مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية _ سلسلة العلوم الأساسية المجلد (27) العدد (1) 2005
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research- Basic Science Series Vol. (27) No (1) 2005

تأثير حقل جاذبية المجرة على تطور مسارات المذنبات الحقيقية الشبيهة بالقطع المكافئ

الدكتور إسماعيل حمادة*

(قبل للنشر في 2005/1/25)

□ الملخّص □

بُحث تأثير حقل جاذبية المجرة على تطور حركة المذنبات الحقيقية التي لها مسارات شبيهة بالقطع المكافئ حيث أجريت عملية المكاملة لمعادلات حركة المذنب بالطرق العددية.

إن توزع المقدارين q , a تراجعياً وتقدمياً خلال الزمن بين حقل جاذبية المجرة يلعب دوراً هاماً في تطور حركة المذنبات.

* مدرس في قسم الرياضيات – كلية العلوم – جامعة تشرين – اللاذقية – سوريا.

مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية _ سلسلة العلوم الأساسية المجلد (27) العدد (1) 2005
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research- Basic Science Series Vol. (27) No (1) 2005

Dynamical Influence of Galactic Tides on the Nearly- Parabolic Cemetery Orbits

Dr. Ismail Hamadeh*

(Accepted 25/1/2005)

□ ABSTRACT □

The effect of galactic perturbation on nearly–parabolic cemetery orbits is examined via numerical integrations.

The galactic field is an important factor in the evolution of comet orbits. The observed distribution of perihelia and semi major axes indicates that galactic effects have been active.

***Lecturer, Department Of Mathematic, Faculty Of Science, Tishreen University, Lattakia – Syria**

مقدمة:

إن دراسة التأثيرات الناتجة من خارج النظام الشمسي على تطور حركة المذنبات يستخدم كاختبار لمختلف فرضيات منشأ المذنبات و بشكل غير مباشر لمنشأ النظام الشمسي. كانت الآلية الوحيدة لدراسة فرضية Oort المذنبية هي اضطراب النجوم في تأثيراتها المختلفة على تطور حركة المذنبات،ثم تتالت و تعمقت دراسة الاضطرابات النجمية من قبل yabushita [1] و آخرون .

لم تكن الاضطرابات النجمية هي الوحيدة في دراسة تطور حركة المذنبات إذا أدخلت عوامل عديدة وعلى سبيل المثال دراسة المادة الواقعة بين النجوم و عامل حـ قل جاذبية المجرة .

إن الاضطراب الناشئ من قرص المجرة يلعب دورا" هاما" في تغيير مسافة الحضيض الشمسي حيث بحثت هذه المسألة من قبل Morris, Muller [2] .

سندرس تأثير مجرة درب التبانة كحقل تجاذبي على حركة تطور المذنبات الحقيقية[3] والتي لها مسارات شبيهة بالقطع المكافئ حيث نعتبر أن القوة المؤثرة على حركة المذنب ذو مركبتين : المركبة الأولى وتنشأ من نواة المجرة، أما المركبة الثانية فهي عمودية على مستوي المجرة حيث نعتبر أن كتلة المجرة لها القيمة التالية: $M_G = 1.3x10^{11} M_\odot$ أما كثافة النجوم المحلية فتأخذ القيمة : $\rho = o.185\ M_\odot\ PC^{-3}$

معادلات حركة المذنبات تحت تأثير حقل جاذبية المجرة.

عندما يكون المذنب قرب الشمس فإن تأثير كل من الشمس والكواكب السيارة عليه يؤخذ بعين الاعتبار ومعادلات حركة المذنب لها الشكل التالي:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -K^2 r^{-3} - K^2 \sum_{i=1}^{b} m_i \left(\frac{x - X_i}{\rho_i^3} + \frac{X_i}{R_i^3} \right) \qquad (1)$$

وبشكل مشابه بالنسبة لـ y,z. وعندما يصبح المذنب على مسافة 200 وحدة فلكية أو أكبر منها فتصبح معادلات حركة المذنب بالشكل :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -K^2 \left(1 + \sum_{i=1}^{b} m_i \right) \frac{x}{r^3} \qquad (2)$$

وبعد إضافة الحدود الناشئة عن حقل جاذبية المجرة للمعادلات (2) تصبح معادلات حركة المذنب على الصورة التالية:

$$\begin{aligned}
\frac{d^2x}{dt^2} &= -K^2 \left(1 + \sum_{i=1}^{b} m_i \right) \frac{x}{r^3} - K^2 M_G \left(\frac{x - X_G}{\rho_G^3} + \frac{X_G}{R_G^3} \right) \\
\frac{d^2y}{dt^2} &= -K^2 \left(1 + \sum_{i=1}^{b} m_i \right) \frac{y}{r^3} - K^2 M_G \left(\frac{y - Y_G}{\rho_G^3} + \frac{Y_G}{R_G^3} \right) \qquad (3) \\
\frac{d^2z}{dt^2} &= -K^2 \left(1 + \sum_{i=1}^{b} m_i \right) \frac{z}{r^3} - K^2 M_G \left(\frac{z - Z_G}{\rho_G^3} + \frac{Z_G}{R_G^3} \right) + f(z)
\end{aligned}$$

حيث:

x,y,z إحداثيات المذنب بالنسبة لجملة Equatorial system حيث المستوي oxy منطبق على مستوي المجرة كما إن مبدؤها هو مركز كتلة النظام الشمسي.

r هي المسافة بين المذنب ومركز جملة الإحداثيات.

X_G, Y_G, Z_G إحداثيات مركز المجرة.

ρ_G المسافة بين المذنب ومركز المجرة.

R_G المسافة بين الشمس ومركز المجرة.

$f(z)$ المركبة العمودية على قرص المجرة، حيث يعبر عنها بالعلاقة التالية:

$$f(z) = -2.565X10^{-11}z + 1.66X10^{-16}z^3$$

حيث z معبر عنه بالوحدة PC.

سنكامل المعادلات (3) تقدمياً ثم تراجعياً خلال الزمن معتمدين على الطرق العددية ومنها طريقة سلاسل القوى التراجعية التي استخدمت من قبل باحثين عديدين Sitarski [4,5] .

طريقة مكاملة معادلات حركة المذنب:

لجأنا لمكاملة معادلات حركة المذنب تحت تأثير جاذبية المجرة إلى طريقة سلاسل القوى التراجعية حيث تبين أنها من الطرق الفعالة التي تعطي أقل الأخطاء الممكنة أثناء إجراء عملية المكاملة . لنستخرج العلاقات التراجعية وخطوة التكامل العددية عندما يتحرك المذنب بالنسبة لجملة Heliocentric system اخذين بعين الاعتبار تأثير كل الكواكب السيارة على حركته. إن معادلات حركة المذنب بالنسبة للجملة السابقة هي:

$$\begin{aligned}
\frac{d^2x}{dt^2} &= -K^2\frac{x}{r^3} - K^2\sum_P m_P\left(\frac{x - X_P}{\rho_P^3} + \frac{X_P}{R_P^3}\right)\\
\frac{d^2y}{dt^2} &= -K^2\frac{y}{r^3} - K^2\sum_P m_P\left(\frac{y - Y_P}{\rho_P^3} + \frac{Y_P}{R_P^3}\right) \qquad (4)\\
\frac{d^2z}{dt^2} &= -K^2\frac{z}{r^3} - K^2\sum_P m_P\left(\frac{z - Z_P}{\rho_P^3} + \frac{Z_P}{R_P^3}\right)
\end{aligned}$$

حيث:

K – ثابت غاوس.

m_P – كتلة الكوكب معبرا عنه بدلالة كتلة الشمس.

x, y, z – الإحداثيات الديكارتية للمذنب.

X_P, Y_P, Z_P – الإحداثيات الديكارتية للكوكب.

r – مسافة المذنب عن الشمس.

ρ_P – مسافة المذنب عن الكوكب.

R_P – مسافة الكوكب عن الشمس

فإذا فرضنا إن تابع ما للزمن معطى في صيغة سلسلة قوى كمايلي:

$$f(t) = f_0 + \sum_{n=1}^{N} f_n (t - t_0)^n$$

وعلمنا الأمثال f_n من أجل $n = 0,1,2,\ldots, N$ عندئذ يمكن حساب قيم التابع f(t) من أجل أي قيمة لـ t عندما $t \in [t_O, t_O + h]$ حيث القيمة h تتعلق بالقيمة N وبالدقة العددية لقيمة التابع f(t). فإذا وضعنا :

$$\xi_P = x - X_P$$
$$\eta_P = y - Y_P$$
$$\zeta_P = z - Z_P$$
$$S = -\frac{K^2}{r^3} \quad , \quad \sigma_P = -\frac{K^2}{\rho_P^3} \quad , \quad S_P = -\frac{K^2}{R_P^3}$$

حيث:

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$
$$\rho_P^2 = \xi_P^2 + \eta_P^2 + \zeta_P^2$$
$$R^2{}_P = X_P^2 + Y_P^2 + Z_P^2$$

عندئذ يمكن كتابة معادلات حركة المذنب بالشكل :

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= Sx + \sum_P m_P \sigma_P \xi_P + \sum_P m_P S_P X_P \\ \ddot{y} &= Sy + \sum_P m_P \sigma_P \eta_P + \sum_P m_P S_P Y_P \qquad (5) \\ \ddot{z} &= Sz + \sum_P m_P \sigma_P \zeta_P + \sum_P m_P S_P Z_P \end{aligned}$$

وإذا أضفنا للمعادلات السابقة جملة المعادلات التالية:

$$\begin{aligned} r\dot{r} &= x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z} \\ r\dot{S} &= -3S\dot{r} \\ \rho_P \rho_P^{\bullet} &= \xi_P \xi_P^{\bullet} + \eta_P \eta_P^{\bullet} + \zeta_P \zeta_P^{\bullet} \qquad (6) \\ \rho_P \sigma_P^{\bullet} &= -3\sigma_P \rho_P^{\bullet} \\ R_P R_P^{\bullet} &= X_P X_P^{\bullet} + Y_P Y_P^{\bullet} + Z_P Z_P^{\bullet} \\ R_P S_P^{\bullet} &= -3S_P R_P^{\bullet} \end{aligned}$$

يمكننا عندئذ استخراج العلاقات التراجعية التي تسمح لنا بحساب قيم أمثال النشر للتابع f(t) الذي يمثل إحداثيات المذنب x, y, z حيث تعطى القيم الابتدائية لإحداثيات المذنب ومركبات سرعته أي : $x_O, y_O, z_O, x_1, y_1, z_1$ من أجل $t = t_O$ حيث لدينا :

$$x = x_0 + \sum_{n=1}^{N} x_n (t - t_0)^n \qquad (7)$$

وبشكل مشابه بالنسبة للإحداثيتين y ,z إن طريقة سلاسل القوى التراجعية تسمح أيضاً بحساب خطوة التكامل العددية التي نرمز لها بـ h لنعّرف التابع:

$$\mathrm{A}(t) = \mathrm{A}_0 + \sum_{n=1}^{N} \mathrm{A}_n (t - t_0)^n$$

حيث: $\mathrm{A}_n = |x_n| + |y_n| + |z_n|$

وذلك من أجل n = 0, 1, 2, …,N . لنفرض أن : $h = t_h - t_0$

نريد أن نحصل على : $\mathrm{A}(t_h) = \mathrm{A}_0 + \sum_{n=1}^{N} \mathrm{A}_n h^n$ بدقة ε .

إن قيمة الخطوة h تحسب كما يلي :

إذا أخذنا : $\varepsilon = \mathrm{A}_{N-1} h^{N-1}$ عندئذ نحصل على : $h_0 = \left(\frac{\varepsilon}{\mathrm{A}_{N-1}} \right)^{1/(N-1)}$ حيث h_0 هي القيمة لخطوة التكامل.

إذا وضعنا الآن : $\frac{\mathrm{A}_{N+1}}{\mathrm{A}_N} = \frac{\mathrm{A}_N}{\mathrm{A}_{N-1}}$ ، $\left(\mathrm{A}_{N-1} + \mathrm{A}_N h + \mathrm{A}_{N+1} h^2 \right) h^{N-1} = \varepsilon$

عندئذ نحصل على خطوة التكامل المطلوبة:

$$h = \left[\frac{\varepsilon}{\mathrm{A}_{N-1} + \mathrm{A}_N h_0 \left(1 + \frac{\mathrm{A}_N}{\mathrm{A}_{N-1}} h_0 \right)} \right]^{1/N-1}$$

إحداثيات مذنبية وبعض النتائج المتعلقة بتطور مسارات المذنبات.

لقد أجريت مكاملة معادلات حركة المذنب تراجعيا ثم تقدمياً في الزمن ضمن المجال $\left[-5x10^6\, yr, 5x10^6\, yr \right]$ إلا إذا لاحظنا أن المذنب له تباعد مركزي متزايد القيمة أو لاحظنا أن المذنب يقترب من الشمس إلى مسافة أقل من Au 150 إذ بالحالتين السابقتين فإن عملية متابعة مكلملة معادلات الحركة كانت تتوقف .

لقد اخترنا حوالي 119 مذنب والتي تُصنف ضمن الدقة العالية أي أخطاؤها المرصودة قليلة وأجرينا عملية المكاملة العددية لكل مذنب بواسطة طريقة سلاسل القوى التراجعية حيث حصلنا على الجداول التالية:

جدول 1. a (10⁴ Au): عدد المذنبات بدلالة نصف القطر الكبير للمسار التراجعي

عدد المذنبات N	التراجعي (a)
41	$0.03 \le \ a \ \le 1$
12	$1 < \quad \le 2$
30	$2 < \quad \le 4$
14	$4 < \quad \le 6$
3	$6 < \quad \le 8$
1	$8 < \quad \le 10$
1	$10 < \quad \le 20$
0	$20 < \quad \le 40$
2	$40 < \quad \le 80$
5	$-1 \le \quad < 0$
5	$-2 \le \quad < -1$
1	$-4 \le \quad < -2$
2	$-6 \le \quad < -4$
2	$-8 \le \quad < -4$

جدول 2 . a (10⁴ Au): عدد المذنبات بدلالة نصف القطر الكبير للمسار التقدمي

N	التقدمي (a)
59	$0.03 < \quad \le 1$
5	$1 < \quad \le 2$
2	$2 < \quad \le 4$
0	$4 < \quad \le 6$
2	$6 < \quad \le 8$
1	$8 < \quad \le 10$
1	$10 < \quad \le 20$
42	$-1 < \quad < 0$
1	$-2 < \quad < -1$
4	$-4 < \quad < -2$
1	$-6 < \quad < -4$
1	$-8 < \quad < -6$

جدول 3. عدد المذنبات بدلالة مقلوب نصف القطر الكبير التقدمي ، التراجعي للمسار بالزمن

عدد المذنباتN	التقدمي $\left(\frac{1}{a}\right)$	التراجعي $\left(\frac{1}{a}\right)$
58	+	+
45	−	+
8	+	−
8	−	−

جدول 4. $q_{orig}(AU)$. عدد المذنبات بدلالة مسافة الحضيض الشمسي التراجعية

عدد المذنبات N	مسافة الحضيض الشمسي التراجعية q_{orig}
92	$0.04 \leq q_{orig} \leq 1$
18	$1 < \quad \leq 1000$
9	$1000 < \quad \leq 5766$

جدول 5. $q_{orig}(AU)$. عدد المذنبات بدلالة مسافة الحضيض الشمسي التقدمي للمسار بالزمن

عدد المذنبات N	مسافة الحضيض الشمسي التقدمية q_{fut}
70	$0.03 \leq q_{fut} \leq 100$
19	$100 \leq q_{fut} \leq 1000$
21	$1000 \leq \quad < 5000$
	$5000 \leq \quad < 14757$

النتائج ومناقشتها:

تمخض البحث كما توضحه الجداول السابقة على النتائج الإحصائية الهامة التالية :

1- تقع مسافات a (التراجعي) في المجال [$-80 \times 10^3 , 800 \times 10^3$] وتتركز في المجال [$363 ,10^4$] (جدول .1) .

2- تقع مسافات a (التقدمي) في المجال[$-80 \times 10^3 , 200 \times 10^3$] وتتركز في المجال [$300 , 10^4$] (جدول.2).

3- في الجدول الثالث نلاحظ أن 58 مذنب التي لها مسارات قطع ناقص لم يطرأ عليها أي تغيير من حيث نوع المسار أي بقيت قطوع ناقصة، كما نلاحظ أن 45 مذنب طرأ تغير على مساراته وأصبحت قطوع زائدة، أما بقية المذنبات وعددها 16 مذنب فتحولت مساراتها من قطوع زائدة إلى قطوع ناقصة .

4- إن قيم كل من q_{orig} , q_{fut} تقع في المجالين [5766 , 0.04]، [14757, 0.04] على الترتيب (جدول 4، 5) ونلاحظ أن معظم قيمها متمركزة في المجال [100 ,0.04] وهذا يعني أن قيم مسافة الحضيض الشمسي تزايدت إلى مسافات تقع خارج النظام الشمسي تقدمياً وتراجعياً في الزمن وهذا يعني أن حقل جاذبية المجرة استطاع قذف المذنبات إلى داخل النظام الشمسي.

خلاصة عامة:

يتضح من نتائج المكاملات العددية (الجداول 1، 2، 3،...،5) أن تأثير حقل جاذبية المجرة على تطور حركة المذنبات الحقيقية دفعت بعض المذنبات إلى خارج النظام الشمسي، كما أنها أسرت عدد من المذنبات إلى داخله حيث تبين من عملية المكاملة العددية تراجعياً في الزمن الماضي أن مسافة الحضيض الشمسي تناقصت خلال الزمن بحيث أصبح المذنب قابلاً للرصد من الأرض وهو قرب الشمس أي قرب مسافة حضيضه الشمسي.

المراجع:

1. Yabushita. On the orbital elements of nearly-parabolic comets perturbed by the Galactic Tidal field , Ast.J, 97(1989).
2. Morris, Muller. Tidal Gravitational Forces(1986) The in fall of new comets,
3. B.G. Marsden Catalogue of cemetery orbits(1989) .
4. G. Sitarski Lecurrent power series integration of the equations of comets motion Acta Astronomica Vol.29,No.3 (1979).
5. W. Black Numerical solution of the N-Body problem by Taylor series Methods, celestial Mech. 8, 357.