Calculating the Mognons Energy in Ferromagnetic Materill with spin S=1/2 in Complex Coordinate System

Dr. Ziead Rostom*

(Received 11 / 3 / 2024. Accepted 19 / 5 /2024)

☐ ABSTRACT ☐

This research aimes to studasome nonlinear phynomenons wich, noticed in magnetic systems (ferromagnetic material) that produced from primer dicturbance of moments, that erranged in parallel and in the same direction, because they affected by externol factor (magnetic field , which has constant intensity and variable direction or variable intensity and constant direction or thermol effect) that seemed in waves form propecate in crystal and called spin waves (magnons). To determine the propecation energy of those, that relates with the propaple positions of magnetic moments, it was no other way unless finding of suitable wave function , that notice positions in selected coordinate,and thise to find the hameltonian and Lagrangian and then the dynamic equation to got that scuttering laws and the energy states ofter then we show the range of the effect of nonhemogenous (anisotropy) single axe on the propaction energy of those waves , and that was according to nonhemogeneous unic ion Heisenberg model ,and this showed that this method anable us to got suhroendenger equation ,that discripes the motion of the elementary particles and this unoples us to got the eigen values of energy.

Keywords: Magnon – spin waves – Heisenberg's model – anisotropic – easy axis – saletons.

* **Associate Professor- Department of Physics – Faculty of Science- Tishreen University – Lattakia – Syria. ziead.rostom44@tishreen.edu**

حساب طاقة المغنونات في المواد حديدية المغنطة ذات سبين S=1/2 في جملة الاحداثيات المركبة

د. زياد رستم *

(تاريخ الإيداع 11 / 3 / 2024. قُبِل للنشر في 19 / 5 /2024)

ملخّص

يهدف هذا البحث لدراسة بعض الظواهر اللاخطية الملاحظة في الأنظمة المغناطيسية(المواد حديدية المغنطة) الناتجة عن الاضطرابات الأولية للعزوم المغناطيسة المرتبة في اتجاه واحد و المتوازية فيما بينها، نتيجة تأثرها بعامل خارجي (حقل مغناطيسي ثابت الشدة متغير الاتجاه أو متغير الشدة وثابت الاتجاه أو مؤثر حراري)، والتي تبدو على شكل أمواج تنتشر في البلورة تسمى الأمواج السبينية (المغنونات) ولتحديد طاقة انتشار تلك الأمواج المرتبطة بالوضعيات الاحتمالية للعزوم المغناطيسية كان لابد من إيجاد التابع الموجي المناسب الذي يلحظ تلك الوضعيات في الاحداثيات المختارة وذلك لايجاد الهاميلتوني و اللاغرانجي ثم المعادلات الديناميكية للحصول على قوانين التشتت و السويات الطاقية ، ثم بينا مدى تأثير معامل عدم التماثلية (الانيزوتروبية) وحيدة المحورعلى طاقة انتشار تلك الاامواج وذلك تبعا لنموذج هايزنبرغ اللامتماثل (انيزوتروبي) الأحادي الايون، و تبين أن هذه الطريقة تمكننا من الحصول على معادلة شرودنغر الخطية التي تصف حركة الجسيمات الأولية والتي تمكننا بدورها من الحصول على القيم الطاقية الخاصة .

الكلمات المفتاحية: مغنون – الامواج السبينية – نموذج هايزنبرغ – الانيزوتروبية – محور لين – ساليتون.

* أستاذ مساعد– قسم الفيزياء – كلية العلوم – جامعة تشرين – اللاذقية – سورية. ziead.rostom44@tishreen.edu

مقدمة:

تعتبر نماذج هايزنبرغ الكمية والتي تصف التأثير المتبادل للعزوم المغناطيسية الذاتية في العقد المجاورة في الشبكة البلورية البوابة الرئيسية للدراسة النظرية للظواهر اللاخطية في نظرية أمواج البلازما أو نظرية الامواج السبينية والتي تتشكل نتيجة الاضطرابات الأولية في الأوساط المنسقة والتي تسمى أحياناً اضطرابات(تهيجات) شبه سليتونبة [1]، إن أساس الدراسة النظرية لمجموعة كبيرة من الأنظمة المغناطيسية تنطلق من نماذج هايزنبرغ أو سلاسل هايزنبرغ الكمية والتي يعتمد عليها في وصف تلك الظواهر اللاخطية كلاسيكيا، حيث يعتبر الانتقال من النماذج الكمية الى الوصف الشبه كلاسيكي مسألة فيزيائية مستقلة تتطلب أسس دقيقة، وذلك لأن تلك الظواهر اللاخطية لها صفات متغيرة تؤدي الى ظهور تأثيرات أساسية هامة كتجاوب الاشباع المغناطيسي في المواد حديدية المغنطة و تجاوب الامتصاص اللاخطي الناتجة عن تغير الحقل المغناطيسي الخارجي والتي يمكن أن توصف تلك الظواهر اللاخطية مثل الامواج السبينية في إطار التأثير المتبادل للاضطرابات الخطية الاولية للعزوم المغناطيسية الخاضعة لتأثير حقل مغناطيسي خارجي منتظم والتي تلعب دورا كبيرا في تحديد الخواص الديناميكية للأنظمة المغناطيسية (المغانط الحديدية و المغانط الحديدية العكسية) [1,2].

بما إن العزوم المغناطيسية في المواد حديدية المغنطة مرتبة بشكل متوازي وفي اتجاه واحد، فإذا اثر حقل مغناطيسي خارجي منتظم على البلورات مؤدياً لإزاحة أحد هذه العزوم عن الوضعية الاساسية فإن ذلك يؤدي (وذلك لوجود طاقة تأثير متبادل بينهما) الى ازاحة العزوم المجاورة عن الحالة الأرضية وهي بدورها تؤثر على العزوم المجاورة والتي تبدو كأنها أمواج تنتشر في البلورة ، تدعى الامواج السبينية و يمكن وصف الحركة اللاخطية للسبين في اطار تلك النماذج الخاضعة لتأثير حقل مغناطيسي خارجي بشكل تقريبي وفق معادلة جيبب – غاردون وعلى الرغم من وجود تجارب توكد ذلك، فإن التأكيدات النظرية لم تحصل بعد، و أحد أهم الأسباب في ذلك يتعلق بأنه لوصف حركة السبين يلزم وجود وضعيات احتمالية مقدارها $(2S+1)$ في الاحداثيات الأصلية و $4S$ في الاحداثيات المركبة التي تؤمن دوران كل عقدة من عقد الشبكة البلورية على حدة، فمن أجل $S=1$ يوجد ثلاث وضعيات احتمالية للسبين في الاحداثيات الاصلية بينما في الاحداثيات المركبة يوجد أربع وضعيات هذه الحقيقة تؤدي الى صعوبة كبيرة عند البحث عن الوضعية الاساسية و تحديد طيف طاقة التهيجات الاساسية [2]. لذلك فإن اختيار التابع الموجي الذي يصف حركة الأمواج السبينية لابد أن يلحظ عدد الوضعيات الاحتمالية في كلا الحالتين [3].

أهمية البحث وأهدافه:

<u>الهدف من البحث:</u>

ان الهدف من هذا البحث يقسم الى شقين أما الشق الأول يتلخص في:

تحديد علاقات التشتت وسويات طاقة التهيجات الأولية وذلك بايجاد التابع الموجي المناسب والذي يمكننا من الحصول على القيم الوسطى لمؤثرات السبين في الاحداثيات المختارة و يحقق شرط التنظيم ومصونية مربع السبين ومؤثر كازيمير ويلحظ الوضعيات الاحتمالية في هذه الاحداثيات وعددها $(4S)$.

وأما الشق الثاني فهو:

دراسة تأثير كل من عدم تماثلية النظام المغناطيسي المدروس وحيدة المحور و تأثيرحقل مغناطيسي خارجي من ناحية الاتجاه والشدة على طاقة انتشار الأمواج.

أهمية البحث:

تكمن أهمية البحث في:

1- الحصول على المعادلات الديناميكية والتي تمكننا من تحديد سويات الطاقة المرتبطة بالوضعيات الاحتمالية وفق طريقة كلاسيكية بديلة تصف الأمواج السبينية في الفيرومغناط ذات سبين S=1/2 في الاحداثيات االمختارة.

2- الحصول على معادلة شرودنغر الخطية التي تصف حركة المغنونات (كمات الأمواج السبينية).

3- التأكد من تشكل ثنائيات أقطاب ضعيفة التأثيرعلى العزوم المغناطيسية الذاتية ما يبقي قانون المصونية محقق.

طرائق البحث ومواده:

إن الاضطرابات الأولية الناتجة عن مؤثر خارجي لأحد العزوم المغناطيسية في المواد حديدية المغنطة (ferromagnetic) والمرتبة بشكل متوازٍ وفي اتجاه واحد عن الوضعية (الارضية)الأساسية والتي يمتلك فيها النظام المدروس طاقة صغرى أو تغيير اتجاه أحدها فإن الأمواج السبينية المتشكلة نتيجة ذلك تنتشر كحزمة موجية في البلورة بطاقة محددة والتي يمكن معرفتها بطرق كمية بحتة [3]. تكمن الخطوة الأساسية لتحديد سويات الطاقية لتلك الأمواج في ايجاد التابع الموجي المناسب الذي يلحظ الوضعيات الاحتمالية للسبين في الاحداثيات المختارة والذي يمكننا من ايجاد السويات الطاقية تبعا لتلك الوضعيات وذلك انطلاقا من ايجاد الهاملتوني و اللاغرنجي ثم معادلات الحركة و مقارنة القيم الطاقية وفق الطريقة التقليدية في الاحداثيات المركبة بتلك المستنتجة بطريقة كمية و تبيان مدى تأثير الحقل المغناطيسي الخارجي المنتظم (A) من ناحية الاتجاه و الشدة وفق الاتجاه على حركة السبين و انعكاس ذلك التأثير على طاقة انتشار الأمواج السبينية.

تنطلق الدراسة النظرية لهذه الظاهرة اللاخطية القائمة أساسا على فرضيات اللاخطية الضعيفة حيث أن طاقة التأثير المتبادل للمغنونات صغيرة بالمقارنة مع طاقة المغنون الحر، من نموذج هايزنبرغ الذي يعطى بالشكل:

$$H = 2J\sum_{j=1}^{N} \hat{\vec{S}}_j \hat{\vec{S}}_{j+1}$$

حيث: J – التكامل المتبادل (تكامل بيريكليت): طاقة التأثير المتبادل بين عقد الشبكة البلورية.

$\hat{\vec{S}}_j \hat{\vec{S}}_{j+1}$ – مؤثرات السبين في العقدة (j) والعقدة التي تليها (j+1).

نقوم بتبديل مؤثرات السبين بـ S [3] و يكون بذلك في الوضعية الأرضية حيث $\hat{\vec{S}}_j \hat{\vec{S}}_{j+1} = S^2$ و طاقتها تعطى بالعلاقة $E_0 = 2NJS^2$.

ولوجود إمكانية تشكل حالات عكسية في المغانط، يكون فيها طاقة التأثير المتبادل للمغنونات تساوي طاقة المغنون الحر، فإن دراسة الظواهر التي تقوم على أساس توقعات اللاخطية الضعيفة تصبح غير ملائمة وتظهر ضرورة لوضع مفاهيم وطرق جديدة لوصف الظواهر اللاخطية القوية في الأنظمة المغناطيسية.

النتائج والمناقشة:

الدراسة التحليلية للنتائج ومناقشتها:

تعتبرالخطوة الأولى والأساسية لدراسة الأمواج السبينية (المغنونات: كمات الأمواج السبينية) وتحديد السويات الطاقية المتكونة في المواد حديدية المغنطة في الاحداثيات المركبة والناتجة عن دوران المحاور الاحداثية بزاوية صغيرة [2 , 4]، هي ايجاد القيم الوسطى لمؤثرات السبين في الاحداثيات المختارة وذلك بعد ايجاد التابع الموجي المناسب انطلاقا من مؤثر فاغنر الدوراني ويتم ذلك بالشكل التالي:

بما أن مؤثر الدوران الواحدي (مؤثر فاغنر الدوراني)بزاوية صغيرة (φ) حول محور ما يعطى بالعلاقة:

$$d^{\frac{1}{2}}_{m\acute{m}}(\varphi) = \exp\left(i\varphi\vec{n}\frac{\hat{\sigma}}{2}\right) \qquad (1)$$
$$= cos\frac{\varphi}{2} + i\vec{n}\hat{\sigma}sin\frac{\varphi}{2}$$

حيث: $\hat{\sigma}$ مصفوفات باولي

$\vec{n}$ متجه الواحدة على المحور المختار.

فإذا كان الدوران حول المحور (oz)بزاوية صغيرة(α) فان مؤثرفاعغنرالدوراني يأخذ الشكل التالي:

(2)

$$d^{\frac{1}{2}}_{mm'}(\alpha)=\begin{pmatrix} e^{i\alpha/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\alpha/2}\end{pmatrix};\ \text{m=m`}=1/2\ \ ,-1/2$$

حيث : $\hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1\end{pmatrix}$ مصفوفة باولي

وبالتالي فان مؤثر مؤثر فاغنر الدوراني حول المحور (oy) بزاوية صغيرة "g" يأخذ الشكل التالي:

$$d^{\frac{1}{2}}_{m\acute{m}}(g) = \begin{pmatrix} \cos g & \sin g \\ -\sin g & \cos g\end{pmatrix};m = m` = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \qquad (3)$$

ويأخذ مؤثر الدوران (الذي يؤمن دوران كل عقدة من عقد الشبكة البلورية على حدة) بالشكل العام حول المحاور الإحداثية الشكل التالي:

$$\hat{\psi}(\alpha, g, \varphi) = d^{\frac{1}{2}}{}_{m\acute{m}}(\alpha) d^{\frac{1}{2}}_{m\acute{m}}(g)\ d^{\frac{1}{2}}_{m\acute{m}}(\varphi) \qquad (4)$$

حيث : $d^{\frac{1}{2}}_{m\acute{m}}(g, \alpha, \varphi)$ مؤثر فاغنرالواحدي في المجموعة *SU(2s+1)*

بتبديل (*2*) و(*3*) في (*4*) نحصل على مؤثر الدوران بالشكل العام:

$$\hat{\psi}(\alpha, g, \varphi) = \begin{pmatrix} \cos g\ e^{i(\alpha+\varphi)/2} & \sin g\ e^{i(\alpha+\varphi)/2} \\ -\sin g\ e^{i(\alpha-\varphi)/2} & \cos g\ e^{-i(\alpha+\varphi)/2}\end{pmatrix} \qquad (5)$$

والذي ينتج عنه التابع الموجي إذا أثرت عليه الوضعية الأرضية (الذي يمتلك فيها النظام المدروس طاقة صغرى $|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1\end{pmatrix}$) :

$$|\psi(\alpha, g, \varphi)\rangle = \hat{\psi}(\alpha, g, \varphi)|0\rangle$$
$$= \cos g\ \ e^{-i(\alpha+\varphi)/2}|0\rangle + \sin g\ e^{i(\alpha-\varphi)/2}|1\rangle$$
$$= C_0|0\rangle + C_1|1\rangle \qquad (6)$$

حيث:

$$|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

يمثل (6) التابع الموجي في الاحداثيات المركبة للنظام الفيزيائي المدروس وهو يحقق مايلي:

1- عدد الوضعيات الاحتمالية (4S=2 أو 2S+1=2 حيث S=1/2) و هي الوضعية الاساسية $C_0|0\rangle$ و المثارة $C_1|1\rangle$.

2- شرط التوحيد $\langle\psi|\psi\rangle = 1$:

$$\begin{aligned}\langle\psi|\psi\rangle &= (C_0|0\rangle + C_1|1\rangle)(\bar{C_0}\langle 0| + \bar{C_1}\langle 1|) \\ &= |C_0|^2 + |C_1|^2 \\ &= cos^2 g + sin^2 g = 1\end{aligned}$$

3- مصونيه مؤثر (كازيمير) [1] الذي يعطى بالشكل:

$$\langle\widehat{C^2}\rangle = \frac{1}{2}\left(\langle\widehat{S^+}\widehat{S^-}\rangle + \langle\widehat{S^-}\widehat{S^+}\rangle\right) + \langle\widehat{S^z}\widehat{S^z}\rangle = S(S+1) = \frac{3}{4}$$

للتحقق من ذلك نستعرض كيفية الحصول على القيم الوسطى لعزوم ثنائيات الأقطاب المتشكلة:

بما أن مؤثرات السبين من أجل S=1/2 تعطى بالشكل التالي:

$$\widehat{S^+} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \widehat{S^-} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \widehat{S_z} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

فإن:

$$\langle\psi|\widehat{S^+}|\psi\rangle = \langle\widehat{S^+}\rangle = \frac{1}{2} sin2g\ e^{-i\alpha}$$
$$\langle\widehat{S^-}\rangle = \overline{\langle\widehat{S^+}\rangle} = \frac{1}{2} sin2g\ e^{i\alpha}$$
$$\langle\widehat{S_z}\rangle = -\frac{1}{2} cos2g$$

$$\begin{aligned}&\langle\widehat{S^+}\widehat{S^-}\rangle = sin^2 2g \\ &\langle\widehat{S^-}\widehat{S^+}\rangle = cos^2 2g \\ &\langle\widehat{S_z}\widehat{S_z}\rangle = \frac{1}{4}\end{aligned} \qquad (7)$$

وبالتالي:

$$\langle\widehat{C^2}\rangle = \frac{1}{2}(cos^2 2g + sin^2 2g) + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

4- مصونيه مربع السبين والذي يعبر عنه بالشكل:

$$\begin{aligned}\langle\widehat{S^2}\rangle &= \frac{1}{2}\left(\langle\widehat{S^+}\rangle\langle\widehat{S^-}\rangle + \langle\widehat{S^-}\rangle\langle\widehat{S^+}\rangle\right) + \langle S_z\rangle\langle S_z\rangle = S^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}sin^2 2g\right) + \frac{1}{4}cos^2 2g = \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = S^2\end{aligned}$$

ان مصونية مربع السبن تؤكد ان عزوم رباعيات الأقطاب المتشكلة اما ضعيفة جدا أو معدومة وبالتالي لا تتأثر العزوم المغناطيسية الذاتية للنظام الفيزيائي المدروس على حساب تشكلها [5] إذ أنه في حالة كون العزوم المغناطيسية

كبيرة فانه يمكن أن تتشكل بالإضافة لثنائيات الأقطاب رباعيات وحتى ثمانيات أقطاب وتكون عزومها مؤثرة بشكل واضح وقد تساهم في اختزال مربع السبين أي أن قانون المصونيه يصبح غير محقق ، و يؤثر بالتالي على قيم سويات الطاقة.

وبما أن قانون المصونيه (مؤثر كازيمير) وشرط التنظيم وعدد الوضعيات الاحتمالية للعزوم المغناطيسية الذاتية (كما تؤكد تجارب شتيرن –جيرلاخ [6 , 2 , 1]) محققة فان التابع الموجي المختار صحيحا ويمكن الاعتماد عليه لتحديد طيف الطاقة المرتبطة بالوضعيات الاحتمالية التي يلحظها التابع الموجي.

سويات طاقة المغنونات:

للحصول على علاقات التشتت وسويات الطاقية الخاصة للمغنونات (كم الأمواج السبينية) ننطلق من نموذج هايزنبرغ ذو أنيزوتروبية أحادية الأيون مع وجود حقل مغناطيسي خارجي [8 , 7 , 1] يؤثر على البلورة باتجاه المحور (OZ) ويعطى بالشكل التالي:

$$\hat{H} = 2J\sum_{J}\hat{\vec{S}}_j\hat{\vec{S}}_{j+1} + \delta\hat{S}_j^z\hat{S}_j^z + A\hat{S}_j^z \qquad (8)$$

حيث:

A: شدة الحقل المغناطيسي الخارجي و يعطى بالعلاقة: $A = \frac{MgH}{J}$

حيث:

$M = \frac{2\mu S}{a_0^2}$: الاشباع المغناطيسي

g : عامل لا ندي

$\mu = \frac{e\hbar}{2m}$: مغناطون بور

a_0 : ثابتة الشبكة البلورية

δ: ثابتة الأنيزوتروبية

بنشر مؤثرات السبين في (*8*) حول وضع التوازن بالنسبة لثابتة الشبكة البلورية a_0 مما يحقق الاقتراب من الحالة الكلاسيكية [2] ثم الانتقال من المجموع الى التكامل $(\sum_j \to \int\frac{dx}{a_0})$ أي :

$$\hat{\vec{S}}_{j+1} = \hat{\vec{S}}_j + a_0\hat{\vec{S}}_{jx} + \frac{a_0^2}{2}\hat{\vec{S}}_{jxx}$$

يمكن حساب قيمها الوسطى مع الأخذ بعين الاعتبار أن القيمة الوسطى للجداء يساوي جداء القيم الوسطية لها أي:

$$\langle\psi_j|S_jS_{j+1}|\varphi_{j+1}\rangle = \langle\psi_j|\vec{S}_j|\varphi_{j+1}\rangle + \langle\psi_j|\vec{S}_{j+1}|\varphi_{j+1}\rangle$$

وذلك لأن مؤثرات السبين تبادلية فيما بينها في العقد المجاورة ولأن تابع الموضع (4) هو جداء مباشر لتوابع الموضع في كل عقدة من عقد الشبكة البلورية على حدة [4] أي:

$$|\psi\rangle = \prod_{j=1}^{N}|\psi_j\rangle$$

نحصل على الهاملتوني بالشكل التالي:

$$\hat{H} = 2J\int\Big\{\langle\hat{S}^+\rangle\langle\hat{S}^-\rangle + \delta\langle\hat{S}_z\rangle^2 + \langle\hat{S}_z\rangle^2 - \frac{a_0^2}{2}\Big[\langle\hat{S}^+\rangle_x\langle\hat{S}^-\rangle_x - (1+\delta)\big(\langle\hat{S}_z\rangle_x\big)^2 - \frac{A}{2}\langle\hat{S}_z^z\rangle\Big]\Big\}dx \qquad (9)$$

بتبديل مؤثرات السبين (*7*) ومشتقاتها في (*9*) نحصل على:

$$\widehat{H} = 2J\int\left[\frac{1}{4} - \frac{a_0^2}{4}(cos^2 2g\ g_x^2 + sin^2 2g\ \alpha_x^2) + \frac{a_0^2}{4}(1+\delta)sin^2 2g.\ g_x^2 - \frac{A}{2}cos2g + \frac{\delta}{4}cos^2 2g\right]dx \qquad (10)$$

+

المعادلات الديناميكية:

للحصول على معادلات الحركة لابد من ايجاد اللاغرنجي L وذلك بالشكل التالي:

$$L = i\hbar\left\langle\psi\left|\frac{\partial}{\partial t}\right|\psi\right\rangle - H(\alpha.g) \qquad (11)$$

حيث :

$$\widehat{H} = \int H(\alpha.g)dx$$

بتبديل كلا من (6) و (10) في (*11*) نحصل على:

$$L = \hbar\left(\frac{\dot{\varphi}}{2} + \frac{\dot{\alpha}}{2}cos2g\right) - H(\alpha.g) \qquad (12)$$

وبالتالي فاننا نحصل على معادلات الحركة بالشكل التالي:

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial L}{\partial q_x} = 0 \qquad (13)$$

حيث :$q = q(\alpha, \varphi, g)$ هي الاحداثيات المعممة.

بوضع (12) في (13) نحصل على معادلات الحركة بالشكل الواضح التالي:

$$\hbar\dot{g} = Ja_0^2(\alpha_{xx}sin2g + 2\alpha_x g_x cos2g)$$

$$(14)$$

$$\hbar\dot{\alpha}sin2g = 2J\left\{\left[a_0^2(\alpha_0^2 cos2gsin2g - g_x^2 cos2gsin2g) - a_0^2 g_x^2 sin2gcos2g.(1+\delta) - Asin2g + \frac{\delta}{2}cos2gsign2\right] + \left[\frac{a_0^2}{2}(g_{xx}cos^2 2g - 2g_x^2 cos2gsin2g) - \frac{a_0^2}{2}(g_{xx}sin^2 2g + 2sin2gcos2g\ g_x^2)(1+\delta)\right]\right\}$$

تكون العلاقة (14) خطية و متجانسة عندما يكون $2g = \frac{\pi}{2}$ و بالتالي نحصل على:

$$\hbar\dot{g} = Ja_0^2\alpha_{xx}$$

$$(15)$$

$$\hbar\dot{\alpha} = -2J\left[A + \frac{a_0^2}{2}g_{xx}(1+\delta)\right]$$

إن حل هذه المعادلات يكون على شكل أمواج مستوية حيث:

$$g = g_0 e^{i(kx-\omega t)} \qquad ; \qquad \alpha = \alpha_0 e^{i(kx-\omega t)}$$

وبالتالي فإن العلاقة (15) تأخذ الشكل التالي:

$$\hbar g_0(-i\omega)e^{i(kx-\omega t)} = Ja_0^2(ik)^2\alpha_0 e^{i(kx-\omega t)} \qquad (16)$$

$$\hbar\alpha_0(-i\omega)e^{i(kx-\omega t)} = -2J\left[A + \frac{a_0^2}{2}(i-k)^2(1+\delta)g_0 e^{i(kx-\omega t)}\right]$$

مناقشة العلاقة (16):

من أجل جعل العلاقة (16) خطية ومتجانسة: 1) يجب أن يكون A=0 و هذا يؤشر الى أن تأثير حقل مغناطيسي خارجي باتجاه المحور (OZ) أو بعكس الاتجاه يؤدي الى جعل حركة العزوم المغناطيسية الزاتية حركة عشوائية.

2) عند ازاحة أحد العزوم المغناطيسية (في العقدة J مثلا) و المتجه و فق المحور (OZ) عن وضع توازنه وتركه حراً ثم تطبيق حقلا مغناطيسيا خارجيا شدته A بنفس اتجاه أو بعكس اتجاه العزوم في الحالة الأرضية فإن تأثير حركته على العقد المجاورة (J+1 و J−1) يصبح غير منتظم مما يؤدي الى تداخل الأمواج السبينية المتشكلة بشكل عشوائي فيما بينها، و بالنتيجة فإن تأثير حقل مغناطيسي خارجي (مهما كان ضعيفا) على البلورة وبنفس اتجاه العزوم المغناطيسية يؤدي الى تغيير مؤثر على تجانسية طاقة التداخل (طاقة التأثير المتبادل) بين عقد الشبكة البلورية و نلاحظ أن التغير الوحيد الذي يطرأ على المسألة إذا أثر الحقل المغناطيسي الخارجي بعكس اتجاه العزوم المغناطيسية هو تغيير الاشارة فقط في الحد($A\hat{S}_z$)في (8) حيث يصبح($-A\hat{S}_z$).

من أجل حل جملة المعادلات (15) يجب أن تكون خطية و متجانسة و يتحقق ذلك عندما يكون $2g = \frac{\pi}{2}$ و $A = 0$

$$-i\omega\hbar g_0 = Ja_0^2\alpha_0(ik)^2 \qquad (17)$$

$$-i\omega\hbar\alpha_0 = -2J\left[\frac{a_0^2}{2}(ik)^2(1+\delta)g_0\right]$$

بما أن (17) خطية ومتجانسة فإن الحلول السليتونية تتحقق عندما يكون محدد الأمثال معدوما:

$$\begin{vmatrix} -i\omega\hbar & -Ja_0^2(ik)^2 \\ Ja_0^2(ik)^2(1+\delta) & -i\omega\hbar \end{vmatrix} = 0$$

وبالتالي:

$$\hbar^2\omega^2 = J^2a_0^4k^4(1+\delta)$$

و بما أن طاقة انتشار الأمواج السبينية $E = \hbar\omega$ فإن:

$$E = Ja_0^2k^2\sqrt{1+\delta} \qquad (18)$$

مناقشة العلاقة (18):

1) عندما $0 < \delta \le 1$ فإن الطاقة تتناسب طردا مع عامل الأنيزوتروبية احادية الايون في الاتجاه (oz) و هذا يدل الى أن مساهمة طاقة التداخل في العقدة $\dot{J}$ في الاتجاه المعتبر يؤدي الى تغير طاقة انتشار الأمواج السبينية في الفيرومغانط ذات سبين S=1/2.

2) $\delta = 0$ فإن $E = Ja_0^2k^2$ و هي نفس العلاقة المستنتجة بطريقة كمية[3]أي أن طاقة المغنونات تسعى الى الصفر عندما تقترب أشعتها الموجية من مناطق بريلون الطاقية، وهذا ناتج عن أن الأمواج السبينية في المغانط الحديدية النقية تكون من نوع واحد فقط.

3) لايمكننا هنا مناقشة الحالة التي يكون فيها $\delta < 0$ لأنها تصح فقط عندما يكون النظام المغناطيسي المدروس هو مواد ذات مغناطيسية عكسية وهنا تختلف المسألة جذريا لأن التابع الموجي (6) لا يلحظ الوضعيات المتعاكسة للعزوم.

4) إن أكبر قيمة لطاقة انتشار الأمواج السبينية (عندما K=cte) تتحقق عندما $\delta = 1$ لأن $\delta \in [-1,1]$.

إيجاد معادلة شرودنغر:

إن انتشار الأمواج السبينية (المغنونات التي تمتلك صفات موجية) تنتقل كحزمة موجية بسرعة معممة $V_\Gamma = \frac{1}{\hbar} grad(E_k)$ تعطى بالعلاقة:

$$V_\Gamma = \frac{2Ja_0^2}{\hbar} k\sqrt{(1+\delta)} \qquad (19)$$

بمعنى آخر، يتصرف السبين المضطرب وكأنه جسم أولي (مغنون)، يتحرك داخل البلورة وتكون طاقته الحركية :

$$E = \frac{1}{2} m_{eff} V_\Gamma^2 \qquad (20)$$

m_{eff} – الكتلة الفعالة للمغنون.

وبالاعتماد على (18) و (19) يكون:

$$m_{eff} = \frac{\hbar^2}{2Ja_0^2}\left(\frac{\sqrt{(1+\delta)}}{(1+\delta)}\right)$$

وبالتالي فإن الدفع: $m_{eff} V_\Gamma = \hbar k$.

بالعودة الى جملة المعادلات الديناميكية (14) التي تصف اضطراب العزوم المغناطيسية حول الوضعية الارضية وتكون عندها طاقة النظام المدروس صغرى E_{min} فإنه وبوضع بعض الشروط الحدية نتمكن من الحصول على معادلة شرودنغر الخطية ويتم ذلك بالشكل التالي:

بما أن حركة العزوم المغناطيسية حول الوضعية الاساسية هي حركة دورانية فإن $g_0 = i\alpha_0$ (من حلول جملة المعادلات (*15*)) ينتج أن:

$$g = i\alpha \qquad (a)$$

وبما أنه يمكن التعبير عن ثابتة الشبكة البلورية بدلالة الكتلة الفعالة [9,10] فإن:

$$Ja_0^2 = \frac{\hbar^2}{2m_{eff}} \qquad (b)$$

بوضع (a) و (b) في المعادلة الأولى من (*14*) نحصل على ما يلي:

$$i\hbar\frac{\partial\alpha}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m_{eff}}\Delta\alpha sin2g + \frac{\hbar^2}{m_{eff}}\alpha_x g_x cos2g \qquad (c)$$

وهي معادلة شرودنغر اللاخطية.

لجعل (c) خطية يجب أن يكون $g = \frac{\pi}{4}$ (وهو خيار ممكن [4] لأن امكانية دوران نظام الاحداثيات الجديد حول المحور (`oy)هي $0 \le g \le \pi$ فقط وبذلك فإن (*c*) تصبح على الشكل :

$$i\hbar\frac{\partial\alpha}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m_{eff}}\Delta\alpha$$

وهي معادلة شرودنغر الخطية التي تصف حركة جسيم حر [2] والتي تقبل حل على شكل أمواج مستوية.

دراسة تأثير الحقل المغناطيسي على طاقة النظام:

1-تأثير الحقل المغناطيسي باتجاه المحور (ox):

إذا أثر الحقل المغناطيسي باتجاه المحور ((ox)) أي يشكل عمودي على العزوم المغناطيسية فإن نموذج هايزنبرغ الانيزوتروبي [11,12] يأخذ الشكل التالي:

$$\hat{H} = 2J\sum_j \hat{\vec{S}}_j\hat{\vec{S}}_{j+1} + \delta\hat{S}_j^z\hat{S}_j^z + A\hat{S}_j^x$$

وباتباع نفس الخطوات السابقة فإن الهاميلتوني يأخذ الشكل التالي:

$$\langle\widehat{H}\rangle = -2J\int\left\{\langle S^+\rangle\langle S^-\rangle + \langle S^z\rangle^2 - \frac{a_0^2}{2}[\langle S^+\rangle_x\langle S^-\rangle_x - \langle S^z\rangle_x^2] - \frac{A}{2}(\langle S^+\rangle + \langle S^-\rangle)\right\}dx$$

$$\langle\widehat{H}\rangle = -2J\int\left\{\frac{1}{4} - \frac{a_0^2}{4}(cos^2 2gg_x^2 + sin^2 2g\alpha_x^1) + \frac{a_0^2}{4}sin^2 2gg_x^2 + \frac{A}{2}(sin2gcos\alpha)\right\}dx$$

على هذا وباتباع نفس الخطوات (10) و (11) و (12) و (13) و (14)

فإن معادلات الحركة (15) تأخذ الشكل التالي:

$$\hbar\dot{g} = J\left(a_0^2\alpha_{xx} - \frac{A}{2}sin\alpha\right)$$

$$\hbar\dot{\alpha} = -2J\left[\left(\frac{a_0^2}{2}g_{xx}\right)(1+\delta)\right] \qquad (21)$$

لجعل (21) خطية ومتجانسة يجب أن يكون A=0.

وباتباع نفس الخطوات (15) و(16) و(17) نحصل على القيم الطاقية (18) أي:

$$E = Ja_0^2k^2\sqrt{1+\delta} \qquad (22)$$

أما إذا أثر الحقل المغناطيسي الخارجي بعكس المحور (ox) فإن اشارة الحد الأخير من المعادلة الأولى في جملة المعادلات (21) يصبح $\left(+\frac{A}{2}sin\alpha\right)$ وهذا لايغير من شروط تجانس و خطية هذه المعادلات.

من هنا نلاحظ أيضا أن تأثير الحقل المغناطيسي الخارجي المنتظم على البلورة (المواد حديدية المغنطة ذات سبين S=1/2) سواء كان باتجاه (ox) او عكسه (ox−) فإن هذا يؤثر بشكل كبير على الأمواج السبينية المتشكلة ويؤدي الى تداخلها بشكل عشوائي.

2-تأثير الحقل المغناطيسي باتجاه المحور (oy):

في هذه الحالة فإن نموذج هايزنبرغ الانيزوتروبي $\delta = 0$ يأخذ الشكل التالي إذا أثر الحقل المغناطيسي الخارجي (A) باتجاه (oy):

$$\hat{H} = 2J\sum_j \hat{\vec{S}}_j\hat{\vec{S}}_{j+1} + A\hat{S}_j^y \qquad (23)$$

أما إذا أثر الحقل المغناطيسي الخارجي بعكس اتجاه (oy) فإن (23) يأخذ الشكل التالي:

$$\hat{H} = 2J\sum_{j}\hat{\vec{S}}_j\hat{\vec{S}}_{j+1} - A\hat{S}_j^y \qquad (24)$$

باتباع نفس الخطوات من (9) الى (13) نحصل على معادلات الحركة بالشكل الواضح التالي :

$$\hbar\dot{g} = J(a_0^2\alpha_{xx} - Acos\alpha)$$
$$(25)$$
$$\hbar\dot{\alpha} = -Ja_0^2g_{xx}$$

أما بالنسبة لنموذج هايزنبرغ (24) فإن معادلات الحركة تأخذ نفس العلاقة (25) بعد تغيير اشارة الحد الأخير في المعادلة الأولى ليصبح موجبا.

وبإجراء مقارنة بسيطة مع (21) فإننا نحصل على نفس النتيجة أي إذا أثر حقل مغناطيسي خارجي منتظم (A) سواء باتجاه أو عكس اتجاه المحور (oy) فإنه يؤدي أيضا الى تداخل الأمواج السبينية فيما بينها بشكل عشوائي[11] .

الاستنتاجات والتوصيات:

الاستنتاجات:

1- إن الدراسة النظرية الكلاسيكية للأمواج السبينية المتشكلة في المغانط الحديدية S=1/2 والناتجة عن ازاحة أو تغييراتجاه أحد العزوم المغناطيسية المرتبة بشكل متواز وفي اتجاه واحد في الاحداثيات المركبة ، تمكننا من معرفة السويات الطاقية بطرق تقليدية وذلك بأنشاء التابع الموجي المناسب.

2- ايجاد معادلات الحركة وبالتالي السويات الطاقية بالاعتماد على الهاملتوني واللاغرانجي.

3- يمكن اسقاط تلك الطريقة لدراسة طاقة الوضع للجسيمات الحرة (الالكترون مثلا) في الجسم الصلب وذلك من خلال الحصول على معادلة شرودنغر.

4- أن تأثير الحقل المغناطيسي الخارجي (A) المنتظم على البلورة مهما كان ضعيفا وفي أي اتجاه يؤدي الى تداخل الأمواج السبينية فيما بينها بشكل عشوائي وهذا التداخل ناتج عن أن حركة السبين حول موضع توازنه (بتأثير حقل مغناطيسي خارجي) في أي عقدة من عقد الشبكة البلورية لا تبقى حركة دورانية بطيئة وإنما تصبح حركة اهتزازية عشوائية.

التوصيات:

يمكن متابعة هذه الدراسة عندما تكون شدة العزوم المغناطيسية كبيرة بينما الاضطرابات السبينية تكون صغيرة وبالتالي فإن شدة الحقل المغناطيسي الخارجي يمكن أن يؤثر بشكل بناء (غيرهدام)على الأمواج السبينية المتشكلة ويمكن من ناحية أخرى دراسة الحالة التي تكون فيها الحداثيات المركبة متعلقة بالزمن و بالتالي الحصول على معادلات الحركة المتعلقة بالزمان و التي تمكننا من معرفة الموضع بتابعيه الزمن اذ تمكننا من توقع حدث كمي في لحظة ما وتطور ذلك الحدث في لحظات تالية وهي حالة مثيرة للاهتمام.

References:

1- DAVIDOV A .C.*- SOLID STATE THEORY*, Nauka Moscow 1976 *p*:[*90-115*]

2- LANDU L.G.–LEAFSHETS E.M.*-NON RELATIVITY THEORY ON QUANTOM MECHANICS, Tom 3, Moscow,* 1989 p :[42-267]

3- Kittel Ch .*– Introduction to Solid State Physics,* seventh edition, printed USA, John Wiley & Sons, INC.1996 p:[440-486]

4- DAVIDOV A .C.- Quantum mechanics, Nauka Moscow, 1972, P [192 – 198].

5- Ziead Rostom, *Spin Waves in Ferromagnetics with Spin S=1/2 in the real coordinates*, Tishreen University Journal of Science, folder 33 issue no. 1, 2011.

6- FEYNMAN P.- LEIGHTON P.-SAND M .*– THE FEYNMAN LECTURES ON PHYSICS,* Meir Moscow 1978, P [83 – 179], P [270 – 344].

7- Nguyen T.M.- Cottan M.G. *Spin wave Excitation in Ferromagnetic nonotubes, Department of Physics and Astronomy University of Western Ont., London, Ontario, Canada, 2006. N6A 3K7*

8- Milton. –Pereira.–CostaFilhoR.N.–CottamM.G.–*Dipole exchange spin waves in heterostructures with a non-magnetic spacer, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, e272 – e276, 2022.*

9- MyronovaS.F.–ZubovE.E.,*Effective field an spin-wave excitation in a narrow-band Hubbard magnet, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Ukraine, 2021. e274 – e727*

-Pushkarov K.K.-Prematarov M.- Prematarov M.-*SOLITONY CLUSTER* 10 *ANTIMONIK OF SPIN DVIATION AND LATTICE DEFORMATION IN FERROMAGNETIC CHAIN. M.NAUKA .2020*

11- Ziead Roustom.Amir Tfiha ,*STUDYING SMALL OSCILATIONS OF SPIN VECTOR OF THE FERROMAGNETIC WITH SPIN S=1.*Tishreen University Journal for Research and science. FOLDER 36,2014.

12-Ziead Roustom,INVESTIGATION *OF MUTUAL ANISOTROPIC HEISENBERG CHAINS WHICH HAVE EASY AXE IN FERROMAGNETIC WITH SPIN S=1 BY EXITENCE OF MAGNETIC FIELD.*Tishreen University Journal
For Research and science.FOLDER 42,2021.