مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية – سلسلة العلوم الأساسية المجلد (35) العدد (2) 2013
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (35) No. (2) 2013

تأثير طاقة الكمون الذاتي للإلكترون والثقب على طيف طاقة اكستون فان–موت في الجمل المتعددة الطبقات

الدكتور محمد فاهود *

(تاريخ الإيداع 28 / 8 / 2012. قُبِل للنشر في 11 / 6 /2013)

□ ملخّص □

تم نظرياً توضيح فعل الكمون الذاتي لحاملة الشحنة في جملة مكونة من ثلاث طبقات رقيقة غير متجانسة. وتم الحصول على صيغ طاقة الكمون الذاتي لحاملة شحنة اختباريه متوضعة في الطبقة الوسطى من الجملة. ووفقت طاقة الكمون الذاتي للإلكترون والثقب وطاقة اكستون فان– موت عددياً. تم رسم طاقة الكمون الذاتي للإلكترون والثقب وطاقة اكستون فان – موت بتابعية البارامترات γ_k , ℓ_k .

الكلمات المفتاحية: اكستون فان– موت، الطاقة الكمونية الذاتية، كمون كولون، الأفلام الرقيقة، طاقة حاملات الشحنة.

* أستاذ مساعد – قسم الفيزياء–كلية العلوم– جامعة تشرين– اللاذقية– سورية.

مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية – سلسلة العلوم الأساسية المجلد (35) العدد (2) 2013
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (35) No. (2) 2013

Effect of self – action potential Energy of Electron and hole on the Wannier – Mott exciton Energy spectrum in Multilayer systems.

Dr. Mohammad Fahoud*

(Received 28 / 8 / 2012. Accepted 11 / 6 /2013)

□ ABSTRACT □

The manifestation of the self-action potential for charge carrier in system consisted of three spatially heterogeneous layers is investigated theoretically. The expressions for the self-action potential energy of a test charge placed in a central layer of the three-layer structures. The self-action potential energy of electron- hole and Wannier – Mott exciton are calculated numerically. The self-action potential energy of electron- hole and Wannier – Mott exciton are plotted as a function of ℓ_k , γ_k .

Keywords: Wannier - Mott exciton, self –action potential Energy, Coulomb potential, thin film, charge carrier energy.

*Associate professor, Physics Department, Faculty of Sciences, Tishreen University, Lattakia, Syria.

مقدمة:

لدراسة مسألة توضع حاملة شحنة كهربائية عند السطح الفاصل بين نصفي ناقلين (نصف ناقل – معدن، نصف ناقل – عازل) لابد من حساب الطاقة الكمونية للشحنة، تتألف الطاقة الكمونية للشحنة في هذه الحالة من قسمين أساسين:

أ– مساهمة ناتجة من تأثير الشحنة مع شحنات الشبكة على مسافة ذرة أو ذرتين في الطبقة(كمون كولون).

ب–مساهمة ناتجة من قوى التأثير المتبادل مع خيال الشحنة عبر الحدود الفاصلة، ويسمى هذا الجزء من الطاقة الكمونية بقوى الخيال [1] وتعطى بالعلاقة التالية:

$$u_{ie}(z)=\frac{e^2}{16\pi\varepsilon_0 z}.\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\varepsilon_2(\varepsilon_2+\varepsilon_1)} \qquad (1)$$

ε_1 ، ε_2 ثابتتي العازلية الكهربائية النسبية للوسطين المتماسين. بفرض أن الشحنة الكهربائية المدروسة موجودة في الوسط الثاني، وأن المحور z عمودي على مستوى الطبقة الرقيقة (x,y) وموجه من الوسط الأول إلى الوسط الثاني، ويقع مبدأ الجملة الإحداثية في مستوى التماس(z=0).

يمكن الحصول على طاقة كمون قوى الخيال (1) من أجل تماس وسطين من حل معادلة بواسون باستخدام الشروط الحدية (استمرارية الكمون والمركبة الناظمية لحقل التحريض الكهربائي)، وعند تحقق الشرط التالي:

$$z >> z_0 \qquad (2)$$

حيث Z إحداثي حاملة الشحنة وفق المحور العمودي على مستوى الطبقة، و $z_0=(\hbar/2m^*\omega_{p\ell})^{1/2}$ نصف قطر بولارون الإلكترون، ω_{pl} تردد بلازما إلكترونات التكافؤ[2] ، وتكون معاملات نصف الناقل العادي مساوية إلى: $m^*=0.1m_0$, $\omega_{pl}\sim 10^{10}s^{-1}$, $z_0=a$ و a ثابت الشبكة. وقد تم الحصول على الحل الدقيق لمعادلة شرودنغر من أجل الكمون (1) بالعلاقة التالية[1]:

$$\zeta_n=\frac{m^*e^4\,f^2(\varepsilon_1,\varepsilon_2)}{32\,\pi^2\,\varepsilon_0^2\,\hbar^2\,n^2} \quad , \quad n=1,2,..... \qquad (3)$$

حيث

$$f(\varepsilon_1,\varepsilon_2)=\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\varepsilon_2(\varepsilon_2-\varepsilon_1)} \qquad (4)$$

يكون طيف طاقة الإلكترونات في مستوى تماس الطبقتين وفق [3] مساوياً إلى:

$$E_n=\frac{\hbar^2k^2}{2m^*}+\zeta_n \qquad (5)$$

$\vec{k}$ – متجه موجي ثنائي البعد للإلكترون، و يعطى التابع الموجي للحالة الأساسية بالشكل التالي:

$$\Psi_1(\vec{\rho},z)=2\beta^{\frac{3}{2}}\,z\,e^{-\beta z+i\vec{k}.\vec{\rho}} \qquad (6)$$

$\vec{\rho}$ متجه نصف قطر ثنائي البعد في مستوي التماس(x,y).

وقد وُجد في [4] أن تأثير طاقة الكمون الذاتي يؤدي إلى تغير الطاقة الكمونية لحاملة الشحنة في مركز النقطة الكمومية (QD) بالقيمة:

$$v_{ie}(0)=\frac{e^2}{2R}.\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{\varepsilon_1\varepsilon_2}$$

حيث R نصف قطر النقطة الكمومية. كما بينت دراسة طاقة كمون كولون الحجمي للإلكترون والثقب مع الأخذ بعين الاعتبار ثابتة العازلية الكهربائية للنقطة الكمومية نقصاً في سويات طاقة الاكستون مقارنة مع كمون كولون المتضمن تفاعل الإلكترون والثقب، وطاقة التأثير الذاتي [5]. ولدراسة ظواهر فيزيائية جديدة (مبتكرة)، واقتراح تطبيقات تقنية استقصى الباحثون تأثير الحجم الكمي في بنى النانو نظرياً وتجريبياً [6,7]. فمنذ عهد قريب جداً تم تصنيع تراكيب أنصاف نواقل بنوعية عالية: الطبقات الفائقة، متعددات الطبقات و طبقة وحيدة[8]. وقد تمت دراسة طيف طاقة حاملة الشحنة والاكستونات في الأسلاك الكمية عندما تكون قطاعات الطاقة على شكل مستطيل وكذلك على هيئة قطع مكافئ ومقاطع أخرى، وتم حديثاً الاهتمام بالنقط الكمومية لم لذلك من تطبيقات واعدة، كعناصر أساسية لليزرات نصف الناقل، محولات لا خطية للضوء، ذاكرة حاسوب وعناصر لبوابات منطقية كمومية [9–11].

وقد وُجد أن طاقة ارتباط الاكستون الحر في فلم رقيق من مادة CdTe تزداد كلما نقصت سماكة الفلم، وقد فُسّر أن سبب هذه الزيادة هو نقص حجب تفاعل كولون بين زوج الإلكترون – ثقب. وتبين أن هذا التغير يتوافق بشكلٍ متناسب مع الدراسة النظرية[12]، سيتم التركيز في هذا العمل ولأول مرة على دراسة تأثير طاقة الكمون الذاتي للإلكترون والثقب على طيف طاقة اكستون فان – موت.

أهمية البحث وأهدافه:

تأتي أهمية هذا البحث من كونه يدرس تأثير طاقة الكمون الذاتي للإلكترون والثقب إلى جانب كمون كولون على طاقة اكستون فان – موت، ويهدف هذا البحث إلى:

1. الحصول على $v_{sa}(z_{e,h})$ الطاقة الكمونية الذاتية للإلكترون والثقب من حل معادلة بواسون.
2. كتابة مؤثر هاملتون(الطاقة) لـ اكستون فان – موت في طبقة رقيقة(فلم) من جملة مكونة من ثلاث طبقات رقيقة لإنصاف نواقل مختلفة.
3. حل معادلة شرودنغر من أجل كمون كولون للإلكترون والثقب مضافاً إليه الكمون الذاتي لكلٍ من الإلكترون والثقب والحصول على E_{ex}^{1s} طاقة اكستون فان – موت في الحالة الأساسية.
4. توضيح تأثير معامل انزوتروبية العازلية الكهربائية، وسماكة الطبقة على E_{sa} (الطاقة الذاتية) وعلى E_{ex}^{1s}.

طرائق البحث ومواده:

لدراسة طيف الطاقة الكهربائية لحاملة الشحنة وللاكستون في الجمل العديدة الطبقات من الضروري حساب الكمون الذاتي الناتج عن الحقل الذي تولده الشحنة(يسمى التأثير المتبادل بين الشحنة الكهربائية والاستقطاب الناتج عن حقل الشحنة نفسها بالطاقة الكمونية الذاتية).

يمكن الحصول على الطاقة الكمونية الذاتية لشحنة نقطية q(إلكترون أو ثقب) في طبقة رقيقة (k=2) لجملة مكونة من ثلاث طبقات(k=1,2,3) باستخدام الطريقة الكلاسيكية(الالكتروديناميك). حيث تعتبر الطبقة التي يتحرك فيها الإلكترون(في منطقة الناقلية) والثقب (في منطقة التكافؤ) متماثلة الاستقطاب. نحصل من حل معادلة بواسون:

$$\mathrm{div}(\vec{\varepsilon}\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,u_k(\vec{r},\vec{r}\,'))=-\varepsilon_0^{-1}\rho_k \qquad k=1,2,3 \qquad (7)$$

على $u(\vec{r},\vec{r}')$ الكمون الناتج من توزع الشحنات بكثافة حجميه $\rho(\vec{r})$. نعوض بعد ذلك في عبارة الكمون العامة $z_e = z_h$ فنحصل على الكمون الذاتي $u_{sa}(z_c)$ حيث c=e , h (إلكترون ، ثقب على الترتيب)، نضرب بعد ذلك عبارة الكمون الناتجة $u_{sa}(z_c)$ بشحنة الإلكترون(e-) إذا كان الحل قد تم من أجل الإلكترون أو بشحنة الثقب(e) إن كان الحل بالنسبة للثقب، ولا يختلف الحلان إلا عند التعويض في المعادلة (7) عن ρ كثافة الشحنة، فكثافة الشحنة للإلكترونات هي $\rho(\vec{r}) = e(\vec{r}_h - \vec{r})$ وللثقوب $\rho(\vec{r}) = -e(\vec{r}_e - \vec{r})$، فنحصل على $v_{sa}(z_c)$ طاقة الكمون الذاتي. ونحل بعد ذلك معادلة شرودنغر من أجل هذا الكمون مع كمون كولون للإلكترون والثقب فنحصل على طيف طاقة اكستون فان – موت في جملة مكونة من ثلاث طبقات رقيقة في حقل الكمون الكلي (كمون كولون +الكمون الذاتي).

النتائج والمناقشة:

نفرض شحنة نقطية إلكترون (ثقب) معينة بالمتجه $\vec{r}$ في الطبقة الوسطى من جملة مكونة من التحام ثلاث طاقات رقيقة. يمكننا إيجاد الطاقة الكمونية الناتجة عن هذه الشحنة في نقطة من نفس الطبقة معينة بالمتجه $\vec{r}'$ من حل معادلة بواسون التالية:

$$\mathrm{div}(\vec{\varepsilon}_k \overrightarrow{\mathrm{grad}}\, u_k(\vec{r})) = -\varepsilon_0^{-1}\rho_k(\vec{r}) \quad , \quad k = 1,2,3 \tag{8}$$

$\vec{\varepsilon}_k$ تنسور العازلية الكهربائية للطبقات.

$$\varepsilon_k^{ij} = \delta^{ij}\left[\varepsilon_k''\delta_{i3} + \varepsilon_k^{\perp}\delta_{i1} + \varepsilon_k^{\perp}\delta_{i2}\right] \tag{9}$$

δ_{ij} دلتا كرونيكر، k=1,2,3 رقم الطبقة و i , j = 1 , 2 , 3 أرقام المحاور الإحداثية، أي عندما i=1, توافق المحور x و i=2 توافق المحور y و i=3 توافق المحور z، وكذلك بالنسبة إلى الرمز j، أما ρ_k فهي الكثافة الحجمية للشحنة كما تم ذكره. بفرض أن $\rho_{1,3}=0$ (لا توجد في أي من المستويين k=1, 3 شحنات). وبفرض أن مستوى الطبقة xy لانهائي.

في حالة التماثل وتوحيد الخصائص في مستوى الطبقة k=2 فإن الكمون $u(\vec{r},\vec{r}')$ يعتمد على $\vec{\rho} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$ متجه نصف قطر في المستوى xy (المسافة بين الإلكترون والثقب)، يمكن نشر الكمون $u(\rho, z, z')$ وفق تكامل فورييه.

$$u_k(\vec{\rho}, z, z') = \int_0^{\infty} \frac{d^2\eta}{(2\pi)^2} e^{i\vec{\eta}\cdot\vec{\rho}} u_k(\vec{\eta}, z, z') \tag{10}$$

بالتعويض من (10) في (8) نحصل على المعادلة التالية:

$$\varepsilon_k'' \frac{\partial^2 u_k(\eta, z)}{\partial z^2} - \varepsilon_k^{\perp}\eta^2 u_k(\eta, z) = -\varepsilon_0^{-1}\rho_k(\eta, z) \tag{11}$$

في الحالة الخاصة عندما ρ_k لا تساوي الصفر، فأن مركبة فورييه للكمون تعطى بالعلاقة التالية:

$$u_2(\eta, z) = \int_{-\frac{\ell_2}{2}}^{\frac{\ell_2}{2}} G(\eta, z, z')\rho_2(\eta, z')dz' \tag{12}$$

حيث $G(\eta, z, z')$ تابع غرين، يعطى بالعلاقة التالية:

$$G(\eta, z, z') = \frac{2\pi e}{\bar{\varepsilon}_2 \varepsilon_0 \eta}\left\{ e^{-\gamma_2 \eta |z-z'|} + \frac{2}{\left(e^{2\xi_2} - \delta_1 \delta_3\right)}\left[\delta_1\delta_3 \operatorname{ch}\gamma_2\eta(z-z') + \right.\right.$$
$$+ e^{\xi_2}\left[\frac{\bar{\varepsilon}_2^2 - \bar{\varepsilon}_1\bar{\varepsilon}_3}{(\bar{\varepsilon}_2+\bar{\varepsilon}_1)(\bar{\varepsilon}_2+\bar{\varepsilon}_3)}\operatorname{ch}\gamma_2\eta(z+z') \right. \qquad (13)$$
$$\left.\left.\left. + \frac{(\bar{\varepsilon}_1 - \bar{\varepsilon}_3)\bar{\varepsilon}_2}{(\bar{\varepsilon}_2+\bar{\varepsilon}_1)(\bar{\varepsilon}_2+\bar{\varepsilon}_3)} \times \operatorname{sh}\gamma_2\eta(z+z')\right]\right]\right\}$$

$\gamma_k = \left(\frac{\varepsilon_k^{\perp}}{\varepsilon_k''}\right)^{1/2}$ ، $\delta_j = \frac{\bar{\varepsilon}_2 - \bar{\varepsilon}_j}{\bar{\varepsilon}_2 + \bar{\varepsilon}_j}$, $j = 1,3$ معامل لا تماثل العازلية الكهربائية للفلم (الانزوتروبية معامل تغير الصفات الكهربائية باختلاف الاتجاهات)

$$\bar{\varepsilon}_k = \sqrt{\varepsilon_k^{\perp}\varepsilon_k''} \quad , \quad \xi_k = \sqrt{\varepsilon_k}\eta\ell_k \quad , \ell_k = z_k - z_{k-1} \quad k = 1, 2, 3$$

في الحالة الخاصة عندما $\gamma_2 = 1$ فإننا نحصل من العلاقة (13) على نتيجة العمل [13].

$$u_2(\rho, z) = \int d\vec{\rho}' \int_{-\frac{\ell_2}{2}}^{\frac{\ell_2}{2}} K(\vec{r}, \vec{r}')\rho_2(\vec{r})dz' \qquad (14)$$

حيث

$$K(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\int_0^{\infty} d\eta\, \eta\, J_0(\vec{r}|\vec{\rho} - \vec{\rho}'|)\, G(\eta, z, z') \qquad (15)$$

$J_0(x)$ تابع بيسل [14].

يمكن الحصول على الطاقة الكمونية الكلية للشحنات من العلاقة المعروفة التالية:

$$v(\vec{r}_e, \vec{r}_h) = \frac{1}{2}\int u(\vec{r})\rho_2(\vec{r})d\vec{r} \qquad (16)$$

نستخدم العلاقة السابقة للحصول على الطاقة الكمونية للإكستون. تعطى كثافة شحنة الإكستون بالعلاقة:

$$\rho_2(\vec{r}) = -e(\vec{r}_e - \vec{r}) + e(\vec{r}_h - \vec{r}) \qquad (17)$$

نحصل من نتيجة التكامل في (16) على الطاقة الكمونية الكلية للإكستون بالشكل التالي:

$$v(\vec{r}_e, \vec{r}_h) = -e^2 K(\vec{r}_e, \vec{r}_h) + \frac{1}{2}e^2 K(\vec{r}_e, \vec{r}_e) + \frac{1}{2}e^2 K(\vec{r}_h, \vec{r}_h) \qquad (18)$$

يصف الحد الأول من العلاقة (18) التأثير الفعّال للإلكترون والثقب (التأثير المباشر بين الإلكترون والثقب، وكذلك التأثير بين الإلكترون والاستقطاب اللاعطالي الناتج عن الثقب، والتأثير بين الثقب والاستقطاب اللاعطالي الناتج عن الإلكترون). يعبر الحد الثاني والثالث عن التأثير الذاتي للشحنات (التأثير المباشر للشحنة على نفسها، وكذلك التأثير بين الشحنة والاستقطاب اللاعطالي للوسط الناتج عن الشحنة نفسها). يُعبر الحد ($(2\eta\bar{\varepsilon}_2)^{-1} e^{-\gamma_2\eta|z-z'|}$ عن التأثير المباشر للشحنة على نفسها(على مكان وجودها عندما نضع $z = z'$).

يمكن كتابة الطاقة الكمونية الكلية للإكستون في (18) بالشكل النهائي التالي:

$$v(\vec{r}_e, \vec{r}_h) = v(\rho, z_e, z_h) + v_{sa}(z_e) + v_{sa}(z_h) \qquad (19)$$

حيث

$$v(\rho, z_e, z_h) = -\frac{e^2}{\bar{\varepsilon}_2}\int_0^{\infty} J_0(\eta,\rho)d\eta\{e^{-\gamma_2\eta|z_e-z_h|} + \frac{2}{e^{2\xi_2}-\delta_1\delta_3}[\delta_1\delta_3 ch[\gamma_2\eta(z_e-z_h)]+ e^{\xi_2}(\frac{\bar{\varepsilon}_2^{\,2}-\bar{\varepsilon}_1\bar{\varepsilon}_3}{(\bar{\varepsilon}_2+\bar{\varepsilon}_1)(\bar{\varepsilon}_2+\bar{\varepsilon}_3)} ch[\gamma_2\eta(z_e+z_h)] + \frac{(\bar{\varepsilon}_1-\bar{\varepsilon}_3)\bar{\varepsilon}_2}{(\bar{\varepsilon}_2+\bar{\varepsilon}_1)(\bar{\varepsilon}_2+\bar{\varepsilon}_3)} sh[\gamma_2\eta(z_e+z_h)])]\} \quad (20)$$

$$v_{sa}(z_c) = \frac{e^2}{\bar{\varepsilon}_2}\int_0^{\infty}\frac{d\eta}{e^{2\xi_2}-\delta_1\delta_3}[\delta_1\delta + e^{\xi_2}(\frac{\bar{\varepsilon}_2^2-\bar{\varepsilon}_1\bar{\varepsilon}_3}{(\bar{\varepsilon}_2+\bar{\varepsilon}_1)(\bar{\varepsilon}_2+\bar{\varepsilon}_3)} ch(2\gamma_2\eta z_c) + \frac{(\bar{\varepsilon}_1-\bar{\varepsilon}_3)\bar{\varepsilon}_2}{(\bar{\varepsilon}_2+\bar{\varepsilon}_1)(\bar{\varepsilon}_2+\bar{\varepsilon}_3)} sh(2\gamma_2\eta z_c)] \quad (21)$$

$v_{sa}(z_c)$ طاقة الكمون الذاتي(c=e , h للإلكترون والثقب على الترتيب) التي تسهم في تغير عرض القطاع المحظور.

يلعب الاكستون دوراً هاماً في تشكيل طيف الامتصاص والإصدار في الأوساط ثنائية البعد لذلك يتم الاهتمام بحساب علاقة طاقة الاكستون بدلالة ℓ سماكة الحفرة الكمونية [15]، إذ تبين أن معظم سلوك أنصاف النواقل الرقيقة حساسة جداً لتغير سماكتها ℓ. هذا يعني أن قانون التشتت لشبه جسيمة في أنصاف النواقل الرقيقة يتغير بتغير سماكة الفلم. وقد وجد أن أحد أهم الظواهر في أنصاف النواقل هي دراسة طيف الاكستون، لذلك فإن هذا الطيف يُدرس بشكل واسع نظرياً وتجريبياً، ولما للموضوع من أهمية كبيرة في الصناعات الالكترونية والضوئية فإن الأعمال التجريبية المنشورة في هذا المجال أقل بكثير من المنشورات النظرية.

للحصول على طاقة اكستون فان – موت في جملة مكونة من التحام ثلاث طبقات رقيقة من أنصاف نواقل مختلفة حيث الإلكترون والثقب في الطبقة الوسطى(k=2) لابد من حل معادلة شرودنغرمن أجل الكمون (19).

يعطى مؤثر هاملتون للإكستون في الطبقة الوسطى (k=2) بالعلاقة التالية:

$$\hat{H} = \frac{\hat{P}_{ell}^2}{2m_{ell}^*} + \frac{\hat{p}_{hll}^2}{2m_{hll}^*} + \frac{\hat{p}_{\rho}^2}{2\mu_{\perp}} + v(\rho, z_e, z_h) + v_{sa}(z_e) + v_{sa}(z_h) \quad (22)$$

$\mu_{\perp} = \frac{m_{e\perp}^* m_{h\perp}^*}{m_{e\perp}^* + m_{h\perp}^*}$ الكتلة المختزلة للاكستون.

ويعطى التابع الموجي للإكستون في الحالة الأساسية بالعلاقة التالية:

$$\psi_{1s}(\rho, z_e, z_h) = C\cos(\frac{\pi z_e}{\ell_2})\cos(\frac{\pi z_h}{\ell_2})\, e^{-\lambda\rho} \quad (23)$$

λ بارامتر متغير يحسب بطريقة التغيير، C ثابت يُحسب من شرط الاستنظام ويساوي $C = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{\lambda}{\ell_2}$

بالتعويض في العلاقة (23), نحصل على التابع الموجي بالشكل التالي:

$$\psi_{1s}(\rho, z_e, z_h) = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{\lambda}{\ell_2}\cos(\frac{\pi z_e}{\ell_2})\cos(\frac{\pi z_h}{\ell_2})\, e^{-\lambda\rho}$$

للحصول على طاقة اكستون فان–موت يجب حل معادلة شرودنغرمن أجل طاقة الكمون $v(\vec{r}_e, \vec{r}_h)$

$$\left(\frac{\hat{P}_{ell}^2}{2m_{ell}^*} + \frac{\hat{p}_{hll}^2}{2m_{hll}^*} + \frac{\hat{p}_{\rho}^2}{2\mu_{\perp}} + v(\rho, z_e, z_h) + v_{sa}(z_e) + v_{sa}(z_h)\right)\psi = E_{ex}\psi \quad (24)$$

لا يمكن حل المعادلة (24) تحليلياً بسبب صعوبة عبارة $v(\vec{r}_e,\vec{r}_h)$ ، لذلك يتم اللجوء إلى الطريقة الحسابية.

$$E_{ex}=\frac{\hbar^2\pi^2}{2\ell_2^2\mu_\perp}+\frac{\hbar^2\lambda^2}{2\mu_\perp}+<\psi|v(\rho(z_e,z_h)|\psi>+<\psi|v_{sa}(z_e)+v(z_h)|\psi> \qquad (25)$$

حيث:

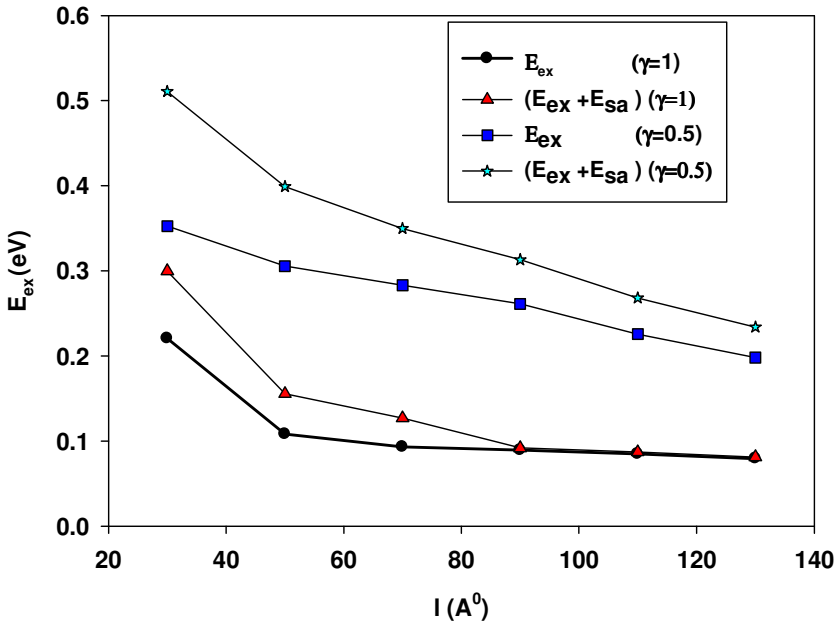
$$<\psi|\,v(\rho,z_e,z_h)|\psi>=\frac{8e^2}{\varepsilon_2\,\gamma_2\,\ell_2}\int_0^\infty\frac{dx}{\left(4+\frac{x^2}{\lambda^2d^2}\right)}\left\{\frac{3x^2+8\pi^2}{4x\left(x^2+4\pi^2\right)}-\right. \qquad (26)$$
$$\left.\frac{8\pi^4\left(1-e^{-x}\right)}{x^2\left(x^2+4\pi^2\right)^2}+\frac{32\pi^4\delta sh^2\left(x/2\right)}{x^2\left(e^x-\delta\right)\left(x^2+4\pi^2\right)^2}\right\}$$

$$<\psi|\,v_{sa}(z_e)+v_{sa}(z_h)|\psi>=\frac{2e^2}{\varepsilon_2\,\gamma_2\,\ell_2}\int_0^\infty\frac{dx}{\left(e^{2x}-\delta^2\right)}\left[\delta^2+e^x\delta\frac{\pi^2shx}{x\left(\pi^2+x^2\right)}\right] \qquad (27)$$

نكتب عبارة طاقة الاكستون بالشكل النهائي التالي:

$$E_{ex}=\frac{\hbar^2\,\pi^2}{2\ell_2^2\,\mu_\perp}+\frac{\hbar^2\,\lambda^2}{2\lambda^2\mu_\perp}-\frac{8\,e^2}{\varepsilon_2\,\pi\,\gamma_2\ell_2}\int_0^\infty\frac{dx}{(4+\frac{\lambda^2x^2}{\gamma^2\,\ell_2^2})^{1/2}}\left\{\frac{3x^2+8\,\pi^2}{4x(x^2+4\,\pi^2)}-\right.$$
$$\left.\frac{8\pi^4(1-e^{-x})}{x^2\,(\,x^2\,+4\pi^2)^2}+\frac{32\,\pi^4\,\delta\,sh^2(\frac{x}{2})}{x^2(e^x-\delta)\,(x^2+4\pi^2)^2}\right\}+\frac{2e^2}{\varepsilon_2\,\pi\,\gamma_2\,\ell_2}\int_0^\infty\frac{dx}{(e^{2x}-\delta^2)}\left[\delta^2+e^x\delta\frac{\pi^2\,shx}{x(\pi^2+x^2)}\right] \qquad (28)$$

وقد تمت مناقشة حالات عدة لعبارة كمون كولون للإلكترون والثقب [16]. ومن الهام جداً مناقشة ميل تغير طاقة ارتباط الاكستون تبعاً لبارامترات الجملة.



الشكل (1) طاقة الحالة الأساسية لاكستون فان–موت في طبقة من GaAs يجاورها من الجانبين طبقتين من AlGaAs كتابع لـ ℓ_2 سماكة طبقة الـ GaAs.

يوافق المنحني المؤشر بدوائر طاقة الاكستون بدون الطاقة الكمونية الذاتية للإلكترون والثقب (العلاقة 27) ومن أجل γ=1 (أي أن الوسط متماثل الخواص باختلاف الاتجاهات، ويسمى ايزوتروبي isotropic)، ويوافق المنحني المؤشر بمثلثات طاقة الاكستون مع عبارة طاقة الكمون الذاتي(العلاقة28) ومن أجل γ=1 .

يتبين من المنحنين أن طاقة الكمون الذاتي تؤدي إلى زيادة طاقة ارتباط الاكستون.

يوافق المنحنيان المؤشران بمربع ونجمة طاقة الاكستون بدون طاقة الكمون الذاتي ومع طاقة الكمون الذاتي على الترتيب، ولكن من أجل γ=0.5 للمنحنيين (الوسط مختلف الخواص باختلاف الاتجاهات، ويسمى انزوتروبي anisotropic).

يتضح أنه في الوسط المختلف الخواص باختلاف الاتجاهات أي عندما γ= 0.5 فإن طاقة الاكستون تزداد عما هي عليه في الوسط المتناحي أي عندما γ=1.

تم رسم المنحنيات من أجل قيم المعاملات التالية:

$$\varepsilon_2 = 13.6 \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 11.4 \quad m_e^* = 0.067 m_0 \quad m_h^* = 0.38 m_0$$

الاستنتاجات والتوصيات:

الاستنتاجات:

1. تم الحصول على طاقة حاملة الشحنة في حقل الكمون الذاتي كتابع للمعاملات $\varepsilon_k , \ell_k , \gamma_k$.
2. ينتج من عبارة الطاقة الكمونية الذاتية، أنها واحدة سواء للإلكترون أو للثقب(تحتوي العبارة (21) على e^2).
3. ينتج من الشكل (1) أن طاقة اكستون فان – موت تتناقص مع زيادة سماكة الطبقة. وتزداد مع انزوتروبية العازلية الكهربائية للطبقات(وسط انزوتروبي $\gamma= 0.5$ توافق المنحنيين العلويين ، وسط ايزوتروبي $\gamma=1$ المنحنيين السفليين).
4. تساهم طاقة الكمون الذاتي لحاملة الشحنة في زيادة (كما في هذه الحالة) أو إنقاص طاقة ارتباط الاكستون، وذلك حسب ثوابت العازلية الكهربائية للطبقة الوسطى(المتشكل فيها الاكستون) وللطبقتين المجاورتين، ويزداد تأثير الكمون الذاتي عند حد تماس الطبقة ويقل كلما ابتعدنا عن الحد الفاصل حتى يكاد ينعدم التأثير بعد السماكة $90\ A^0$ ، ويمكن شرح ذلك كما يلي:

أ– إذا كانت ثابتة العازلية الكهربائية للطبقة الوسطى اكبر من ثابتتي العازلية الكهربائية للطبقتين المجاورتين ($\varepsilon_2 > \varepsilon_1 , \varepsilon_3$) كما في حالتنا هذه ، فإن حاملة الشحنة(إلكترون قطاع الناقلية – ثقب قطاع التكافؤ) تعاني تدافع من الطبقتين المجاورتين، وبالتالي فإن قعر قطاع الناقلية ينزاح نحو الأعلى(يزداد) بالمقدار $E_{sa}(\ell_2)$ (الحد الثالث في (25)).

ب–إذا كانت حاملة الشحنة تعاني تجاذب من الجانبين ($\varepsilon_2 < \varepsilon_1 , \varepsilon_3$) فإن قطاع الناقلية ينزاح نحو الأسفل بالمقدار $E_{sa}(\ell_2)$.

التوصيات:

تعتبر هذه الدراسة هامة وإن كانت كلاسيكية حيث يتحقق الشرط $\omega_{p\ell} >> \omega_{ph}$ ($\omega_{p\ell} \sim 10^{15}\ s^{-1}$, $\omega_{ph} \sim 10^{13}\ s^{-1}$)، عندئذٍ فأن كمون التأثير المتبادل بين الجسيمات المشحونة وبلازما الكترونات التكافؤ لا يتعلق بسرعة الجسيمات وإنما يعتمد فقط على الإحداثي z المعامد لمستوى الفلم، لذلك تم حل المسألة كلاسيكياً وذلك باستخدام حل معادلة بواسون. لدراسة المسألة كوانتياً على أساس نظرية البولارون يجب الأخذ بعين الاعتبار الحركة الديناميكية للإلكترونات والثقوب أي حالة الاستقطاب العطالي واللاعطالي، عندئذٍ من الضروري استخدام الهاملتونيان بحيث يكون بالإضافة إلى كمون كولون للتأثير المتبادل بين الإلكترون والثقب إدخال كذلك تأثير كل جسيمة مع الاهتزاز الاستقطابي للبلورة (الاهتزاز السطحي والحجمي للذرات).

المراجع:

[1]- *Л. Д. ЛАНДАУ. Е.М. ЛИФШИЦ. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА СПЛОШНЫХ СРЕД. М. НАУКА. 1982.*

لانداو و ليفشتس الكتروديناميك الأوساط المستمرة موسكو 1982.

[2] – *E. P. Pokatilov, S. I. Beril, V. M. Image. Potentials and Image forces in the polaron theory//phys. Stat. sol. (b). (1988). V147. N1 – P. 163-172.*

[3]- *М. Ф. Дейген. М. Д. Глинчук. Электрон вблизи поверхости гомеополярного кристалла// ФТТ. – 1963. – Т.5 вып.1.- С.3150-3158.*

[4]-*I.M. Kupchak, Yu.V. Kryuchenko, D.V. Korbutyak, Excitons and trions in spherical semiconductor quantum dots. 2006. V. 9, N 1. P. 1-8.*

[5]- *V. A. Fonoberov* and E. P. Pokatilov†, Exciton states and optical transitions in colloidal CdS quantum dots:Shape and dielectric mismatch effects, PHYSICAL REVIEW B 66, 085310. (2002).*

[6]- *A. Alivisatos, J. Phys. Chem. 100, 13226. (1996), and references therein; A.P. Alivisatos, Science 271, 933. (1996).*

[7]- *K. L. Wang and A. Balandin, in Optics of Nanostructured Materials, edited by V. Markel and T. George ~John Wiley & Sons, New York, 2000, p. 515.*

[8*]- Q.X. Zhao, N. Magnea, and J.L. Pautrat, "Exciton localization by a fractional monolayer of ZnTe inserted in a wide CdTe quantum well" Phys. Rev. B52, 16612 (1995).*

[9]- *D.L. Klein, R. Roth, A.K.L. Lim, A.P. Alivisatos, and P.L. McEuen, Nature ~London! 389, 699 (1997).*

[10]- *D. Bimberg, M. Grundmann, and N. N. Ledentsov, Quantum Dot Heterostructures ~John Wiley & Sons, London, (1998).*

[11]- *A. Balandin, G. Jin, and K.L. Wang, J. Electron. Mater. 29, 549, (2000).*

[12]- *N.A. Babaev, V. S. Bagaev, F.V. Garin, A.V. Kochemasov, L.V. Paramonov, A.G. Poyarkov, N.N. Salashchenko, and V. B. Stopachinskii, Size of quantization of excitons in CdTe, Pis,ma Zh. Eksp. Teor. Fiz, 40, No. 5, 190 – 193, (1984).*

[13]- Келдыш, Л.В. 1979. *КУЛОНОВСКОЕ ВЗИМОДЕИСТВИЕ В ТОНКИХ ПЛЕНКАХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ И ПОУМИТАЛОВ*. ЖЭТФ. Т.29 N^0. 11. С.716-719

13- ل. ف. كيلدش. تأثير كولون المتبادل في الأفلام الرقيقة لإنصاف النواقل وأنصاف المعادن، مجلة الفيزياء التقنية والالكترونيات، الجزء التاسع والعشرون، العدد الحادي عشر، 1979، 716-719.

[14]- *И. С. ГРАДШТЕИН. и И. М. РЫЖИК. ТАБЛИЦЫ-ИНТЕГРАЛОВ- РЯДОВ И ПРОИЗВЕДЕНИЙ. МОСКВА 1963.*

14- *إ. س. غرادشتين، إ. م. ريجيك، جداول – تكاملات- متسلسلات – ضرب – موسكو 1963.*

[15]- *Эфрос А. Л. Экситоны в структурах с квантовами ямвми,*ФТП. Т.20 N^o. 7. *1986.* С. 1281-1287.

15- ايفروس. ال. ل. الاكستونات في الحفر الكمونية للطبقات. مجلة الفيزياء وتقنية أنصاف النواقل، الجزء عشرون، العدد السابع، 1986، 1281-1287.

16-م. ح. فاهود، كمون كولون للإلكترون والثقب (الاكستون) في الأفلام الرقيقة، وتأثير معامل اللاتناحي للعازلية الكهربائية، مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية(قبلت النشر)2011.