{,}21)(3)\frac{13}{3{,}3} = 2{,}29MeV$$

(5) بالنسبة لنواة الرصاص ^{209}Pb أيضاً حسبنا طاقة الانقسام للمستوي $2g$ أي أن $\ell = 4$ في هذه الحال، وكذلك طاقة المستوي $3d$:

$$\Delta W_{2g}^{S.O}(^{209}Pb) = 2{,}16MeV$$

$$\Delta W_{3d}^{S.O}(^{209}Pb) = 1{,}2MeV$$

علماً أن القيَّم السابقة هي من أجل $r_0 = 7F$ و $V_0 = 8MeV$. في الجدول التالي سأعرض النتائج الحسابية السابقة لقيَّم الطاقة التي حصلت عليها مع القيَّم التجريبية.

جدول رقم (1): قيم طاقة الانقسام النظرية والتجريبية لبعض النيكليون المفرد [9، 14].

Splitting	Theory	Experimental
$\Delta W_{1p}^{S.O}(^{5}He)$	4,4 MeV	4,6 MeV
$\Delta W_{1p}^{S.O}(^{13}C)$	3,15 MeV	3,83 MeV
$\Delta W_{1d}^{S.O}(^{17}O)$	4,71 MeV	5,08 MeV
$\Delta W_{1f}^{S.O}(^{41}Ca)$	5,35 MeV	6,5 MeV
$\Delta W_{2p}^{S.O}(^{41}Ca)$	2,29 MeV	2 MeV
$\Delta W_{2g}^{S.O}(^{209}Pb)$	2,16 MeV	2,47 MeV
$\Delta W_{3d}^{S.O}(^{209}Pb)$	1,2 MeV	0,98 MeV

الخاتمة:

1- النتائج الموضحة في الجدول السابق تبيِّن أن هناك تطابقاً جيداً بين القيَّم النظرية لطاقة الانقسام والقيَّم التجريبية وهذا دليل جيد على صحة الإطار التحليلي العام والذي بموجبه تم حل معادلة ديراك مع الكمون $V(\vec{r})$، ولا بد هنا من الإشارة إلى أن النموذج الطبقي وضمناً نموذج الجسيم الواحدي يعتبر قاعدة أساسية للبحث في مجال الفيزياء النووية النظرية.

2- إن قيمة نصف قطر التأثير المتبادل r_0 التي استخدمت في الحسابات السابقة هي أصغر قليلاً من نصف قطر النواة أي $(r_0 < R)$ حيث $R = R_0\sqrt[3]{A}$ لأن التفاعل المدروس هنا نيكليون – نواة.

3- في حساباتنا السابقة لطاقة الانقسام أخذنا V_0 عمق التأثير للنوى الخفيفة بقيمة أكبر منها للنوى الثقيلة وهذا أيضاً منطقي لأن $\hbar\omega$ وكما هو معلوم في جميع الحسابات النووية تأخذ قيمة أكبر في حال النوى الخفيفة حيث [15]: $\hbar\omega = \sqrt{\hat{E}V_0}$.

الاستنتاجات:

1. تمَّ وضع نموذج تحليلي حولنا بموجبه معادلة ديراك إلى معادلة نسبوية لامتغايرة شبيهة بمعادلة شرودنغر النسبوية.
2. تمَّ حل تلك المعادلة بطريقة تقريبية تمهيداً لحساب طاقة الانقسام (سبين – مدار) للنوى المدروسة.

التوصيات:

1. على الرغم من العدد الكبير من الأبحاث التي أُنجزت في إطار النموذج الطبقي ومعادلة ديراك، لا تزال توجد مساحة كبيرة للبحث في هذا الموضوع من خلال مشاهدات خاصة للكمون النووي العام.
2. محاولة تطوير إطار تحليلي بموجبه يتم حل معادلة ديراك مع أشكال مختلفة للكمون النووي.

المراجع:

1- ВАШАКИДЗЕ, И. Ш – *Применеие Релятивистского Уравнения Шредингера Для Решения Не Которых ЗАДАЧ.* – Тбилиси, 1987, ТГУ, Т.23, С. 171-189.

2- MILLER, L. D. *Exchange Potentials Single – Particles for Nuclei.* – Ann. Phys., V. 91, 1986, 40-57.

3- ВАШАКИДЗЕ, И. Ш –*Релятивистское Уравнение Шредингера Со Спин - Орбиталным ВзаимоДеиствием.* – Сообщения АН ГССР.– Т. 129, 1998, 297-300.

4- MILLER, L. D. – *Exchange potential in theory of closed-shell nuclei.* Phys. Rev. 1974, 537.

5- MILLER, L. D – *State – dependent equivalent local potentials for the Dirac equation* – Phys. Rev.– V. 12, 1975, 710-715.

6- SMITH, G.B – *Excited states of mesons and the Quark – anti Quark interaction.* Ann of Phys.– V. 4, 1971, 352-36.

7- د. بيشاني. أحمد. *دراسة تحليلية لمعادلة ديراك مع كمون تنسوري* – مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية، سلسلة العلوم الأساسية المجلد 20 (العدد 7) 1998 – ص 73-83.

8- AMAROL, M. G. – *Quark model with one – goloun corrections ground state*. Phys. Rev.– D 26. , 1982, 3119-3122.

9- VASHAKIDZE, I. S, BUCHANI, A. S. – *Relativistic theory of single particle states and spin-orbit interaction* – Тбилиси. ТГУ — Т. 129-6 ,1990, 86-98.

10- ДАВЫдОВ, А. С. – *Теория Атомного Ядра – ИзДалъство* – НАУКА –, 1958, 37-48.

11- VASHAKIDZE, I. S, BUCHANI, A. S. – *Relativistic tensor effects in nuclear single–particle states.* – Тбилиси. ТГУ — Т. 296-6, 1990, 128-142.

12- STRONGE, P. , *Relativistic Quantum Mechanics,* North Holand, 2005, 48.

13- د. سلمان، حسن – د. معلا، تيسير، *ميكانيك الكم (2)*، مديرية الكتب والمطبوعات، جامعة تشرين، 2005، 203-205.

14- KRUTOV, V. A., *Relativity and Spin-Orbit Interaction of Nuclei*. – J. Phys. V. 6., 1988, 93-105.

15- EISENBERG, J. *Nuclear theory*. Vol. 1, North Holand. 1970, 190-195.