

دراسة تخامد الصوت الصفري في السوائل الكوانتية (سائل فيرمي) بتابعة بارامترات لاندائو من المرتبة ($\ell = 0 ; 1$)

الدكتور محمود أحمد*

الدكتورة نجاح قبلان**

تاريخ الإيداع 15 / 5 / 2016. قُبِلَ للنشر في 1 / 11 / 2016

□ ملخص □

تم في هذا البحث دراسة موجة الكثافة لسائل فيرمي بالاعتماد على فرضيات لاندائو، كما تم حل المعادلة الحركية بتقريب زمن الاسترخاء عند تحقق الشرط اللاتصادمي $(\omega\tau \gg 1)$ ، وذلك بنشر تابع الكثافة الجسيمية من المرتبة $(\ell = 0; 1)$ ، إضافة لذلك حسب أنماط الصوت الصفري ومعدل التخامد عند درجات الحرارة المنخفضة $(T \ll T_F)$. نوقشت النتائج التي تم التوصل إليها وقورنت مع النتائج التجريبية والنظرية المتوفرة في هذا المجال.

الكلمات المفتاحية: سائل فيرمي - المعادلة الحركية - الكثافة الجسيمية - زمن الاسترخاء - الصوت الصفري - موجة الكثافة.

* أستاذ مساعد - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.
** أستاذ مساعد - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية سورية.

Attenuation of Zero Sound in Quantum Liquid (Fermi Liquid) depending on Landau Parameters of Order($\ell = 0 ; 1$)

Dr. Mahmoud Ahmad*
Dr. NajahKabalan**

(Received 15 / 5 / 2016. Accepted 1 / 11 /2016)

□ ABSTRACT □

In this research, it has been studied the Fermi-Liquid density wave depending on Landau theory. The kinetic equation has been solved using relaxation time approximation at collision less condition ($\omega\tau \gg 1$) . This is by expanding particle density function of order ($\ell = 0,1$) Plus, Zero sound modes have been calculated and attenuation rate at low temperatures ($T \ll T_F$).The results have been discussed and compared to the set ones and the offered theory in this domain.

Key Words: Fermi Liquid – Kinetic Equation – Particles Density – Relaxation Time – Zero Sound = Density Wave.

* Assistant Professor, At Physics Department, Faculty of Sciences, Tishreen University, Lattakia, Syria.
**Assistant Professor, At Physics Department, Faculty of Sciences, Tishreen University, Lattakia, Syria.

مقدمة:

تعد مسألة التأثير المتبادل بين الجسيمات في الجمل الفيزيائية بالغة الأهمية عند دراسة جميع الجمل الكلاسيكية والكوانتية على حد سواء رغم ما يعتري هذه الدراسة من صعوبات جمة، تتمثل في البحث عن حلول إحصائية تعتمد تابع التوزيع لماكسويل-بولتزمان في حال الجمل الكلاسيكية، وتابع توزيع فيرمي-ديراك (للفيرميونات) وبوزة-أينشتاين (للبيوزونات). اقترح لانداو في العام 1956 نظرية [1] لدراسة الجمل الفيرميونية لتفسير الخواص الغريبة لسائل الهليوم ثلاثة (^3He). انطلق في دراسته هذه من غاز فيرمي المثالي أو الغاز الحر في درجات الحرارة المنخفضة ($T \ll T_F$) مفترضاً أنه يمكن الانتقال من غاز فيرمي الحر إلى سائل فيرمي الذي تتبادل فيه الجسيمات التأثير المتبادل، وسمى كل من الجسيمات المثارة فوق سطح فيرمي والنقوب تحت هذا السطح بأشباه الجسيمات، مفترضاً أن عملية التحول هذه تتم بصورة كظومة والموافقة لإضافة أو اقتلاع جسيم من الغاز ببطء شديد، بحيث لا يؤدي إلى كسر التناظر الداخلي أو بوضع التوازن الذي تمثله الجملة في درجات الحرارة المنخفضة ($T \rightarrow 0\text{ K}$). ويبقى كل من دفع الجسيم وسببته بدون تغيير عند تشكل إثارة بالقرب من سطح فيرمي، بينما تتغير كتلة الجسيم (m) إلى الكتلة الفعالة (m^*) وتتغير طاقته طبقاً للعلاقة الآتية [1-4]:

$$\delta \varepsilon_{\vec{p}}(\vec{r}, t) = U(\vec{r}, t) + \sum_{\vec{p}'} f_{\vec{p}\vec{p}'} \delta n_{\vec{p}'}(\vec{r}, t) \quad (1)$$

$U(\vec{r}, t)$: الكمون الخارجي المؤثر على شبه الجسيم.

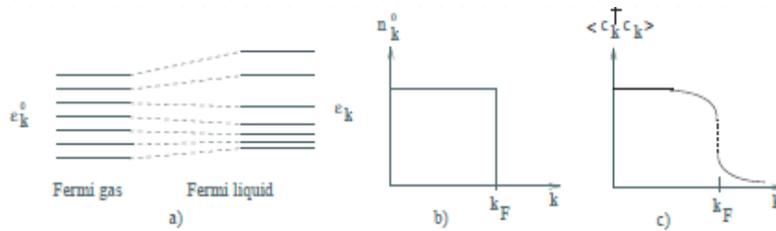
يمثل الحد الثاني من العلاقة (1) الحقل الفعال والذاتي المنشأ بين أشباه الجسيمات.

تعطى عبارة الكتلة الفعالة في حالة تحويلات غاليلية اللامتغيرة بالعلاقة $\frac{m^*}{m} = 1 + \int \frac{d\Omega}{4\pi} F(\theta) \cos \theta$

حيث θ : الزاوية بين المتجهين \vec{k}, \vec{k}' على سطح فيرمي و $F(\theta)$ تابع لانداو للتأثير المتبادل بين أشباه

الجسيمات [1].

تخضع أشباه الجسيمات في سائل فيرمي لتوزيع فيرمي-ديراك بعد أخذ التغير الذي يطرأ على طاقتها بالحسبان، طبقاً للعلاقة (1)، ويصبح طيف الطاقة قبل وبعد هذا التغير كما هو موضح في الشكل (1)، ويبقى هنالك تقابل واحد لواحد بين سويات الطاقة قبل وبعد التحول من غاز فيرمي إلى سائل فيرمي.



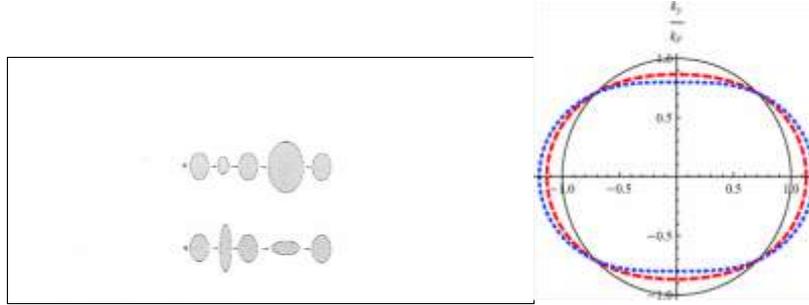
الشكل (1): يوضح التغير في سويات الطاقة وتابع التوزيع لفيرمي-ديراك في غاز فيرمي وسائل فيرمي على التوالي

تصف معادلة لانداو الحركية [1] مختلف الظواهر الفيزيائية، والتي تساهم في حساب بعض المقادير ذات الصلة بمعامل المرونة والطواعية المغناطيسية والحرارة النوعية وظواهر الانتشار في بلازما فيرمي الكمية وانتشار

الصوت بتابعية عدد محدود من الوسطاء (بارامترات لاندائو) (F_ℓ^a) و (F_ℓ^s)، إذ يعبر الدليل العلوي (a) عن حالة عدم التناظر (antisymmetry) بالنسبة لتابع التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات والموافق لاهتزاز الكثافة المغناطيسية، بينما يمثل الدليل العلوي (s) حالة التناظر (Symmetry) لتابع التأثير المتبادل لأشباه الجسيمات والموافق لاهتزاز الكثافة الجسيمية لأشباه الجسيمات [1-5].

يمكن إيجاد علاقات التبند للأموح المنتشرة عبر سائل فيرمي، بعد حل المعادلة الحركية للاندائو في الحالة الخطية، إذ أثبتت التجارب صحة فرضيات لاندائو في مجال الجمل الفيرميونية والجمل البوزونية مؤخراً والمكونة من عدد كبير جداً من الجسيمات من مرتبة عدد أفوكادرو ($N_a = 10^{23}$) جسيم [6-9].

تعد مسألة الإثارات الجماعية في السوائل الكوانتية من المواضيع الحيوية في الوقت الراهن، إذ أن أهم ما يميزها ظهور الصوت الصفري، والذي يمكنه الانتشار حتى في درجة الصفر المطلق نتيجة لتشوه سطح فيرمي وفق منحى متجه الموجة، بطريقة مختلفة عن الصوت العادي أو الصوت الأول كما هو مبين في الشكل (2) [5-12].



الشكل (2): إلى اليسار يظهر تغير سطح فيرمي للصوت العادي في الأعلى، ويحافظ سطح فيرمي على السطح مع تغير في الاستقطاب باتجاه الشعاع الموجي في أسفل الشكل إلى اليسار وفي الشكل إلى اليمين.

بينت الدراسات أنه يمكن ظهور هذه الإثارات في العديد من الأوساط المادية كبلازما الحالة الصلبة وبلازما النجوم الكثيفة كالأقزام البنية والنجوم النيوترونية وبلازما QCD وغيرها.

تمت دراسة اهتزاز الصوت الصفري للإلكترون في المعادن في حالة اللاتناح (Anisotropic) بالاعتماد على نظرية سائل فيرمي إضافة لذلك تم الاهتمام بمسألة الاهتزازات البلازمية وعلاقتها بالصوت الصفري في بلازما الإلكترون المتحللة وذات السبين المستقطب [12-24].

كما تمت دراسة الطبيعة الفيزيائية لإثارات الصوت الإلكترونية المثارة في الموليبيدنيوم (نظرية هارترتي - فوك) (Hartree - Fock Theory) [12,20] في حال التأثير المتبادل شبه النقطي، ومن ثم إيجاد كل من سرعة الصوت الصفري ومعامل التخماد لهذه الموجة.

هدف البحث:

يهدف هذا البحث إلى حل المعادلة الحركية للاندائو وحساب معامل التخماد للصوت الصفري في سائل فيرمي، ومن ثم مقارنة النتائج مع نتائج البحوث النظرية والتجريبية المتوفرة في هذا المجال.

أهمية البحث:

تلعب الأمواج الصوتية في المادة دوراً كبيراً، إذ يمكن من خلال معرفة سعة الموجة وسرعة انتشارها وتخمادها في الوسط المادي، دراسة العديد من خواص المادة المدروسة مثل معامل المرونة الانضغاطية للزوجات...، وهنالك

الكثير من المواد التي لا تزال خواصها الفيزيائية غير معروفة بشكل تام، كما وتوجد مواد جديدة تكتشف تباعاً يمكن تحديد خواصها تجريبياً بعدد محدود من الوسطاء (معاملات لاندوا) التي يمكن حسابها من التجربة.

طرائق البحث ومواده:

لإيجاد الصيغ الموجية لاهتزاز موجة الكثافة والتي يمكن من خلالها استخلاص الصيغ الصوتية المختلفة في المنطقة اللاتصادمية والموافقة للشروط $(\omega\tau \gg 1)$ ، تم استخدام المعادلة الحركية الخطية لـ [Landau] بعد إهمال حد تكامل التصادم في الطرف الأيمن من هذه المعادلة والمعبر عنها كالآتي:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_{\vec{p}} \cdot \vec{\nabla}\right) \delta n_{\vec{p}\vec{\sigma}}(\vec{r}, t) - \frac{\partial n_{\vec{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}\vec{\sigma}}} \vec{v}_{\vec{p}} \cdot \vec{\nabla} \delta \varepsilon_{\vec{p}\vec{\sigma}}(\vec{r}, t) = 0 \quad (2)$$

تمثل هذه المعادلة الصيغة الكلاسيكية التي وضعها لاندوا، والتي تطبق عند تحقق الشرط $(\lambda \gg \frac{\hbar v_F}{K_B T})$ وبخلاف هذا الشرط يجب استخدام المعادلة الحركية الكوانتية، هذا وتعرف المقادير الواردة في هذه المعادلة كالآتي:

$n_{\vec{p}\vec{\sigma}}(\vec{r}, t)$: تابع التوزع لأشباه الجسيمات.

$\varepsilon_{\vec{p}\vec{\sigma}}(\vec{r}, t)$: طاقة شبه الجسيم.

λ : المسافة التي يبقى خلالها تابع التوزع لأشباه الجسيمات معروفاً محلياً.

K_B : ثابت بولتزمان و v_F : سرعة أشباه الجسيمات على سطح فيرمي.

يتغير تابع التوزع من أجل درجة الحرارة (T) عند مسافة مميزة λ في فراغ الطور حيث يكون توزع الجسيمات خاضعاً لإحصاء فيرمي-ديراك ومبدأ الاستبعاد لباولي، وبالتالي لا يحتاج تابع التوزع لأية قيود أو شروط محلية لتموضع أشباه الجسيمات في الفراغ الطوري عند تحقق المتراحة $(\lambda \Delta p \gg \hbar)$ أو $(\lambda \gg \frac{\hbar v_F}{K_B T})$ علماً إن:

$$\Delta p = \frac{K_B T}{v_F} \quad \text{و} \quad v_F = \left(\frac{\partial \varepsilon_{\vec{p}\vec{\sigma}}}{\partial p}\right)_{p=p_F}$$

يمكن إيجاد معدل التخماد للصوت الصفري في سائل فيرمي بحل المعادلة الحركية [معادلة لاندوا - سيلين الخطية] التي تأخذ في الحالة العامة الصيغة الآتية:

$$\frac{\partial \delta n}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon(\vec{p})}{\partial(\hbar \vec{p})} \cdot \frac{\partial \delta n(\vec{p})}{\partial \vec{r}} - \frac{\partial n(\vec{p})}{\partial(\hbar \vec{p})} \cdot \frac{\partial \delta \varepsilon(\vec{p})}{\partial \vec{r}} = I_{\text{coll}}(n) \quad (3)$$

$n(\vec{p})$: تابع التوزع لأشباه الجسيمات عند وضع التوازن الترموديناميكي [تابع التوزع لفيرمي - ديراك].

والمعبر عنه بالعلاقة الآتية:

$$n(\hbar \vec{k}) = \frac{1}{e^{\frac{(\varepsilon_F - \mu)}{K_B T}} + 1} \quad (4)$$

ε_F : طاقة فيرمي و μ : الكمون الكيميائي وهو يساوي طاقة فيرمي عند درجة الصفر المطلق $(T = 0K)$.

$\delta \varepsilon(\vec{p})$: تغير طاقة أشباه الجسيمات في جوار سطح فيرمي.

$I_{\text{coll}}(n)$: تكامل التصادم.

يعطى التغير الذي يطرأ على طاقة أشباه الجسيمات بالعلاقة الآتية [1-5]:

$$\delta \varepsilon_{\vec{p}\vec{\sigma}} = \sum_{\vec{\sigma}} f_{\vec{k}\vec{\sigma}, \vec{k}\vec{\sigma}} \cdot \delta n_{\vec{k}\vec{\sigma}} \cdot \frac{d^3 \vec{k}}{(2\pi)^3} \quad (5)$$

تابع التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات المثارة قرب سطح فيرمي في طبقة سماكتها من مرتبة $f_{\vec{k}\sigma, \vec{k}'\sigma}$: حيث يكون عرض الطبقة بالنسبة لسطح فيرمي من مرتبة $2k_B T \approx$ ، $\Delta E \cong (\epsilon_k - \mu)^2$ و $\epsilon_k = \mu + \vartheta_F (|\vec{k}| - k_F)$. العدد الموجي لفيرمي أو نصف قطر كرة فيرمي عند $(T = 0K)$.

يعبر عن حد تكامل التصادم من أجل درجات حرارة منخفضة وفق تقريب زمن الاسترخاء، حيث أن [10-12]:

$$\frac{1}{\tau} \cong \frac{\pi^2 \cdot T^2 + \omega^2}{\mu \left(1 + e^{-\frac{\omega}{T}}\right)} \quad (6)$$

حيث τ : زمن الأسترخاء الذي تعود خلاله الجملة الى وضع التوازن الموضعي.

تقسم الإثارات الطاقية وفق نظرية لاندائو إلى ثلاثة مناطق تبعاً لكل من درجة الحرارة T وماهية التصادمات بين أشباه الجسيمات وتردد الموجة الصوتية المنتشرة ω وفق الآتي [2,9]:

المنطقة اللاتصادمية (collision less regime): توافق هذه المنطقة كون $[\omega\tau \gg 1 ; \omega \gg T]$.

منطقة التصادمات الحرارية (collision less regime): توافق هذه المنطقة الشرط الآتي:

$$[\omega\tau \gg 1 ; \omega \ll T]$$

المنطقة الهيدروديناميكية (hydrodynamic regime): والموافقة لكون $[\omega\tau \ll 1 ; \omega \ll T]$.

بين لاندائو أنه عند درجات حرارة منخفضة من مرتبة الميللي كلفن، والموافقة لكون $(T \ll T_F)$ تتعدم التصادمات بين أشباه الجسيمات، وبالتالي، لا يمكن ضمن هذه الحالة انتشار أية موجة صوتية حيث $(\omega\tau \ll 1)$ ، وهذا منطقي، إلا أن الشيء الجديد في هذه المسألة هو تنبؤ لاندائو بظهور أمواج جماعية عند الاستمرار في تخفيض درجة الحرارة حتى درجة فرط السيولة لسائل الهليوم ثلاثة 3He سميت هذه الأمواج بالصوت الصفري، وهي عبارة عن أمواج تنتشر في السائل الكوانتي بدون تصادم أشباه جسيمات هذا الوسط فيما بينها ولهذا نستطيع إهمال حد التصادم في هذه الحالة. تعد هذه المسألة من أهم نتائج فرضيات لاندائو [1].

يحتوي الحد الثالث من المعادلة (1) كل المعلومات الضرورية عن تابع التأثير المتبادل من خلال المقدار $(\delta\mathcal{E})$ ، والتي تعبر عن التغير في طاقة أشباه الجسيمات عند إثارتها بالقرب من سطح فيرمي، حيث يتغير طيف الطاقة من حالة غاز فيرمي إلى حالة سائل فيرمي، بحيث يكون هنالك تقابل واحد لواحد بين السويات في كلا الوسطين كما هو موضح في الشكل (1).

أدى تطبيق نظرية لاندائو على هذه المنطقة إلى الحصول على أفضل النتائج المتعلقة بحساب الكثير من المقادير الفيزيائية كسرعة الصوت في السوائل الكوانتية والسماحية المغناطيسية (أمواج السبين) ومعامل اللزوجة والسعة الحرارية وسرعة الصوت في بلازما فيرمي الكمية... الخ.

أمكن من خلال هذا العمل الاعتماد على كل من الفرضيات السابقة ونظرية لاندائو، لاستخدام المعادلة الحركية لاندائو - سيلين ومن ثم إجراء تحويل خطي بالنسبة لتوزع أشباه الجسيمات من الشكل [7-2; 1]:

$$\delta n_{\vec{p}, \vec{\sigma}}(\vec{r}, t) = \delta n_{\vec{p}, \vec{\sigma}}(\vec{k}, \omega) \cdot e^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} \quad (7)$$

يوافق هذا التحويل كون الحل عبارة عن موجة مستوية، بحيث يتعلق حد الاضطراب لتابع التوزع بكل من طاقة وموضع وتردد الموجة المنتشرة، وبالتالي يمثل حد الاضطراب $\delta n_{\vec{p}, \vec{\sigma}}(\vec{r}, t)$ احتمال وجود شبه الجسيم الذي دفعه $(\hbar\vec{k})$ وسبينه (σ) في الموضع (\vec{r}) بالقرب من سطح فيرمي، عند تحقق الشرطين $(q\vartheta_F \ll \mu)$ و $(\omega \ll \mu)$

والمعبرين عن إمكانية تطبيق نظرية لاندائو في سائل فيرمي، بحيث يكون الطول الموجي للاضطراب أكبر بكثير من طول موجة فيرمي (λ_F) وطاقة الإثارة أصغر بكثير من طاقة فيرمي E_F .
 يمكن تعريف شبه الجسيم تماماً عندما يكون ($p = p_F$) وله زمن حياطويل بالقرب من سطح فيرمي شبه الكروي، بحيث يكون تابع التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات (f) تابعاً فقط للزاوية (θ) الكائنة بين (\vec{p}) و (\vec{p}')، والذي يمكن التعبير عنه بالعلاقة الآتية [12-16]:

$$f(\vec{p}, \vec{\sigma}, \vec{p}', \vec{\sigma}') = \sum_{\ell=0}^{\infty} (f_{\ell}^s + \sigma \cdot \sigma' f_{\ell}^a) \cdot P_{\ell}(\vec{p}, \vec{p}') \quad (8)$$

$f_{\ell}^{s,a}$: ثوابت تتعلق بطبيعة الجملة المدروسة وتسمبارامترات لاندائو.

$$P_{\ell}(\vec{p}, \vec{p}') = P_{\ell} \cos \theta$$

تكون قيمة (σ') مساوية للواحد ($\sigma' = 1$) من أجلسبيناتمتوازية ولها نفس الاتجاه (Parallel Spin)، و ($\sigma \cdot \sigma' = -1$) من أجل سبينات متعاكسة (antiparallel Spin).

يمكن لبارامترات لاندائو أن تأخذ أبعاد طاقة أو زمن أو حجم، ولتسهيل الدراسة يفضل التعامل معها بدون أبعاد وخاصة في الحسابات التجريبية، إذ يمكن على سبيل المثال لا الحصر كتابة $F_{\ell}^{s,a} = 2N(0)f_{\ell}^{s,a}$ بحيث يصبح البارمتر ($F_{\ell}^{s,a}$) بدون أبعاد و $N(0) = \frac{m^* \cdot p_F}{2\pi^2 \cdot \hbar^3}$ عبارة عن كثافة أشباه الجسيمات على سطح فيرمي، بينما يعبر العامل (2) في هذه العلاقة عن أخذ حالتي السبين بالحسبان.

بتعويض كلٍ من $\vec{V}_{\vec{p}}(\varepsilon) = \vec{V}_{\vec{p}} \left(\frac{p^2}{2m^*} \right) = \frac{p}{m^*}$ و $(\vec{F} = \vec{V}_r \varepsilon)$ في المعادلة (3) نحصل بعد القيام

بالحسابات الرياضية ذات الصلة على المعادلة الآتية:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \vec{V}_r n \cdot \frac{\vec{p}}{m^*} + \vec{V}_p n \vec{F} = \frac{\delta n}{\tau_{\ell}} \quad (9)$$

علماً أن: $\vec{V}_p n = \frac{\partial n}{\partial \varepsilon} \cdot \vec{V}_p \varepsilon \cong \left(\frac{\partial n_0}{\partial \varepsilon} \right) \vec{\vartheta}$

$$\vec{F} = \vec{V}_r \varepsilon = \sum_{\vec{\sigma}} \int f \vec{V}_r \delta n \cdot \frac{d\vec{p}}{(2\pi)^3} \quad (10)$$

\vec{F} : القوى المؤثرة على شبه الجسيم نتيجة وجوده في حقل التأثير الذاتي البعيد المدى لأشباه الجسيمات في الوسط. بالتعويض عن (\vec{F}) من العلاقة (10) في المعادلة (9) والقيام بالعمليات الرياضية اللازمة نحصل على المعادلة الآتية:

$$(\vec{\vartheta} \cdot \vec{k} - \omega) \delta n - \left[(\vec{\vartheta} \cdot \vec{k}) \left(\frac{\partial n_0}{\partial \varepsilon} \right) \sum_{\vec{\sigma}} f \delta n \cdot \frac{d\vec{p}}{(2\pi)^3} \right] = \frac{\delta n}{\tau_{\ell}} \quad (11)$$

يمكن التعبير عن (δn) بتابعية متحول خطي جديد من الشكل $[\delta n = \left(\frac{\partial n_0}{\partial \varepsilon} \right) \cdot v]$ ، وبالتالي نحصل على

المعادلة الآتية:

$$(\vec{\vartheta} \cdot \vec{k} - \omega) v + (\vec{\vartheta} \cdot \vec{k}) \left(\frac{1}{2} \right) \sum_{\vec{\sigma}} F(\chi) v \frac{d\Omega}{4\pi} = 0 \quad (12)$$

$F(\chi) = f \cdot \frac{p_F \cdot m^*}{\pi^2}$ و $\left[\frac{\partial n_0}{\partial \varepsilon} \cong -\delta(\varepsilon - \mu) \right]$ و $\left(\frac{\delta n}{\tau_{\ell}} = 0 \right)$ والموافق لكون حد تكامل التصادم

معدوماً

$$\cdot \chi = \vec{\vartheta} \cdot \vec{k}_F \text{ و}$$

بجعل متجه الموجة (\vec{k}) ينطبق على المحور القطبي لجملة الاحداثيات الكروية المستخدمة، والتعبير عن سرعة انتشار الموجة بالشكل ($\vec{u} = \frac{\omega}{k}$) تصبح معادلة الحركة بالشكل الآتي:

$$(s - \cos\theta)v(\theta, \vartheta, \vec{\sigma}) = \frac{1}{2} \cos\theta \sum_{\vec{\sigma}} F(\chi)v(\vec{\theta}, \vec{\vartheta}, \vec{\sigma}) \frac{d\Omega}{4\pi} = 0 \quad (13)$$

علماً أن: ($s = \frac{\vec{u}}{\vartheta}$).

تمثل المعادلة (13) الأساس الذي حسبت من خلاله جميع المقادير الفيزيائية في نظرية سائل فيرمي، علماً أن سطح فيرمي لا يبقى كروياً بل يعاني تشوهاً تابعاً للزاوية (θ) المحصورة بين (\vec{p}) و (\vec{p}')، والذي يلعب دوراً هاماً في تغيير الكتلة الفعالة وانتشار موجة الكثافة أو الصوت الصفري في درجات الحرارة المنخفضة الذي تتبأ به لاندوا، بينما يهتز نصف قطر كرة فيرمي (\vec{k}_F) حول ($\vec{p} = 0$) في الحالة الهيدروديناميكية، دون حدوث أي تشوه للشكل الكروي لسطح فيرمي الشكل (2).

يمكن الحصول على حلول بسيطة للمعادلة (13) بعد الفرض أن $[F(\chi) = \text{Const}]$ ، والتي درست بالتفصيل في أبحاث سابقة [16-25] ويعبر عنها بالشكل الآتي:

$$\frac{s}{2} \ln\left(\frac{s+1}{s-1}\right) - 1 = \frac{1}{\vartheta}$$

ϑ : بارامتر لاندوا الصفري في الحالة هذه أي F_0 [13].

تكون سرعة الصوت الصفري أكبر من سرعة الصوت العادي ضمن المجال ($\omega\tau \gg 1$) بمعامل قدره ($\sqrt{3}$) أو أصغر من ذلك ($u = \frac{\vartheta}{\sqrt{3}}$)، في الحالة الموافقة لكون (s) مقدار حقيقي وأكبر من الواحد ($s = \frac{\vec{u}}{\vartheta} > 1$).

تم في هذا البحث اعتبار $F(\chi)$ تابعاً متحولاً، ويعبر عنه بالشكل $[F(\chi) = F_0 + F_1(\chi) + \dots]$ ، علماً أن ($\chi = \vartheta \cdot k_F$) مراعين أثناء البحث عن حلول للمعادلة الحركية ذات الصلة وفق الحالات الواردة تبعاً في فقرة النتائج والمناقشة الآتية:

النتائج والمناقشة:

الحالة الأولى - دراسة تخامد الصوت الصفري من أجل ($\ell = 0$)

تأخذ المعادلة الحركية من أجل ($\ell = 0$) الشكل الآتي:

$$u_{0,0} \cdot Y_{0,0} = \frac{\cos\theta}{s - \cos\theta} [F_0^s + \delta + \beta] u_{0,0} \cdot Y_{0,0} \quad (14)$$

حيث:

$$\delta = \left(\frac{3\hbar^2 k^2}{4p_F^2} \right) ; \quad \beta = m^* \left\{ C_s^2 - i \left[\left(\frac{4v_\vartheta}{3} + \frac{\xi}{n} \right) \left(\frac{\omega}{n} \right) \right] \right\} \quad (15)$$

نحصل بعد ضرب طرفي العلاقة (14) ب ($Y_{0,0}$)، ومن ثم مكاملتها على الزاوية المجسمة

$d\Omega = Y_{0,0} \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$ على العلاقة الآتية:

$$u_{0,0} = [F_0^s + \delta + \beta] u_{0,0} \int_{-1}^{+1} \left(\frac{\cos\theta}{s - \cos\theta} \right) \cos\theta \cdot d\theta \quad (16)$$

أو

$$1 = 2[F_0^s + \delta + \beta] \cdot \left[-\frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \left(\frac{\cos\theta}{\cos\theta - s} \right) \cos\theta \cdot d\theta \right] \quad (17)$$

يعبر عن هذه العلاقة بالشكل المختصر الآتي:

$$1 = 2[F_0^s + \delta + \beta] \cdot I_1 \quad (18)$$

علماً أن:

$$I_1 = -\frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \left(\frac{\cos\theta}{\cos\theta - s} \right) \cos\theta \cdot d\theta = \frac{1}{3s^2} + \frac{1}{5s^4} + \dots \cong \frac{1}{3s^2} \quad (19)$$

بالتعويض عن I_1 من هذه العلاقة في العلاقة (18) نحصل على:

$$s^2 = \frac{2}{3} \cdot [F_0^s + \delta + \beta] ; \quad s = \frac{\omega}{k \cdot \vartheta_F}$$

نحصل بعد القيام بالعمليات الرياضية اللازمة على المعادلة المختصرة الآتية:

$$A \cdot k^4 + B \cdot k^2 - \omega^2 = 0 \quad (20)$$

حيث:

$$\left. \begin{aligned} A &= \left(\frac{3\hbar^2}{4p_F^2} \right) \\ B &= \left(\frac{2}{3}\vartheta_F^2 \right) \left[(F_0^s + m^* C_s^2) - im^* \left(\frac{4}{3}v_\vartheta + \frac{\xi}{n} \right) \left(\frac{\omega}{n} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

يلاحظ من خلال هذه العلاقة ظهور الحد العقدي، والذي يشير بدوره إلى تخادم الصيغ الصوتية.

نحصل بعد حل المعادلة (20) على العلاقة التي تعبر عن $(k_{1,2}^2)$ كالآتي:

$$k_{1,2}^2 = -\left(\frac{B}{2A} \right) \left[1 \pm \frac{4A\omega^2}{B^2} \right] \quad (22)$$

نحصل من هذه العلاقة على:

$$k_1^2 = -\left(\frac{B}{2A} \right) \left[2 + \frac{2A\omega^2}{B^2} \right] = -\left(\frac{B}{A} \right) \left(1 + \frac{A\omega^2}{B^2} \right) \quad (23)$$

يمكن التعبير عن هذه العلاقة كالآتي:

$$k_1^2 = (k_R + ik_I)^2 = (k_R^2 - k_I^2) + 2i(k_R \cdot k_I) \quad (24)$$

يرمز الدليلين السفليين (R) و (I) إلى الحدين الحقيقي والعقدي على التوالي، وبالتالي نستنتج

من العلاقتين (23) و (24) أن:

$$(k_R^2 - k_I^2) = -a \left[\frac{(a^2 + b^2) + \omega^2 \cdot A}{A(a^2 + b^2)} \right] = -\beta \quad (25)$$

$$2(k_R \cdot k_I) = -b \left[\frac{(a^2 + b^2) - \omega^2 \cdot A}{A(a^2 + b^2)} \right] = -\gamma \quad (26)$$

علماً أن:

$$a = \left(\frac{2}{3}\vartheta_F^2 \right) \cdot (F_0^s + m^* C_s^2) \quad (27)$$

$$b = m^* \cdot \left(\frac{2}{3} \vartheta_F^2\right) \cdot \left(\frac{4}{3} v_{\vartheta} + \frac{\xi}{n}\right) \left(\frac{\omega}{n}\right) \quad (28)$$

نحصل بعد القيام بالحل المشترك للعلاقتين (25) و (26) على الآتي:

$$k_R = -\frac{Y}{2k_1} \quad ; \quad k_1 = \sqrt{\frac{\beta}{2} \left[1 \pm \left(1 + \frac{Y}{\beta^2}\right)\right]^{\frac{1}{2}}} \quad (29)$$

يمثل (k_1) معامل التخامد للصوت الصفري من أجل ($l = 0$).

الحالة الثانية - دراسة تخامد الصوت الصفري من أجل ($l = 0$) والحد الكمي ($\delta = 0$).
نحصل باتباع نفس الخطوات الواردة في الحالة الأولى على معامل التخامد بالشكل الآتي:

$$\alpha = \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{\omega}{\vartheta_F}\right) \left[-1 - \frac{(F_0^s + m^* C_s^2)}{m^{*2} \left[\left(\frac{4}{3} v_{\vartheta} + \frac{\xi}{n}\right) \left(\frac{\omega}{n}\right)\right]^2}\right]^{1/2} \quad (30)$$

كي تكون هذه العلاقة محققة يجب أن تكون الكتلة الفعالة سالبة و $[m^* C_s^2] > 1$.

الحالة الثالثة: - دراسة تخامد الصوت الصفري من أجل ($l = 0 ; 1$) والحد الكمي ($\delta = 0$).

يمكن التعبير عن معادلة الحركة من أجل ($l = 0 ; 1$) و ($\delta = 0$) بالصيغة الآتية:

$$u_{0,0} Y_{0,0} + u_{1,0} Y_{1,0} = \frac{\cos \theta}{(\lambda - \cos \theta)} \left[(F_0^s + \beta) u_{0,0} Y_{0,0} + \left(\frac{F_1^s}{3} + \beta\right) u_{1,0} Y_{1,0} \right] \quad (31)$$

نحصل بعد ضرب طرفي هذه العلاقة بـ ($Y_{0,0}$) ومن ثم مكاملتها على الزاوية المجسمة ($d\Omega$) على العلاقة الآتية:

$$[2(F_0^s + \beta) \cdot I_1 - 1] u_{0,0} + 2\sqrt{3} \left(\frac{F_1^s}{3} + \beta\right) \cdot I_2 u_{1,0} = 0 \quad (32)$$

بضرب طرفي (31) بـ ($Y_{1,0}$) و مكاملة طرفي العلاقة الناتجة على الزاوية المجسمة ($d\Omega$) نحصل على:

$$2\sqrt{3} (F_0^s + \beta) \cdot I_2 \cdot u_{0,0} + \left[6 \left(\frac{F_1^s}{3} + \beta\right) \cdot I_3 - 1\right] \cdot u_{1,0} = 0 \quad (33)$$

علماً أن:

$$I_3 \cong \left(\frac{1}{3} - \lambda^2 \cdot I_1\right) \cong \left[\frac{1}{3} - \lambda^2 \left(\frac{1}{3\lambda^2} + \frac{1}{5\lambda^4}\right)\right] \cong -\frac{1}{5\lambda^2} ; I_2 \cong \frac{1}{3\lambda} ; I_1 \cong \frac{1}{3\lambda^2}$$

بحذف كلٍ من $u_{1,0}$ و $u_{0,0}$ من جملة المعادلتين (32) و (33) وذلك بطريقة المسوات نحصل على العلاقة الآتية:

$$k = \sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{\omega}{\vartheta_F}\right) \frac{1}{\sqrt{F_0^s + \beta}} \left[1 - \left(\frac{F_1^s}{3} + \beta\right)\right]} \quad (34)$$

حيث $k = k_1 + ik_2$

بالتعويض في العلاقة (34) والإصلاح نحصل على:

$$k_1 = \frac{\mathcal{L}}{2k_2} ; k_2 = \sqrt{-\frac{\mathcal{M}}{2} \left[1 \pm \left(\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{M}}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} \quad (35)$$

علماً أن:

$$\mathcal{L} = m^* \left[\left(\frac{4v_\theta}{3} + \frac{\xi}{n} \right) \left(\frac{\omega}{n} \right) \right] \left[1 + \left(F_0^s - \frac{F_1^s}{3} \right) \right] \quad (36)$$

$$\mathcal{M} = \left[1 - \left(\frac{F_1^s}{3} + m^* C_s^2 \right) \right] (F_0^s + m^* C_s^2) - m^{*2} \left[\left(\frac{4v_\theta}{3} + \frac{\xi}{n} \right) \left(\frac{\omega}{n} \right) \right]^2 \quad (37)$$

تكون عبارة (k_2) من العلاقة (35) محققة فقط من أجل $(\mathcal{M} \leq 0)$

تتغير كثافة أشباه الجسيمات بالشكل الآتي:

$$\delta n_p(r, t) \sim \delta n_p \cdot e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \sim e^{-i(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r})} \cdot e^{-k_2}$$

بمقارنة هذه العلاقة مع العلاقة (35) نستنتج أن معامل التخماد للصوت الصفري عبارة عن $(\alpha = k_2)$

بالتعويض عن k_1 من (\mathcal{L}) و (\mathcal{M}) من العلاقة (36) و (37) في العلاقة (35) نحصل بعد القيام

بالحسابات اللازمة على العلاقة الآتية:

$$\alpha = k_2 = \sqrt{-\frac{\mathcal{M}}{2} \left[1 \pm \left(\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{M}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (38)$$

تعبّر هذه العلاقة عن معامل تخماد الصوت الصفري في سائل فيرمي الكمي، يلاحظ من هذه العلاقة أن

معامل التخماد يكون معدوماً عندما تكون $(\mathcal{M} = 0)$ ، للمزيد من التوضيح والتوسع في العلاقات والنتائج التي اعتمدنا عليها في هذا البحث ننصح بالعودة الى دراسة مستفيضة أجراها أريكوسوف [13] لظاهرة انتشار الأمواج الصوتية وأمواج السبين من أجل $\ell = 0$ في سائل فيرمي. يمكن حل المعادلة $M = 0$ واستنتاج راسب التابع عند الأقطاب ومن ثم حساب سعة التخماد المقابلة لهذه الأقطاب، وهذا متروك لدراسة مستقلة لاحقة.

الاستنتاجات والتوصيات:

حسب في هذا البحث معامل التخماد للصوت الصفري في سائل كوانتي مكون من جسيمات فيرميونية في

إطار نظرية لاندوا في سائل فيرمي.

تنبأت النظرية بانتشار موجة الصوت الصفري في سائل فيرمي في درجات حرارة من مرتبة الملي كلفن ضمن الشرط اللاتصادمي $(\omega \tau \gg 1)$. درس كل من سيلين وأريكوسوف [3,13,27,28] انتشار صيغ الصوت الصفري في سائل الهليوم ثلاثة وفي المعادن ثم درس كل من بيثيك وغيره [4,8,28-32] تخماد هذه الصيغ في السوائل الحقيقية. ربط غريللي وهومل [8] معامل التخماد بالانضغاطية.

تطورت دراسة انتشار هذه الأمواج وتخمادها لتشمل جمل كوانتية مكونة من بوزونات وخليط من جسيمات

فرميونية وبوزونية كما استخدمت نتائج هذه الدراسات في كثير من التطبيقات التقنية في البلازما والنانو تكنولوجي والسبينترونيكس .

تتفق العلاقات الرياضية المستنتجة في هذا البحث مع نتائج البحوث السابقة من حيث الشكل العام حيث يبقى الحد التخيلي للشعاع الموجي أكبر بكثير من الحد الحقيقي وهذا يعود إلى أن التخماد له منشأ تبادل طاقة بين الجسيم والموجة المرافقة. تكمن أهمية هذه الحسابات في تابعة سرعة الصوت ومعامل التخماد لبارامترات لاندوا والتي يمكن حسابها من التجربة. تقود معرفة آلية انتشار الصوت وتخماده في الأوساط المختلفة إلى معرفة خواص هذا الوسط مثل معامل المرونة واللزوجة والمقاومة الكهربائية والأنضغاطية..... الخ. من الظواهر المهمة التي أظهرتها التجارب على

انتشار وتخامد الصوت في السوائل الكوانتية هي تحول الموجة الصوتية إلى موجة مغناطيسية عند الانتقال من سائل فيرمي إلى طور فرط السيولة وهي ظاهرة لم تتكشف جميع جوانبها التطبيقية حتى الآن ولا تزال هذه الدراسات في طور البحث والتعميق [33-38].

المراجع:

- 1 – Landau L.D., J. Exp. Theo. Phys., V30, p.1058 (1956). Landau L.D. V35, p97 (1958).
- 2 - Gordon Baym and Christopher Pethick, Landau Fermi- Liquid Theory, Concepts and Applications, Willey – VCH Verlag & Co. KGaA. Weinheim (Germany) Chapter [1-5]. (2006) [Silin, V.P., Fiz. Metall. and Metalloved. 29, 681 (1970) 3 -
- 4 - Pethick C.J., Attenuation of zero sound in a normal Fermi – Liquid, Phys. Rev. V185N3 P384 (1969).
- 5 - Abel W.R. Anderson A.C., and Wheatly J.C., propagation of zero sound in liquid ^3He At Low temperatures. Phys. Rev. Lett. V17 N2 P74 (1966).
- 6 - Poltavets A. and Khmelev I., The dispersion and attenuation of zero sound in Fermi-Liquid due to spin fluctuation, Jou. of Low Temp. Phys., V107 Issu 3/4 p4 (1997).
- 7 – Goykhman Mikhail, Strings, Fluctuation in finite density holographic quantum liquids, ADS/CFT at finite density, University Leiden <http://hdl.net> chapter 2 (2014).
- 8 – Grilley E.R., Hommel E. F. and Pethick, Phys. Rev. V185, p.384 chapter 5 (1969).
- 9- Gabriel F. Gulioni and Giovanni Vignali, Quantum Theory of The Electron Liquid, www.Cambridge.org/9780521851999 chapter 8 (2012).
- 10- John W. Negele and Henri Orland, *quantum many-particle system*, Westview Press (1988), chap 6 page 308.
- 11- David Z. Li, R.H. Anderson, M.D. Miller, and Ethan Growell. Competing solution of Landau's kinetic equation for zero sound and first sound in thin arbitrarily Polarized Fermi – Liquid films, arXiv 1403 (cond-mat.other) 4 Mar-2014.
- 12- Z.K. Lu, S.I. Matveenko, G.V. Shlyapnikov, Zero sound in a two-dimension dipolar Fermi gas, <http://hdl.handle.net/11245/2p0336259> (2013).
- 13 – ABRICOSOV A.A., KHALATNIKOV I.M., *The Theory of Fermi Liquid*, Rep. Prog. Phys. V22 (1959) p.329-367.
- 14 – Gerald, L. Dinifer, Daniel Pinkel and Sheldon Schultz, in, *Experimental Determination of Landau Fermi-Liquid parameters: spin wave in sodium and potassium*, phys. rev. B, V10, N8, p3159 (1974).
- 15 – Platzman P. Walsh L.J., *Degenerate electron liquid*, phys. rev. B, V189, p680 (1969).
- 16- Yi Li and Congjun Wu, unconventional symmetries of Fermi Liquid and Cooper pairing properties with electric and magnetic dipolar fermions. J. PHYS.: condens. Matt. V26 P9 (2014).
- 17 – Nettleton, R.E., *Transverse zero sound and the Landau F_2 parameter in liquid ^3He* . Jour. of Low Temp. Phys., V24, p275 (1976).
- 18 - Ji-Sheng, Chen. *Determination of Landau Fermi-Liquid parameters of strongly interacting fermions by means of a nonlinear scaling transform* Metals, SOVIET Physics JETP Vo. 17 N.5m 1963.

- [19] : A.D.Margulis and VI.A. Margulis, Plasma Oscillation and Zero Sound in degenerate spin – polarized electrons system. Zh.EKsp. Teor. Fiz. 91811 (November 1987).
- [20]: E.V. Bezugly, N.G. Burma, E.TuDeineka, V.D. Fil , H. J Kaufmann, *Zero Sound in Normal and Superconducting Molybdenum*, J.Phys.:Condens.Matter V3(1991) Page7869-7876.
- [21] : L.P.GOR' KOV , I.E. DLYALOSHIN SKII, feasibility of Zero Sound Oscillation in normal and Super Conducting molybdenum, J.Phys. condense Matter 3(1991)7867-7876 Printed in the UK.
- [22] : Nodar, L. Tsinsadze, L. N. Tsinsadze, A. Rehman, G. Murtaza, New Longitudinal Waves in Electron- Positron - Ion Quantum Plasmas, arXiv:1008.2258V1 [Physics Plasm-ph] 13 Aug 2010.
- [23] : Gregory Gabadadze, and Rachel A. Rosen, Field Theory for Zero Sound and Ion acoustic wave in astrophysical ,USA, arXiv:1507.06705V1 [hep-ph] 24 Jul (2015) P4 equation (15).
- 24- Piers ,C. . *Introduction to Many Body Physics* .<WWW.amazon.com,052186488,chapter 7(2011)>.
- 25 – Abrikosv, A.A., and Gorkov, L.P. and Dzyaloshinsk, *Methods of Quantum Field Theory in Statistical Physics*. Dver, New York, p329(1964).
- 26 – Platzman ,P. and Walsh, L.J., *Degenerate electron liquid*. Phys.Rev.B, V189, p680(1969).
- [27] : Yuri Poluekov, Vololymyr Sarchenko, Slow Wave of Zero Sound in degenerate Fermi Gas, Cent. Eur. J. Phys. V12N9(2014), P660-665.
- 28 – Christopher M, *Lecture note on field theory in condensed matter physics* .E-mail :christoer.mudry@psi.ch. Paul Scherrer Institutue ,Switzerland, Chapter 7(2013).
- 29 – Negele, J.W. and Orland, H., *Quantum Many – Particle System*. Westview, ISBN 07382-0052-2, P296(1998).
- 30 – Hansson, T.H., *Fermi and Luttinger Liquids*. Fisi;um Stockholm Univesity, Lecture note for the 2011 Nordita winter school chaoter 1
- 31 – Dupuis, N. *Fermi Liquid Theory*. chapter 4 p270-318(2011).<WWW.lptmc.jussiu.fr/chapfl.pdf>.
- 32 – Abrikosov, A.A., *Fundamentals of The Theory of Metals*. North-Holland NH, Chapters 2, 13(1988).
- 33 – Egilsson ,E. and Pethick, C.J.. *Transition from First sound to Zero Sound in Normal Fermi Liquid*. Jour. of Low Temp. Phys., V29, p12(1977).
- 34 - K.Matsumoto, T.Ikegami, S.Ito, M.Kirigaya, and Y.Okuda. *Zero and First Sound Velocity and Ferm Liquid Parameter in Normal Helium Three*> Jou. Of Low Temp. Phys. Vol 102, Nos 1/2, p. 227 (1996).
- 35 – Saraga ,D.S. and Danel, Loss. *Fermi Liquid parameters in 2D with spin- orbit interaction*. <arXiv:cond-nat/050466172 .(13 Jul 2005)>.
- 36 - Friman ,B.L. and E.Krotscheck. *Zero Sound Spin Fluctuations and Effective Mass in Liquid ³He*. Phys.Rev.Lett. Vol 49 N23, p.1705 -1711 (1982).
- 37 – Andreev, A.F. and P.V. Shevchenko, *Nonlinear zero sound in normal Fermi liquid*. Zh.Eksp.Terr. Fizi. VO107 .p.1587 -1595 .(May 1995).
- 38 – CORROCCINI L.R., CLRKE J.S., MERMIN N.D., WIKINS J.W., *Attenuation of zero sound in He³*. Phys. Rev., V180(1969) page 225.