

## حساب الناقلية ومعامل العازلية الكهربائيين لبلازما فيرمي الواقعة تحت تأثير حقل مغنطيسي خارجي

د. نجاح قبلان\*

د. محمود أحمد\*\*

(تاريخ الإيداع 12 / 12 / 2016. قُبِلَ للنشر في 19 / 3 / 2017)

### □ ملخص □

تم في هذا البحث حل المعادلة الحركية شبه الكمومية لاندائو- سيلين عند استخدام التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات في بلازما فيرمي الواقعة تحت تأثير حقل مغنطيسي خارجي، ومن ثم الحصول على نتائج أكثر دقة لبعض الخواص كالناقلية ومعامل العازلية، نظراً لأهميتهما في دراسة خواص البلازما بتابعية بارامترات لاندائو ( $F_{\ell}^a$ )، وبعدها تمت مقارنة النتائج التي تم الحصول عليها مع نتائج طرق أخرى لتعيين هذين المعاملين.

**الكلمات المفتاحية:** نظرية سائل فيرمي - بلازما فيرمي الكمية - تابع التأثير المتبادل - بارامترات لاندائو - الناقلية الكهربائية - معامل العازلية الكهربائي.

\* أستاذ مساعد - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.  
\*\* أستاذ مساعد - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

## Calculating the conductivity and dielectric constant in quantum Fermi Plasma under external magnetic field

Dr. Najah Kabalan\*  
Dr. Mahmoud Ahmad\*\*

(Received 12 / 12 / 2016. Accepted 19 / 3 / 2017)

### □ ABSTRACT □

Landau, s – Silin Semi Kinetic Equation has been solved by this scientific paper. After taking into consideration the mutual effect between quasi particles in Fermi's Plasma under a magnetic field to get more accurate results related to coming up with some characteristics of this sphere. Like the conductivity and dielectric coefficient due to their necessity in the plasma's characteristic study depending on Landau's parameters ( $F_{\ell}^a$ ) and comparing them to the results of other ways for these parameters to be calculated.

**Key Words:** Fermi liquid Theory - Quantum Fermi Plasma - Interaction Function - Landau's Parameters - electric conductivity - dielectric Constant.

---

\* Assistant Prof at Physics Department - Faculty of Sciences - Tishreen University - Lattakia - Syria.

\*\*Assistant Prof at Physics Department - Faculty of Sciences - Tishreen University - Lattakia - Syria.

## مقدمة:

يمكن حساب بعض المقادير الفيزيائية، التي تصف تصرف جملة فرميونية تخضع لحقل مغنطيسي خارجي، باستخدام المعادلة الحركية شبه الكمومية [1]، والتي ترجع بالأصل إلى معادلة ليوفيل [2] بعد إجراء تحويلات على الفراغ الطوري. أدت هذه التحويلات إلى ظهور أشكال عدة لهذه المعادلة [3-6]، والتي تميزت بقدرتها على معالجة العديد من المسائل الفيزيائية المتعلقة بحركية مكونات الوسط، وما يتبعها من معطيات على درجة من الأهمية يندرج ضمنها حساب بعض الخواص الفيزيائية له كالناقلية الكهربائية ومعامل العازلية والانضغاطية والخواص المغناطيسية والظواهر الموجية. اعتمد لاندوا على هذه المعادلة لدراسة مسألة فرط السيولة لسائل الهليوم ثلاثة [4]، ثم طورت من بعده على يد سيلين لتشمل في معالجتها إلكترونات الناقلية في المعادن [5]، وتمكن بذلك من إيجاد الصيغ الموجية لاهتزاز موجة الكثافة وأمواج السبين بتابعية معاملات لاندوا بالاعتماد على نظريته التي أوضحت معروفة على نطاق واسع باسم نظرية السوائل الكوانتية أو سائل فيرمي (quantum Fermi Liquids). [3-6]. تعالج نظرية لاندوا هذه مسائل المواد الكثيفة في درجات الحرارة المنخفضة  $[(1-3)mK]$ ، اعتماداً على مفهوم أشباه الجسيمات، انطلاقاً من فكرة أن سائل فيرمي ما هو إلا تعميم لجملة الإلكترونات الحرة (الغاز المثالي). تتميز أشباه الجسيمات بكون زمن حياتها طويلاً ضمن مجال طاقي من مرتبة  $(K_B T)$  يقع على جانبي سطح فيرمي، حيث  $(K_B)$  ثابتة بولتزمان و  $(T)$  درجة الحرارة، مع كون  $(K_B T)$  أقل بكثير من طاقة فيرمي  $(\epsilon_F)$ ، أي أن  $(K_B T \ll \epsilon_F)$ ، تعد هذه اللامساواة شرطاً أساسياً لجعل الدراسة تتم بالقرب من سطح فيرمي، والموافق لكون زمن حياة أشباه الجسيمات كبيراً جداً، ويزداد عندما تصبح كمية حركة شبه الجسيم  $p$  قريبة من كمية حركته على سطح فيرمي  $(p_F)$  أي أن  $(P \rightarrow p_F)$  [6]، وتكون حركة شبه الجسيم مقيدة بسبب التشتت الأمامي والخلفي عند الزاويتين  $(\theta = 0 ; \pi)$  طبقاً لمبدأ الاستبعاد لباولي، هذا ويعد الشرط الآتي  $(K_B T \ll \epsilon_F)$  من أساسيات تشكل البلازما الكمية بصورة عامة.

تقدر درجة حرارة فيرمي  $(T_F)$  بحوالي [6]  $(T_F \sim 10^4 K)$  وهي أعلى بكثير من درجة الحرارة المستخدمة في التطبيقات الفيزيائية على المعادن، هذا ويؤدي التشوه الصغير الذي يتعرض له سطح فيرمي نتيجة للاضطراب الخارجي إلى تعرض المقدار الفيزيائي لتغير طفيف ينبغي تصحيحه في السائل الكوانتي، ولتحقيق ذلك يمكن الانطلاق من حل المعادلة الحركية بعد أخذ التغيرات التي تطرأ على طاقتها بالحسبان، وربط هذه التغيرات بشكل تحويلات تابع التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات وتغيرات تابع الكثافة أو الكثافة السبينية للجملة المدروسة، وبمعرفة هذه المتغيرات إضافة لتابع توزع الفرميونات ومن ثم تعويضها في المعادلة الحركية يمكن الحصول على صيغة معروفة على نطاق واسع في المراجع العلمية ذات الصلة باسم معادلة لاندوا-سيلين الحركية للكثافة الجسيمية وللكتافة المغناطيسية (السبينية) [3-7].

تم مؤخراً الاهتمام بدراسة البلازما الكمية، باستخراج نوع جديد من معادلات الحركة الكمية لجسيمات فيرمي [8-11] انطلاقاً من المفاهيم العامة لفيرمي وعلى وجه الخصوص الإحصاء الكمي، حيث استخرج العالم [1,8-10] (Tsindzadse) معادلة حركية لدراسة بلازما فيرمي الكمية، والتي سنعتمدها في بحثنا هذا.

## أهمية البحث وأهدافه:

يهدف هذا البحث إلى تحقيق النقاط الآتية:

- 1 - إعادة دراسة المعادلة الحركية المستخرجة من قبل [1](Tsindzadse)، بعد إضافة حد تدرج الطاقة إلى مجموعة القوى المؤثرة على أشباه الجسيمات في بلازما فيرمي الكمية
- 2 - حل المعادلة الحركية الناتجة بتوابع ببسل.
- 3 - إيجاد عبارة كثافة التيار الكهربائي.
- 4 - حساب الناقلية الكهربائية بتابعية بارامترات لاندوا.
- 5 - حساب معامل العازلية الكهربائي.
- 6 - مقارنة النتائج التي تم الحصول عليها مع نتائج الطرق الأخرى ذات الصلة بصورة عامة، ومع نتائج نظرية الحقل الكمي الفعال بصورة خاصة.

## طرائق البحث ومواده:

لدراسة معامل العازلية الكهربائي في بلازما فيرمي الكمية انطلقنا من معادلة الحركة شبه الكمية [1] والمعبر عنها بالشكل الآتي:

$$\frac{\partial f(\vec{r}, \vec{p}, t)}{\partial t} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{V}_r) f(\vec{r}, \vec{p}, t) + \left\{ e[\vec{E} + \vec{\nabla} \times \vec{B}] + \left( \frac{\hbar^2}{2m_e} \vec{\nabla} \cdot \Delta \frac{\delta n}{n_0} \right) \right\} \frac{\partial f(\vec{r}, \vec{p}, t)}{\partial \vec{p}} = \left( \frac{\delta f(\vec{r}, \vec{p}, t)}{\delta t} \right)_{coll} \quad (1)$$

تصادم،  $m_e$ : كتلة الإلكترون و  $n$ : كثافة الوسط و  $\left( \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{\partial \epsilon}{\partial \vec{p}} \right)$ : سرعة

جسيمات

الوسط  $e$ : شحنة الجسيم و  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$ : الحقلين الكهربائي والمغنطيسي الخارجيين ويعبر الحد  $\left( \frac{\hbar^2}{2m_e} \vec{\nabla} \cdot \Delta \frac{\delta n}{n_0} \right)$  عن القوة الناتجة عن جهد بوم الكمي (Bohm)، والذي يساهم في إمكانية معالجة المسألة المطروحة كميًا، إذ يؤدي التأثير الكمي إلى زيادة التردد الفعال للبلازما، والمتمثل في زيادة الشحنة والكثافة العددية لإلكترونات البلازما وتقلص طول ديبياي، والذي ينعكس بدوره على جعل تأثير الحجب أكثر وضوحاً. ويعد التأثير الكمي فعالاً عند تحقيق الشرط  $\left( \frac{T_F}{T} > 1 \right)$ . هذا ويعبر عن تابع توزيع الكثافة كتابع لكلٍ من الموضع  $(\vec{r})$  وكمية الحركة  $(\vec{p})$  والزمن  $(t)$  بالعلاقة الخطية الآتية:

$$\left. \begin{aligned} f(\vec{r}, \vec{p}, t) &= f_0(\vec{p}) + \delta f(\vec{r}, \vec{p}, t) \\ f_0(\vec{p}) &\gg \delta f(\vec{r}, \vec{p}, t) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

يفترض ضمن هذه الدراسة الكمية أن يكون طول موجة دو-بروي  $(\lambda_B)$  أصغر بكثير من الطول المميز  $(L)$

للبلزما، والموافق لكون أبعاد الوسط البلازمي المدروس أكبر بكثير من نصف قطر الحجب لـديبياي، وبالتالي من طول موجة دي بروي  $(\lambda_B)$  ويحقق العلاقة:  $\lambda_B = \frac{\hbar}{p_F} \ll L$  و  $p_F = \hbar(3\pi^2 n)^{\frac{2}{3}}$  كمية الحركة على سطح فيرمي و  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  ثابت بلانك.

سنقوم من خلال هذا البحث باستخدام المعادلة (1) لدراسة خواص الوسط البلازمي، وذلك بأخذ قوى التأثير المتبادل بين جسيمات هذا الوسط بالحسبان، بعد بإضافة حد تدرج الطاقة  $\left( \frac{\partial \epsilon(\vec{r}, \vec{p}, t)}{\partial \vec{r}} \right)$  كحد قوة إلى معادلة الحركة،

ومن ثم استبدال كتلة الإلكترون بالكتلة الفعالة لشبه الجسيم  $(m^* = \frac{P_F}{v_F})$  حسب ما تقتضيه فرضيات لاندوا في سائل فيرمي [3]. هذا ويعبر عن حد الطاقة بالعلاقة الخطية الآتية:

$$\varepsilon(\vec{r}', \vec{p}, t) = \varepsilon_0(\vec{p}) + \delta\varepsilon(\vec{r}', \vec{p}, t) \quad (3)$$

$$\delta\varepsilon(\vec{r}', \vec{p}, t) = \int \phi(\vec{p}, \vec{p}') \delta f(\vec{r}, \vec{p}', t) \cdot 2 \cdot \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3} \quad (4)$$

يظهر الثابت 2 في العلاقة (4)، نظراً لكون أشباه الجسيمات هنا عبارة عن فيرميونات ، وتحتل أية حالة كوانتية وجود فيرميونين لهما سبينين باتجاهين متعاكسين للأعلى والأسفل، وبالتالي يقابل كل حالة كوانتية جسيمين من وجهة النظر الإحصائية.  $\phi(\vec{p}, \vec{p}')$  تابع التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات للاندوا.

$\varepsilon_0$ : طاقة شبه الجسيم في حالة التوازن، والتي يمكن نشرها وفق سلسلة تايلور بالقرب من سطح فيرمي في

جوار كمية حركة الجسيم على سطح فيرمي  $(P_F)$  كالآتي:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_F + \left( \frac{\partial \varepsilon_F}{\partial p} \right)_{p=P_F} \cdot (P - P_F) \quad (5)$$

$\delta\varepsilon(\vec{r}', \vec{p}, t)$ : التغير في طاقة شبه الجسيم والناتج عن تأثير باقي أشباه الجسيمات عليه.

$\varepsilon_F$ : طاقة فيرمي.

$\vartheta_F = \left( \frac{\partial \varepsilon_F}{\partial p} \right)_{p=P_F}$ : سرعة شبه الجسيم على سطح فيرمي. تؤخذ الفرضيات السابقة جميعها ضمن الفرضيات

التي أقرحها لاندوا في صياغة نظرية السوائل الكوانتية [4-1]. بتبديل هذه المقادير في عبارة الطاقة نحصل على:

$$\varepsilon = \varepsilon_F + \vartheta_F (p - P_F) + \int \phi(\vec{p}, \vec{p}') \delta f(\vec{r}, \vec{p}', t) \cdot 2 \cdot \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3} \quad (6)$$

$\phi(\vec{p}, \vec{p}')$ : تابع التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات والمتعلق بكمية حركة الجسيمين المتفاعلين  $(\vec{p}, \vec{p}')$

على سطح فيرمي وبما أن سطح فيرمي في حالتنا يأخذ الشكل الكروي عندها يكون  $\vec{k} = \vec{k}'$  ويكون التشتت لأشباه الجسيمات تابعاً فقط للزاوية بين  $(\vec{k}, \vec{k}')$ .

بفرض أن تابع التوزيع  $f(\vec{r}, \vec{p}, t)$  عبارة عن كثافة أشباه الجسيمات  $(n_p)$ ، بحيث يعبر عن التغير الذي يطرأ

على هذه الكثافة بعد استخدام تحويل فورييه بالعلاقة الآتية:

$$\delta f(\vec{r}, \vec{p}, t) = \delta n_{\vec{p}}(\vec{r}, t) = \delta \bar{n}_{\vec{p}}(\vec{k}, \omega) e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad (7)$$

$\delta \bar{n}_{\vec{p}}(\vec{r}, t)$ : تمثل الانحراف عن حالة التوازن والمعبر عنها بالشكل:

$$\delta \bar{n}_{\vec{p}} = n_{\vec{p}} - n_0 = \left( \delta n - \left( \frac{\partial n_0}{\partial \varepsilon} \right) \delta \varepsilon \right) = (1 + A_\ell) \delta n_{\vec{p}} \quad (8)$$

$n_0$ : كثافة الجسيمات في وضع التوازن  $A_\ell = F_\ell^a / (2\ell + 1)$  و  $F_\ell^a$ : الحد المتناظر لبارامترات لاندوا

و  $\ell$  دليل النشر للتوابع كروية [11,12,14,15]  $Y_\ell^m(\cos \theta)$ .

بتطبيق تحويل فورييه على الجزء المهتز في معادلة الحركة (1) يمكن الحصول على التغير في طاقة أشباه

الجسيمات وفق العلاقات الآتية:

$$\left. \begin{aligned} \delta \varepsilon &= \sum_{\vec{p}} \vartheta(\vec{p}, \vec{p}') \delta \bar{n}_{\vec{p}}(\vec{k}, \omega) e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \\ \frac{\partial \delta \bar{n}_{\vec{p}}}{\partial t} &= -i\omega \delta \bar{n}_{\vec{p}}(\vec{k}, \omega) e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \\ (\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}) \delta \bar{n}_{\vec{p}} &= i(\vec{k} \cdot \vec{\nabla}) \delta \bar{n}_{\vec{p}}(\vec{k}, \omega) e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \\ \vec{\nabla} \Delta \left[ \left( \frac{3m}{4p_F^3} \right) e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \sum_{\vec{p}} \delta \bar{n}_{\vec{p}} \right] &= \\ &= -i\vec{k} \left( \frac{3m}{4p_F^3} \right) \Delta \sum_{\vec{p}} \delta \bar{n}_{\vec{p}} \cdot e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \\ \vec{\nabla} \delta \varepsilon &= i\vec{k} \sum_{\vec{p}} \vartheta(\vec{p}, \vec{p}') \delta \bar{n}_{\vec{p}}(\vec{k}, \omega) e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

بأخذ الحالات الخاصة والموافقة لكون  $(\vec{\nabla}_{\vec{r}})$  يتم وفق المحور - X، بينما ينطبق متجه الموجة  $(\vec{k})$  على المحور - Z ويعبر عنه بالشكل  $(\vec{k} = k \cdot \vec{e}_z)$  [12]. يعمل حد الاضطراب لكثافة الجسيمات ضمن هذه الحالات الخاصة على زيادة اهتزاز الحقل الكهربائي وفق الاتجاه - z، بينما تختفي الآثار المغنطيسية هنا، إذ من المعلوم أن الحقل المغنطيسي الثابت لا يؤثر على حركة الجسيمات المشحونة على امتداده، حيث افترض هنا أن  $(\vec{B} = \vec{B}_0)$  و  $(\vec{k} // \vec{B}_0)$ ، من جهة أخرى يعبر عن السرعة  $(\vec{v})$  في الاحداثيات الاسطوانية بالعلاقة:

$$\vec{v} = (v_{\perp} \cos \varphi_{\theta} \vec{e}_x + v_{\perp} \sin \varphi_{\theta} \vec{e}_y + v_z \vec{e}_z)$$

$$\vec{v} \cdot \vec{B}_0 = -B_0 v_{\perp} \vec{e}_{\varphi_{\theta}} \cdot e^{i(\vec{v} \cdot \vec{x})} \rightarrow \omega_{ce} \frac{\partial \delta \bar{n}_{\vec{p}}}{\partial \varphi}$$

تم البرهان [12] على أن: هذا ويعبر عن المقدار  $(\frac{\partial}{\partial \vec{p}})$  في الاحداثيات الاسطوانية بالشكل الآتي:

$$\vec{\nabla}_{\vec{p}} = \vec{e}_p \frac{\partial}{\partial p} + \vec{e}_{\varphi_{\theta}} \frac{\partial}{p \cdot \partial \varphi_{\theta}} + \vec{e}_z \frac{\partial}{\partial p_z}$$

وبالتالي فإن:

$$\left. \begin{aligned} \vec{E} \frac{\partial \vec{E}}{\partial p} &= (\vec{E} \cdot \vec{e}_z) \frac{\partial}{\partial p} = \vec{E} \frac{\partial}{\partial p_z} = \frac{1}{m^*} \vec{E} \frac{\partial}{\partial v_z} = \\ \vec{E} \left( \frac{\partial n_{\vec{p}}^0}{\partial p_z} \right) &= \vec{E} \left( \frac{\partial n_{\vec{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}}} \right) \cdot \left( \frac{\partial \varepsilon_{\vec{p}}}{\partial p_z} \right) = (\vec{E} \cdot \vec{\nabla}) \left( \frac{\partial n_{\vec{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

و

$$\vec{\nabla}_{\vec{\theta}} = \vec{e}_{\theta_{\perp}} \frac{\partial}{\partial \theta_{\perp}} + \vec{e}_{\varphi_{\theta}} \cdot \frac{\partial}{\theta_{\perp} \cdot \partial \varphi_{\theta}} + \vec{e}_z \frac{\partial}{\partial \theta_z} \quad (11)$$

حيث  $\theta_{\perp}$ : المركبة المعامدة للسرعة في الاحداثيات الاسطوانية.

من جهة أخرى يمكن التعبير عن حد تكامل التصادم بتابعية بارامترات لانداو ضمن تقريب زمن الاسترخاء

(relaxation time approximation) بالعلاقة الآتية [13]:

$$\left( \frac{\delta f(\vec{r}, \vec{p}, t)}{\delta t} \right)_{\text{coll}} = \left( \frac{\delta \bar{n}_{\vec{p}}}{\delta t} \right)_{\text{coll}} = \sum_{\ell} \frac{(1+A_{\ell})}{\tau_{\ell}} \delta \bar{n}_{\vec{p}} \quad (12)$$

$\tau_{\ell}$ : زمن الاسترخاء.

$\delta \bar{n}_{\vec{p}}$ : تغير كثافة أشباه الجسيمات.

بالاستفادة من جميع المعطيات الواردة في العلاقات أعلاه تصبح معادلة الحركة (1) بعد القيام بالعمليات

الرياضية اللازمة بالشكل المختصر الآتي:

$$\frac{\partial \delta n_{\vec{p}}}{\partial t} + \left\{ \vartheta \frac{\partial}{\partial x} + ik\vartheta \left[ \sum_{\vec{p}} \vartheta(\vec{p}, \vec{p}) \delta n_{\vec{p}} + \left( \frac{3\hbar^2 k^2}{4p_{\vec{p}}^2} \right) \right] - \omega_c \frac{\partial}{\partial \varphi_{\vartheta}} \right\} (1 + A_{\ell}) \delta \tilde{n}_{\vec{p}} + e(\vec{E}\vartheta_{\perp}) \left( \frac{\partial n_{\vec{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}}} \right) \cong \sum_{\ell} \frac{(1+A_{\ell})}{\tau_{\ell}} \delta \tilde{n}_{\vec{p}} \quad (13)$$

$$\text{علماً أن: } \frac{\partial \delta n_{\vec{p}}}{\partial t} \cong \frac{\partial \delta \tilde{n}_{\vec{p}}}{\partial t}$$

تأخذ هذه المعادلة بعد تطبيق تحويل فورييه على حدودها الشكل الآتي:

$$\left\{ \omega - \sum_{\ell} \left\{ k_{\perp} \vartheta_{\perp} \left[ 1 + \sum_{\vec{p}} \vartheta(\vec{p}, \vec{p}) \delta n_{\vec{p}} + \left( \frac{3\hbar^2 k^2}{4p_{\vec{p}}^2} \right) \right] - i\omega_c \frac{\partial}{\partial \varphi_{\vartheta}} \right\} (1 + A_{\ell}) - \right. \\ \left. - i \sum_{\ell} \frac{(1+A_{\ell})}{\tau_{\ell}} \right\} \delta \tilde{n}_{\vec{p}} \cong -iq(\vec{E}\vartheta_{\perp}) \left( \frac{\partial n_{\vec{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}}} \right) \quad (14)$$

يمكن البحث عن حلول لهذه المعادلة باستخدام توابع بسل، وذلك بتعريف تغير كثافة أشباه الجسيمات بالعلاقة

الآتية [14,15]:

$$\delta \tilde{n}_{\vec{p}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g_n(\vartheta_z, \vartheta_{\perp}) \cdot \psi(\vartheta_z, \vartheta_{\perp}) \quad (15)$$

حيث:

$$\psi(\vartheta_z, \vartheta_{\perp}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{in\varphi_{\vartheta} - \left( \frac{k_{\perp} \vartheta_{\perp}}{\omega_c} \right) \sin \varphi_{\vartheta}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n \left( \frac{k_{\perp} \vartheta_{\perp}}{\omega_c} \right) \cdot e^{i(n-n)\varphi_{\vartheta}} \quad (16)$$

نحصل بعد تعويض  $\psi(\vartheta_z, \vartheta_{\perp})$  من العلاقة (16) في العلاقة (15) وعن  $\delta \tilde{n}_{\vec{p}}$  الناتجة في العلاقة

(14) على:

$$\left\{ \omega - \sum_{\ell} \left\{ \vec{k} \cdot \vec{\vartheta} + \vec{k} \cdot \vec{\vartheta} \left[ \sum_{\vec{p}} \vartheta(\vec{p}, \vec{p}) \delta n_{\vec{p}} + \left( \frac{3\hbar^2 k^2}{4p_{\vec{p}}^2} \right) \right] - i\omega_c \frac{\partial}{\partial \varphi} \right\} (1 + A_{\ell}) - \right. \\ \left. - i \sum_{\ell} \frac{(1+A_{\ell})}{\tau_{\ell}} \right\} \cdot \left\{ \frac{1}{2\pi} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g_n(\vartheta_z, \vartheta_{\perp}) \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n \left( \frac{k_{\perp} \vartheta_{\perp}}{\omega_c} \right) \cdot e^{i(n-n)\varphi_{\vartheta}} \right\} = \\ = -iq\vec{E} \cdot \vec{\vartheta} \left( \frac{\partial n_{\vec{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}}} \right) \quad (17)$$

بضرب طرفي هذه المعادلة بالمرافق العقدي  $\psi^*(\vartheta_z, \vartheta_{\perp})$  ومن ثم المكاملة على الزاوية  $(\varphi_{\vartheta})$  والقيام

بالاختصارات الرياضية اللازمة نحصل على العلاقة الآتية:

$$\left. \begin{aligned} \left\{ \omega - \sum_{\ell} [(k_{\perp} \vartheta_{\perp}) \alpha + n. \omega_c]. (1 + A_{\ell}) - i \sum_{\ell} \frac{(1+A_{\ell})}{\tau_{\ell}} \right\} \cdot g_n(\vartheta_z, \vartheta_{\perp}) &= \\ = -i4\pi^2 \gamma \left( \frac{k_{\perp} \vartheta_{\perp}}{\omega_c} \right)^n \sum_{N=0}^{+\infty} \frac{(-1)^N \left( \frac{k_{\perp} \vartheta_{\perp}}{\omega_c} \right)^N}{N!(n+N)!} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

يمكن التعبير عن تابع التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات حسب المرجع [16] بتابعية بارامترات لاندوا  $F_0^a$  و

بالعلاقة الآتية:

$$\sum_{\vec{p}} \vartheta(\vec{p}, \vec{p}') \delta n_{\vec{p}} = 1 + F_0^a + F_1^a$$

وبالتالي فإن:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= (1 + F_0^a) + (1 + F_1^a) + \left( \frac{3\hbar^2 k^2}{4p^2} \right) \\ \gamma &= q(\vec{E} \cdot \vartheta_{\perp}) \left( \frac{\partial n_{\vec{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

بالعودة إلى العلاقة (18) نستنتج أن  $g_n(\vartheta_z, \vartheta_{\perp})$  عبارة عن:

$$g_n(\vartheta_z, \vartheta_{\perp}) = \frac{4\pi^2 \gamma \left( \frac{k_{\perp} \vartheta_{\perp}}{\omega_c} \right)^n \sum_{N=0}^{+\infty} \frac{(-1)^N \left( \frac{k_{\perp} \vartheta_{\perp}}{\omega_c} \right)^N}{N!(n+N)!}}{\left\{ \omega - \sum_{\ell} [(k_{\perp} \vartheta_{\perp}) \alpha + n. \omega_c]. (1+A_{\ell}) - i \sum_{\ell} \frac{(1+A_{\ell})}{\tau_{\ell}} \right\}} \quad (20)$$

يمكن الاستفادة من هذه العلاقة لإيجاد اضطراب كثافة أشباه الجسيمات في المجالين الكميئين التصادمي

واللاتصادمي، إلا أننا سنكتفي هنا بدراسة المجال اللاتصادمي فقط، باعتباره مصدر غني بالمعلومات التي تستحق البحث، على أمل متابعة هذا البحث في المجال الكمي التصادمي لاحقاً. نظراً لأن التعامل مع العلاقة (20) بشكلها الحالي ينطوي على شيء من التعقيد.

يمكن الانتقال إلى المجال اللاتصادمي بإهمال حد التصادم الموجود في مقام العلاقة (20). والموافق لكون

تواتر التصادم أصغر من التواتر البلازمي  $(\nu_{ce} < \omega_{pe})$  في المنطقة التي تحقق الشرط  $(T < T_F)$ ، من جهة

أخرى يمكن اتخاذ هذا الاجراء نظراً لأن المقياس الزمني اللاتصادمي للبلازما اللاتصادمية من مرتبة الفمتوثانية

$(\tau_p = \frac{2\pi}{\omega_p} = 10^{-15} \text{ s})$ ، بينما يقع المقياس الزمني للتصادم إلكترون-إلكترون ضمن مجال زمني من مرتبة

$(\tau_{e-e} = 10^{-10} \text{ s})$ ، وبالتالي يمكن إهمال حد التصادم في العلاقة السابقة في الحالة اللاتصادمية، نظراً لكون

معدل التصادم يتناسب عكساً مع زمن التصادم. وعليه تصبح العلاقة (20) كالاتي:

$$g_n(\vartheta_z, \vartheta_{\perp}) = \frac{4\pi^2 \gamma \left( \frac{k_{\perp} \vartheta_{\perp}}{\omega_c} \right)^n \sum_{N=0}^{+\infty} \frac{(-1)^N \left( \frac{k_{\perp} \vartheta_{\perp}}{\omega_c} \right)^N}{N!(n+N)!}}{\left\{ \omega - \sum_{\ell} [(k_{\perp} \vartheta_{\perp}) \alpha + n. \omega_c]. (1+A_{\ell}) \right\}} \quad (21)$$

سنكتفي بنشر الحدود الثلاثة الأولى من المجموع في العلاقة (15) والخاص بتغير كثافة أشباه الجسيمات

وفق الآتي:

$$\delta \tilde{n}_{\vec{p}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_0^3 g_n(\vartheta_z, \vartheta_{\perp}) \cdot \psi_n(\vartheta_z, \vartheta_{\perp}) = \frac{1}{2\pi} [g_0 \psi_0 + g_1 \psi_1 + g_2 \psi_2 \dots] \quad (22)$$

كما نحصل من العلاقة (21) من أجل ( $n = 1; 2; 3$ ) على كلٍ من  $g_0$  و  $g_1$  و  $g_2$  كالتالي:

$$\left. \begin{aligned} g_0 &\cong -i(2\pi)^2 \cdot \gamma \frac{[1 - (\frac{k_{\perp} \vartheta_{\perp}}{\omega_c}) + \dots]}{\{\omega - \sum_{\ell} [(k_{\perp} \vartheta_{\perp}) \alpha] (1 + A_{\ell})\}} \\ g_1 &\cong -i(2\pi)^2 \cdot \gamma \frac{[1 - (\frac{k_{\perp} \vartheta_{\perp}}{\omega_c}) + \dots]}{\{\omega - \sum_{\ell} [(k_{\perp} \vartheta_{\perp}) \alpha + \omega_c] (1 + A_{\ell})\}} \\ g_2 &\cong -i(2\pi)^2 \cdot \gamma \frac{[1 - (\frac{k_{\perp} \vartheta_{\perp}}{\omega_c}) + \dots]}{\{\omega - \sum_{\ell} [(k_{\perp} \vartheta_{\perp}) \alpha + 2\omega_c] (1 + A_{\ell})\}} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

وباستخدام العلاقة (16) تصبح كلٍ من  $\psi_0$  و  $\psi_1$  و  $\psi_2$  كالتالي:

$$\left. \begin{aligned} \psi_0 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} [J_0 + J_1 e^{-i\varphi_{\vartheta}} + \dots] \\ \psi_1 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} [J_0 e^{i\varphi_{\vartheta}} + J_1 + \dots] \\ \psi_2 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} [J_0 e^{i2\varphi_{\vartheta}} + J_1 e^{i\varphi_{\vartheta}} + \dots] \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

بتعويض كلٍ من  $g_0$  و  $g_1$  و  $g_2$  و  $\psi_0$  و  $\psi_1$  و  $\psi_2$  من العلاقات (23) و (24) في العلاقة (22)، نحصل بعد القيام الحسابات المطلوبة على عبارة تغير كثافة أشباه الجسيمات بالشكل المختصر الآتي:

$$\delta \tilde{n}_{\vec{p}} = (\delta \tilde{n}_{\vec{p}})_{Rel} - i(\delta \tilde{n}_{\vec{p}})_{Im} \quad (25)$$

علمًا أن:

$$(\delta \tilde{n}_{\vec{p}})_{Rel} = 2\pi\gamma \left\{ \left[ \frac{(J_0 \sin \varphi_{\vartheta}) \left(1 - \left(\frac{k_{\perp} \vartheta_{\perp}}{\omega_c}\right)\right)}{\omega - \sum_{\ell} [(k_{\perp} \vartheta_{\perp}) \alpha + \omega_c] (1 + A_{\ell})} \right] - \left[ \frac{(J_1 \sin \varphi_{\vartheta}) \left(1 - \left(\frac{k_{\perp} \vartheta_{\perp}}{\omega_c}\right)\right)}{\{\omega - \sum_{\ell} [(k_{\perp} \vartheta_{\perp}) \alpha] (1 + A_{\ell})\}} \right] \right\} \quad (26)$$

$$(\delta \tilde{n}_{\vec{p}})_{Im} = 2\pi\gamma \left\{ \left[ \frac{(J_0 + J_1 \cos \varphi_{\vartheta}) \left(1 - \left(\frac{k_{\perp} \vartheta_{\perp}}{\omega_c}\right)\right)}{\{\omega - \sum_{\ell} [(k_{\perp} \vartheta_{\perp}) \alpha] (1 + A_{\ell})\}} \right] + \left[ \frac{(J_0 \cos \varphi_{\vartheta} + J_1) \left(1 - \left(\frac{k_{\perp} \vartheta_{\perp}}{\omega_c}\right)\right)}{\omega - \sum_{\ell} [(k_{\perp} \vartheta_{\perp}) \alpha + \omega_c] (1 + A_{\ell})} \right] \right\} \quad (27)$$

### النتائج والمناقشة:

تحتوي العلاقة (25) على حد حقيقي  $(\delta \tilde{n}_{\vec{p}})_{Rel}$ ، ناتج عن أشباه الجسيمات المضطربة، والداخلية إلى واحدة الحجم في فراغ الطور، بينما يشير الحد العقدي المسبوق بالإشارة السالبة، إلى حدوث نضوب في أشباه الجسيمات بالمقدار  $(\delta \tilde{n}_{\vec{p}})_{Im}$  في واحدة الحجم من فراغ الطور، كما تظهر هاتين العلاقتين ارتباط اضطراب الكثافة بصورة مباشرة بكلٍ من  $k_{\perp}$  و  $\vartheta_{\perp}$  والزاوية  $\varphi_{\vartheta}$  والتواتر السيكلتروني  $\omega_c$ ، والذي يرتبط بالحقل المغنطيسي، كما يلاحظ أن قيمة كلٍ من  $(\delta \tilde{n}_{\vec{p}})_{Rel}$  و  $(\delta \tilde{n}_{\vec{p}})_{Im}$  تزداد مع تناقص القيمة في مقام كلٍ منهما، وينعدم المقام في كل من العلاقتين (26) و (27) عندما:

$$\omega = \sum_{\ell} [(k_{\perp} \vartheta_{\perp}) \alpha] (1 + A_{\ell})$$

بالتعويض عن  $\alpha$  بقيمتها من العلاقة (19) في هذه العلاقة نحصل على :

$$\omega = \sum_{\ell} \left[ (k_{\perp} \vartheta_{\perp}) \left( (1 + F_0^a) + (1 + F_1^a) + \left( \frac{3 \hbar^2 k^2}{4 p_F^2} \right) \right) \right] (1 + A_{\ell}) \quad (28)$$

يلاحظ من هذه العلاقة، أن اضطراب كثافة أشباه الجسيمات يصل إلى حالة حرجة، عند تحقق العلاقة (28)، والتي تعكس الدور الكبير لكل من بارامترات لانداو والحد الكمي في التأثير القوي على تغير كثافة أشباه الجسيمات في هذه الحالة، والذي ينعكس بدوره على بقية خصائص الوسط، كالناقلية ومعامل العازلية ... الخ.

### إيجاد كثافة التيار الكهربائي:

تعرف كثافة التيار الكهربائي بالعلاقة الآتية [19]:

$$\vec{j} = q \int \delta \vec{n}_{\vec{p}} \cdot \vec{v} d\vartheta \quad (29)$$

بتعويض  $\vec{n}_{\vec{p}}$  بقيمتها من (25) في هذه العلاقة، ومن ثم التعويض عن كلٍ من  $(\delta \vec{n}_{\vec{p}})_{Im}$  و  $(\delta \vec{n}_{\vec{p}})_{Rel}$  من العلاقتين (26) و (27) في العلاقة الناتجة، ومن ثم إجراء عملية التكامل على مجال للسرعة بالقرب من سرعة فيرم  $[\vartheta_F \pm \Delta \vartheta_F]$  نحصل على العلاقة الآتية لكثافة التيار:

$$J = 2\pi\gamma q \left\{ \int_{\vartheta_F - \Delta \vartheta_F}^{\vartheta_F + \Delta \vartheta_F} \left\{ \left[ \frac{(J_0 \sin \varphi_{\vartheta}) \left( 1 - \left( \frac{k_{\perp} \vartheta_{\perp}}{\omega_c} \right) \right)}{\omega - \sum_{\ell} [(k_{\perp} \vartheta_{\perp}) \alpha] + \omega_c (1 + A_{\ell})} \right] - \left[ \frac{(J_1 \sin \varphi_{\vartheta}) \left( 1 - \left( \frac{k_{\perp} \vartheta_{\perp}}{\omega_c} \right) \right)}{\omega - \sum_{\ell} [(k_{\perp} \vartheta_{\perp}) \alpha] (1 + A_{\ell})} \right] \right\} \vartheta_{\perp} d\vartheta_{\perp} \right. \\ \left. - i \int_{\vartheta_F - \Delta \vartheta_F}^{\vartheta_F + \Delta \vartheta_F} \left\{ \left[ \frac{(J_0 + J_1 \cos \varphi_{\vartheta}) \left( 1 - \left( \frac{k_{\perp} \vartheta_{\perp}}{\omega_c} \right) \right)}{\omega - \sum_{\ell} [(k_{\perp} \vartheta_{\perp}) \alpha] (1 + A_{\ell})} \right] + \left[ \frac{(J_0 \cos \varphi_{\vartheta} + J_1) \left( 1 - \left( \frac{k_{\perp} \vartheta_{\perp}}{\omega_c} \right) \right)}{\omega - \sum_{\ell} [(k_{\perp} \vartheta_{\perp}) \alpha] + \omega_c (1 + A_{\ell})} \right] \right\} \vartheta_{\perp} d\vartheta_{\perp} \right\} \quad (30)$$

نحصل بعد إجراء التكامل على العلاقة (30) والقيام بالحسابات الرياضية ذات الصلة على عبارة كثافة التيار بالصيغة المختصرة الآتية:

$$\vec{j} = (\sigma_{Rel} - i\sigma_{Im}) \vec{E} \quad (31)$$

بمقارنة هذه العلاقة مع العلاقة المعروفة ( $\vec{j} = \hat{\sigma} \vec{E}$ )، والتي تربط كثافة التيار بالحقل الكهربائي نستنتج أن:

$$\hat{\sigma}(\omega, k_{\perp}) = (\sigma_{Rel} - i\sigma_{Im}) \quad (32)$$

تعبّر هذه العلاقة عن الناقلية الكهربائية لبلازما فيرمي الكمية بصيغتها العقدية، والمكونة من حدين حقيقي  $\sigma_{Rel}$  وعقدي  $\sigma_{Im}$ ، علماً أن:

$$\sigma_{Resl} = \left. \begin{aligned} & \times \left\{ \frac{1}{2} [2 \times k_{\perp} \cdot \Delta \vartheta_F] - \omega + \omega_c \left[ (1 + F_0^a) + \left( 1 + \frac{F_{\frac{1}{3}}^a}{3} \right) \right] \right\}^2 + \\ & + 2 \times \left\{ \omega - \omega_c \left[ (1 + F_0^a) + \left( 1 + \frac{F_{\frac{1}{3}}^a}{3} \right) \right] \right\} \cdot \\ & \cdot \left\{ [2 \times k_{\perp} \cdot \Delta \vartheta_F] - \omega + \omega_c \left[ (1 + F_0^a) + \left( 1 + \frac{F_{\frac{1}{3}}^a}{3} \right) \right] \right\} + \\ & + \times \left\{ \omega - \omega_c \left[ (1 + F_0^a) + \left( 1 + \frac{F_{\frac{1}{3}}^a}{3} \right) \right] \right\}^2 \cdot \\ & \cdot \ell n \left\{ [2 \times k_{\perp} \cdot \Delta \vartheta_F] - \omega + \omega_c \left[ (1 + F_0^a) + \left( 1 + \frac{F_{\frac{1}{3}}^a}{3} \right) \right] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

و  $\times$  معرفة في العلاقة (19).

$$\times = 2\pi q^2 \left( \frac{\partial n_0^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}}} \right) (J_0 \sin \varphi_{\theta}) \frac{1}{(\alpha k_{\perp})^3} \quad (34)$$

تعطى المركبة العقدية للناقلية الكهربائية في بلازما فيرمي الكمية بالعلاقة الآتية:

$$\sigma_{Im} = \left. \begin{aligned} & \bar{\times} \left\{ \frac{1}{2} [2 \times k_{\perp} \cdot \Delta \vartheta_F] - \omega + \omega_c \left[ (1 + F_0^a) + \left( 1 + \frac{F_{\frac{1}{3}}^a}{3} \right) \right] \right\}^2 + \\ & + 2 \bar{\times} \left\{ \omega - \omega_c \left[ (1 + F_0^a) + \left( 1 + \frac{F_{\frac{1}{3}}^a}{3} \right) \right] \right\} \cdot \\ & \cdot \left\{ [2 \times k_{\perp} \cdot \Delta \vartheta_F] - \omega + \omega_c \left[ (1 + F_0^a) + \left( 1 + \frac{F_{\frac{1}{3}}^a}{3} \right) \right] \right\} + \\ & + \bar{\times} \left\{ \omega - \omega_c \left[ (1 + F_0^a) + \left( 1 + \frac{F_{\frac{1}{3}}^a}{3} \right) \right] \right\}^2 \cdot \\ & \cdot \ell n \left\{ [2 \times k_{\perp} \cdot \Delta \vartheta_F] - \omega + \omega_c \left[ (1 + F_0^a) + \left( 1 + \frac{F_{\frac{1}{3}}^a}{3} \right) \right] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

علماً أن:

$$\bar{\times} = 2\pi q^2 \left( \frac{\partial n_0^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}}} \right) (J_0 + J_1 \cos \varphi_{\theta}) \frac{1}{(\alpha k_{\perp})^3} \quad (36)$$

بفرض أن:

$$\bar{\gamma} = [2 \times k_{\perp} \cdot \Delta \vartheta_F] - \omega + \omega_c \left[ (1 + F_0^a) + \left( 1 + \frac{F_{\frac{1}{3}}^a}{3} \right) \right] \quad (37)$$

يمكن التعبير عن كلٍ من العلاقتين (33) و (35) بالشكل المختصر الآتي:

$$\sigma_{Resl} = \left. \begin{aligned} & \times \left\{ \frac{1}{2} [2 \times k_{\perp} \cdot \Delta \vartheta_F] - \omega + \omega_c \left[ (1 + F_0^a) + \left( 1 + \frac{F_{\frac{1}{3}}^a}{3} \right) \right] \right\}^2 + \\ & + 2 \times \bar{\gamma} \left\{ \omega - \omega_c \left[ (1 + F_0^a) + \left( 1 + \frac{F_{\frac{1}{3}}^a}{3} \right) \right] \right\} + \\ & + \times \left\{ \omega - \omega_c \left[ (1 + F_0^a) + \left( 1 + \frac{F_{\frac{1}{3}}^a}{3} \right) \right] \right\}^2 \cdot \ell n \bar{\gamma} \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

$$\sigma_{Im} = \bar{\kappa} \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{2} [2 \alpha k_{\perp} \cdot \Delta \vartheta_F] - \omega + \omega_c \left[ (1 + F_0^a) + \left( 1 + \frac{F_{\perp}^a}{3} \right) \right]^2 + \\ & + 2 \bar{\kappa} \bar{\gamma} \left\{ \omega - \omega_c \left[ (1 + F_0^a) + \left( 1 + \frac{F_{\perp}^a}{3} \right) \right] \right\} + \\ & + \bar{\kappa} \left\{ \omega - \omega_c \left[ (1 + F_0^a) + \left( 1 + \frac{F_{\perp}^a}{3} \right) \right] \right\}^2 \cdot \ell n \bar{\gamma} \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

يتضح من العلاقتين (38) و (39)، أن الناقلية الكهربائية تتألف من حدين حقيقي وعقدي، يعودان من حيث المنشأ إلى حدي الاضطراب الحقيقي والعقدي لكثافة أشباه الجسيمات، والتي تظهر بوضوح من خلال الارتباط العضوي بين كثافة الشحنة و كثافة التيار، كما هو مبين في العلاقة (29)، كما يلاحظ من هاتين المركبتين أن قيمتهما، ترتبط بكل من التواتر  $\omega$  والتواتر السيكلتروني  $\omega_c$ ، والذي يرتبط مباشرة بالحقل المغنطيسي، إضافة لكل من بارامترات لانداو وحد التصحيح الكمي و تغير السرعة بالقرب من سطح فيرمي  $\Delta \vartheta_F$ .

### إيجاد معامل العزل الكهربائي:

#### معامل العزل الكهربائي:

تعد العلاقة بين معامل العازلية الكهربائي والناقلية جهرية كهروطيسية [22 - 16]، حيث تطورت نظرية البنية الإلكترونية للمعادن منذ ثلاثينات القرن الماضي على يد كلٍ من بلوخ وبيث و ويلسون بإهمال التفاعل إلكترون - إلكترون [20,21]، أي باعتبار الجسم الصلب مؤلف من إلكترونات حرة، ثم جاءت نظرية درود (Drud) باستخدام إحصاء فيرمي - ديراك [22]، وأعطت أفضل النتائج عند حل مسألة الإلكترون الحر، والتي أصبحت أساساً لنظرية التفاعل إلكترون- إلكترون أو نظرية السوائل الكوانتية، حيث يكون طول الحجب (Screening Length) في أفضل المعادن أصغر من مرتبة التفاعل بين الإلكترونات، كما هو موضح في العلاقة الآتية:

$$\ell_{scr} \sim \left( \frac{c}{e^2 m_e} \right)^{1/2} \cdot \rho^{-1/6} \sim 1nm \quad (40)$$

C: سرعة الضوء و e: شحنة الإلكترون و  $m_e$ : كتلة الإلكترون و  $\rho$ : كثافة الإلكترونات.

تشير العلاقة (40) إلى أن التفاعل بين الإلكترونات يؤثر بصورة ملموسة على نتائج نظرية الإلكترون الحر، والتي يمكن البناء عليها للبحث عن أفضل طريقة لدراسة معامل العازلية الكهربائي، بعد تحديد شكل الكمون الكهربائي عند مسافات كبيرة من شحنة اختبار (test Charge) موضوعة في وسط من غاز إلكتروني، بحيث يكون هذا الكمون عبارة عن مجموع الكمونات الناتجة عن بقية الإلكترونات والمؤثرة على شحنة الاختبار مضافاً إليه الكمون الناتج عن استقطاب الوسط نفسه، وبناءً عليه يمكن كتابة الكمون الكلي الناتج وفقاً لنظرية الإلكتروديناميك بالشكل الآتي:

$$\varnothing^{ext}(\vec{k}, \omega) = \varepsilon(\vec{k}, \omega) \varnothing(\vec{k}, \omega) \quad (41)$$

$\varnothing^{ext}$ : كمون جميع الإلكترونات المؤثرة على شحنة الاختبار و  $\varnothing(\vec{k}, \omega)$ : الكمون الكلي في الوسط نفسه و  $\varepsilon(\vec{k}, \omega)$ : ثابت التناسب ويسمى معامل العازلية الكهربائي.

يعبر عن الكمون الكلي بالعلاقة:

$$\varnothing_{total} = \varnothing^{ind} + \varnothing^{ext} \quad (42)$$

يمكن حساب الكمون الداخلي بعدة طرق [14-18]، كاستخدام معادلة بواسون لحساب الكمون الكهربائي بعد أخذ التغيير الذي يطرأ على كثافة الشحنة ( $\delta\rho^{ind}$ ) والناتج عن الكمون الخارجي، وذلك بالاستعانة بطريقة تابع الاستجابة [23] ( response Function M ethod ).

سنحاول من خلال هذا العمل دراسة معامل العازلية الكهربائي، انطلاقاً من العلاقة التي تربط تنسور العازلية الكهربائية بتنسور الناقلية الكهربائية والمعروفة جيداً في المراجع الخاصة بالإلكتروديناميك وفيزياء البلازما. والمعبر عنه بالعلاقة الآتية

$$\tilde{\varepsilon}(\vec{k}, \omega) = \varepsilon_0 \left\{ \hat{\delta} + i \frac{4\pi}{\omega} \hat{\sigma}(\vec{k}, \omega) \right\} \quad (43)$$

$$\hat{\delta} = \mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{علماً أن تنسور الواحد (}\hat{\delta}\text{) عبارة عن}$$

$\varepsilon_0$ : ثابت العازلية في الفراغ.

بالتعويض عن  $\hat{\sigma}(\omega, k_{\perp})$  من العلاقة (32) في العلاقة (43)، تأخذ عبارة معامل العازلية الكهربائية بالصيغة العقدية الآتية:

$$\tilde{\varepsilon}(k_{\perp}, \omega) = \varepsilon_0 \left\{ \left[ \mathbf{I} - \frac{4\pi}{\omega} \sigma_{Im}(k_{\perp}, \omega) \right] - i \frac{4\pi}{\omega} \sigma_{ReI}(k_{\perp}, \omega) \right\} \quad (44)$$

أو بالشكل المختصر الآتي:

$$\tilde{\varepsilon}(k_{\perp}, \omega) = \varepsilon_{ReI}(k_{\perp}, \omega) - i \varepsilon_{Im}(k_{\perp}, \omega) \quad (45)$$

تحتوي هذه العلاقة على حدين حقيقي وعقدي، يشير الحد العقدي إلى وجود فقد في الطاقة، بينما تدل الإشارة السالبة إلى المنطقة التي تستنزف فيها أشباه الجسيمات، ويحل مكانها أمواج بترددات أخفض مما كانت عليه قبل الاستنزاف وتحتجز ضمن فجوات طاقة، ويصبح متجه الموجة  $\vec{K}$  تخليبياً، والذي يؤدي بدوره إلى انعكاس الموجة المحتجزه داخل الفجوة وتضمحل نتيجة الانعكاسات المتكررة داخل هذه الفجوة، وهذا ما يؤكد صحة الفرضيات المعمول بها في سياق هذا العمل، إذ يمكن في هذه الحالة إهمال التأثيرات الحرارية الناجمة عن التصادم. بمقارنة العلاقة (44) بعبارة معامل العازلية في [26]، نجد أن لهما الشكل العام نفسه من حيث وجود حدين حقيقي وعقدي مسبق بإشارة سالبة، إذ يحتوي معامل العازلية في العمل المذكور على حد التصحيح الكمي، بينما تتضمن النتيجة التي توصلنا إليها إضافة للتصحيح الكمي على حدود تصحيحية أخرى تحتوي على بارامترات لانداو، والتي تعود بالأصل إلى التأثيرات الجماعية بين أشباه الجسيمات بالقرب من سطح فيرمي، إضافة للتصحيح الناتج عن تأثير الحقل المغناطيسي، والمتمثل بظهور التواتر السيكلتروني في العلاقتين (38) و (39)، والتي تتعكس بدورها على معامل العازلية في العلاقة (44)، كما يلاحظ من هذه النتيجة ارتباط كل من الحدين الحقيقي والعقدي لكل من الناقلية ومعامل العازلية بالتواتر كتابع من الدرجة الثانية بالنسبة ل  $(\omega)$ ،

### الاستنتاجات والتوصيات:

تبين النتائج النظرية والتجريبية أن العلاقة بين معامل العازلية الكهربائي والناقلية هي ظاهرة جهرية كهروطيسة (macroscopic electromagnetic phenomena)، وكما نعلم فإن علاقة الناقلية الكهربائية مع تابع الترابط (correlation function) هي علاقة مباشرة يقود هذا إلى إمكانية حساب معامل العازلية الكهربائي من خلال معرفة

تابع الترابط بعدة طرق منها تقريب الطور العشوائي (random phase approximation) وطريقة تابع ليندهارد (Lindhard function) أو طريقة الرواسب لتابع غرين [18-21]. أما الطرق التجريبية لقياس معامل العازلية فتعتمد على القياسات الضوئية، ففي حالة الأشعة تحت الحمراء مثلاً يمكن قياس الانعكاسية (reflectivity) ومعاملات الانتشار (transmission coefficients) [11,12] التي تتبع بدورها معامل العازلية. تبين جميع البحوث أن معامل العازلية مكون من حدين حقيقي وتخيلي وهذا ما تبين في البحث الحالي أيضاً من خلال العلاقات (44) و(39 - 38)، والتي تم التوصل إليها بإتباع طريقة مغايرة للطرق السابقة، انطلاقاً من طريقة المعادلة الحركية لاندواو بعد إدخال العلاقات التي تربط الحقل الكهربائي بالتيار لحساب الناقلية الكهربائية بتابعية بارامترات لاندواو في بلازما فيرمي الكمية، كما تمت دراسة كل من الناقلية الكهربائية ومعامل العازلية الكهربائيين لبلازما فيرمي الكمية اللاتصادمية، وتبين من خلال هذه الدراسة، الارتباط الوثيق بينها من جهة وبين تغير كثافة أشباه جسيمات هذا الوسط من جهة أخرى، كما تبين بأن عبارة تغير الكثافة تتألف من حدين حقيقي وعقدي مسبق بإشارة سالبة، والتي تدل على استنزاف أشباه الجسيمات، المرتبطة أصلاً بآلية تغير توزعها على جانبي سطح فيرمي، والذي انعكس بدوره على كل من الناقلية ومعامل العازلية، من حيث احتوائهما على حدين حقيقي وعقدي مسبق بإشارة سالبة، والموافق لظهور فجوات طاقة نتيجة استنزاف أشباه الجسيمات، ويحل مكانها أمواج بترددات أخفض مما كانت عليه قبل الاستنزاف، والتي تحتجز ضمن الفجوة وتضمحل داخلها، كما توصلنا إلى أن الناقلية ومعامل العازلية الكهربائيين يرتبطان بكل من العدد الموجي والتردد، وبكل من بارامترات لاندواو والحد الكمي، واللذان يلعبان دوراً لافتاً عند تحقق العلاقة (28)، إلا أن هذه الدراسة تحتاج إلى متابعة ودراسة تحليلية باستخدام نظرية الرواسب لمعرفة التطورات التي تطرأ على حد الاضطراب لكثافة أشباه الجسيمات، خاصة وأنه من الصعب الإحاطة بجميع جوانبها، وعليه نوصي بمتابعة هذه الدراسة للبحث عن خواص أخرى انطلاقاً من المعطيات المتوفرة في هذا العمل، إضافة لدراسة كل من الناقلية ومعامل العازلية الكهربائيين في المجال التصادمي، مما تقدم أعلاه، يمكن القول بأن اعتماد الناقلية الكهربائية على بارامترات لاندواو يساهم في تطوير طريقة جديدة وسهلة الاستخدام عملياً، لتصنيف المواد حسب ناقليتها الكهربائية، وذلك للتطور الحاصل في إيجاد معاملات لاندواو تجريبياً [6,8,18,27-28]. بين الشكل (1) تابعية معامل العازلية للتردد حيث يظهر المنطقة التي يكون فيها سالباً وهي منطقة الترددات المنخفضة والمنطقة التي يكون فيها موجباً وهي منطقة الترددات العالية، وكما هو معروف من الدراسات النظرية والتجريبية في نظرية سائل فيرمي أنه أمكن حساب معاملات لاندواو تجريبياً حتى المرتبة (3)  $(l = 3)$ ، وهذا يعطي الحسابات التي تجرى على كل من الناقلية وثابت العزل بتابعية معاملات لاندواو أفضلية في التطبيقات العملية وقد وضعنا في الملحق جدولاً يبين بعض القيم التجريبية لمعاملات لاندواو.

يعاني ثابت العزل الكهربائي انقطاعاً في المنطقة الفاصلة بين الترددات العالية والمنخفضة كما تظهر تجارب P.Lunkenheimer ورفاقه [29] يظهر هذا الانقطاع في الشكل (2) أدناه.

تختلف هذه الطريقة كلياً عن الطرق السابقة وربما تتفوق عليها في حساب الناقلية الكهربائية وثابت العزل تجريبياً لاعتماد نظرية سائل فيرمي على عدد محدود من المعاملات  $F_\ell^{s,a}$  القابلة للقياس تجريبياً بطرق مختلفة [27,28] بالرغم من اختلاف الطرق في حساب الناقلية وثابت العزل إلا أن النتائج النظرية متشابهة وتعطي صيغاً رياضية واحدة من حيث الشكل العام وهذا يعكس بدوره التناظر في تابع التأثير المتبادل لكولوم بين الجسيمات، فعلى سبيل

المثال تعطي طريقة توماس فيرمي لمعامل العزل قيماً تتعلق بالترددات وفق نموذج توماس- فيرمي ونموذج ليندهارد كما في العلاقة التالية [16,18]:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{p}{\varepsilon_0 E} = 1 + \frac{Ne}{m(\omega_T^2 - \omega^2)} = \frac{\omega_{TF}^2 \varepsilon(0) - \omega_{Lind}^2}{\omega_T^2 - \omega^2}$$

وعند  $\omega = \omega_T$  نلاحظ تباعد (divergence) في هذه النتيجة وبالتالي توجد منطقة يصبح فيها معامل العزل سالباً ، وهذا يعني أن متجه الموجة  $\vec{K}$  يصبح تخيلياً وتضمحل الأمواج أسياً في هذه المنطقة أو تنعكس عن المادة ويعزى كون  $\varepsilon < 0$  لوجود فجوة طاقة في البولاريتونات ( polaritons ) [ 28,29,30, 31 ]، تتفق النتائج التي تم التوصل إليها في هذا العمل مع الأعمال المذكورة أعلاه لمزيد من الشرح والتوضيح يمكن القارئ العودة إلى المرجع [32] الذي يحتوي على الأشكال والمنحنيات ومزيد من التفصيل الرياضي في هذا المجال.

### ملحق:

يمكن التعبير عن زمن الحياة لأشباه الجسيمات القريبة من سطح فيرمي، والموافقة لكون كمية حركة شبه

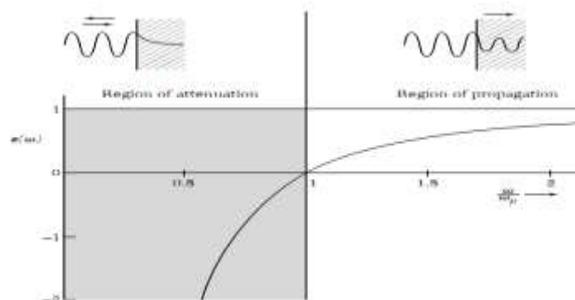
الجسيم  $P_{qp}$  يتناهي إلى كمية حركة فيرمي  $p_F$  ( $P_{qp} \rightarrow p_F$ ) ، بالعلاقة الآتية:

$$\tau^{-1} = m^* \cdot \frac{(\pi T)^2 + \varepsilon_p^2}{1 + \varepsilon - \beta \varepsilon_p}$$

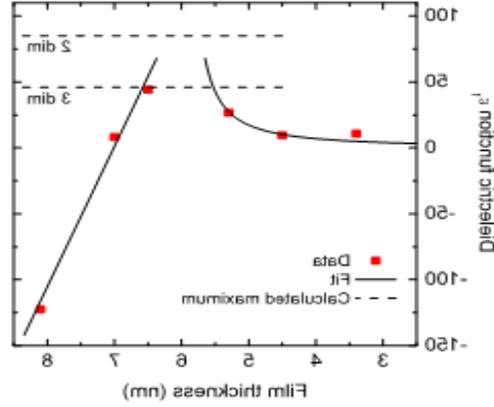
تظهر هذه العلاقة تباعد في زمن الحياة عند درجات الحرارة المنخفضة من الشكل:

$$\tau \sim m^* \varepsilon_p (\varepsilon_p, T)^{-2}$$

وبالتالي يصبح الجداء  $(\varepsilon_p \cdot \tau)$  لانهاضي على سطح فيرمي، مما يؤدي إلى جعل أشباه الجسيمات مستقرة تماماً في هذه الحالة، ولمزيد من التفصيل يمكن القارئ العودة إلى المرجع [34]، والتي تتضمن شرحاً مفصلاً عن كيفية حساب زمن حياة أشباه الجسيمات



الشكل(1): يمثل تابعة ثابت العزل للتردد البلازمي في المعادن



الشكل (2) : يظهر الانقطاع في تابع العزل الكهربائي بتابعة سماكة العينة المدروسة

يحتوي الجدول (1) على قيم بعض بارامترات لانداو في سائل فيرمي مأخوذة للهليوم ثلاثة تحت ضغوط مختلفة، إضافة لتغير الكتلة الفعالة والانضغاطية والطواعية المغنطيسية لأشبه الجسيمات الموافقة لبارامترات السائل الكوانتي [33].

الجدول (1)

pressure	$m^*/m$	$F_0^a$	$F_0^b$	$F_1^a$	$\kappa/\kappa_0$	$\chi/\chi_0$
$p = 0$	3.0	10.1	-0.52	6.0	0.27	6.3
$p < p_c$	6.2	94	-0.74	15.7	0.065	24

## المراجع:

- [1].Nodar L. Tsindsatze and Levan N. Tsindsatze, *New Kinetic Equations and Bogolyubov Energy Spectrum in a Fermi Quantum Plasma*, arXiv : 0903.5368 V1 [ Physics . Plasma – ph ] 31 Mar 2009,
- [2].Necholson, D.R. *Introduction to Plasma Theory.2<sup>nd</sup>*, Krieger Publishing Company Malabar Florida USA, 1992. 285.
- [3].L.D.Landau, Sov.Sov.Phys.JETP 3, 920(1957)
- [4].L.D.Landau.Zh.Eksp.Teor.Fiz.30.23,641(1952);ibid.27,269(1954).
- [5].Silin, V.P.; ZH EXSP, T.F, 33, 4959(1957) JEPT 6,387(1958). English trans:Sov. Phys.
- [6]. BAYM,G. and PETHICK,C. *Concepts and Applications Landau Fermi-Liquid Theory*, Germany, (2004).
- [7]. Yu.L.Klimontovich and V.P.Silin, Dokl.Akad. Nauk SSSR 82,361 (1952).
- [8]. TSINTSADZE,L,N and TSINTSADZE. *Excitations of Longitudinal Waves in a Degenerate Isotropic Quantum Plasma*. Institute of Physics, Georgia(2009).
- [9]. TSINTSADZE,L,N and TSINTSADZE. *Some New Aspects of Degenerate Quantum Plasma*. Salam Chair in Physics, Pakistan (2010).

- [10]. TSINTSADZE,L,N and TSINTSADZE.*Elementary Excitations in Quantum Fermi Liquid*.Department of Plasma Physics, E.Andronikashvii InstituteofPhysics, Georgia, (2010).
- [11]. TSINTSADZE,L,N and TSINTSADZE ,N,L.*New Longitudinal Waves in Electron-Positron-Ion Quantum Plasmas*.Department of physics,Georgia(2010).
- [12].Peter, J., *Contribution from Spin – Orbit Coupling to the Langmuir Wave Dispersion Relation in magnetized Plasmas, Batchelors Thesis in Physics, Umeä [Physics, Sweden(2008).*
- [13].D [AVID,Z and MILLER,M.*Competing solutions of Landau's kinetic equation for zero sound and first sound in thin arbitrary polarized Fermi-liquid theory. Department of Physics and Astronomy.U.S.A(2014)*
- [14].MATSUMOTO,T and OKUDA ,Y.*Zero and First Sound Velocity and Fermi Liquid Parameter in Normal  $He^3$* .Department of Applied Physics,Japan(1995).
- [15].GEORGE B.ARFKEN,HANSJ.WEBER, *Mathematical for Physicists*, sixthedition, Elsevier academic press(NY2005)chapters11-14.
- [16].MASLOV D.L.,*Electron-Electron interaction and the Fermi-Liquid* 7427 SOLID STATE 11(2014)page5.theory,PHZ
- [17].YING,S,C and QUINN,J.J.*Spin –independent oscillations of a degenerate electron liquid*.Department of physics,Rhode Island.Vol.180,No.1,1968,29-91.
- [18].DAVID M.BROUN, *Introduction to solid state physics ,Quantum materials program,Department of Physics Simon Fraser University, Canadian Institute For Advanced Research(2007)chapter8.*
- [19].MICHAEL MAYRHOFFER.R , PATRICK KRAUS,CHRISTOPH HEIEL,HANNES BRANDNERK,*Advanced Solid State Physics, BenjaminStckler TU Graz SS (2011)Chapters 9,12,14.*
- [20]-BOGDAN MIHAILA, *Lindhard function of a d-dimensional Fermi gas*, ArXiv:cond-mat-quant-gas 2Nov(2011).
- [21]-KREMP D.,SCHLANGES M.,GRAEHT W-D.,*quantum statistical of nonidialplasmas,Springer-Verlag Berlin(2005),pages130-140*
- [22]-KREMP D.,SCHLANGES M.,GRAEHT W-D.,*quantum statistical of nonidial plasmas,Springer-Verlag Berlin(2005),pages130-140.*
- [23]-ANDREAS WACKER,*note for solid state physics*, VartnerminLunds university (2015) chapter 6.
- [24]-BONITZ M.and all, *in dielectric properties of correlated quantum pasma,contrib..plasma phys.V41,N2\3(2001) pages155-158.*
- [25]-HWANG E.H. and DAS SARMA S., M. *dielectric function screening , and plasmons in 2D graphen,arXiv:[cond-mat/str-el]-15May(2007)*
- [26]-Jun Zhu, PeiyongJiand Nan Lu, *Quantum correction to Landau Damping of institute of Physics. electron Plasma Waves, Physics of Plasmas* 16, 032105 (2009).© 2009 American
- [27] -.PLAZMANN,W.*Supplement Solid State Physics.AcademicPress,New York and London(1973)chapter10..*
- [28]. DUNIFER,G,*Univ of California at San Diego, California?(1969)*
- [29]-LUNKENHEIMER P.,KROHNS S.,RIEGG S.,EBBINGHAUS S.G.,RELLER A.,LOIDL A.,*colossal dielectric constants in transition-metal oxides*,Eur. Phys, J. Specil Topics V180,2010pages61-89.
- [30].BROUDIN,G.*Quantum,Spin and QED Effects in Plasmas .Department of Physics Umeä University ,Sweden 2010.*

[31]-[www.phy.itstu.edu/ph355/K.ttel](http://www.phy.itstu.edu/ph355/K.ttel), *Polsmon,polaritons,polarons,chapter14*(2004) pages393pd

[32]- ALEXANDAR A.SCHEKOCHIM, *lecture notes on kinetic theory and magneto hydrodynamics of plasma*, Merton College Oxford OX1\$JD,UK (2016)page17.

[33]-MANFRED SIGRIST , Landau's Theory of Fermi Liquids, in solid state theory, <http://www.itp.phys.ethz/research>, chapter 5 page 105(2013).

[34]- Jeno Solyon, *Fundamental of the Physics of Solid State Physics*, Springer – Verlag Berlin Heidelberg V3 Page 186 (2010).