مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية – سلسلة العلوم الأساسية المجلد (37) العدد (1) 2015
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (37) No. (1) 2015

حساب طاقة السويات الدورانية للنواة ^{16}O في إطار الأنموذج العنقودي المزدوج

الدكتور أمير تفيحة*

(تاريخ الإيداع 25 / 9 / 2014. قُبِل للنشر في 5 / 2 /2015)

□ ملخّص □

تم عرض النموذج العنقودي للنواة وطريقة الحساب باستخدام النموذج العنقودي المزدوج ، ومن ثم حسبت السويات الطاقية الدورانية للنواة ^{16}O باستخدام النموذج $^{12}C + \alpha$. وبينت الحسابات أن هذا النموذج يستطيع ايجاد الطيف الدوراني للنواة ^{16}O .

الكلمات المفتاحية: عنقود–دوراني–بنية– نووية.

* مدرس– قسم الفيزياء– كلية العلوم– جامعة تشرين– اللاذقية– سورية.

مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية – سلسلة العلوم الأساسية المجلد (37) العدد (1) 2015
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (37) No. (1) 2015

Calculations of Rotational States of ^{16}O Nucleus in The Framework of Coupled-Cluster Model

Dr. Amir Tfiha*

(Received 25 / 9 / 2014. Accepted 5 / 2 /2015)

□ ABSTRACT □

The cluster model and the method of calculation by coupled-cluster model were reviewed**.** Subsequently, rotation states of ^{16}Onucleuswere calculated using$^{12}C + \alpha$ model. The energy spectra were also calculated. The results showed that this model could produce the rotational spectra of ^{16}Onucleus.

Keywords: cluster, rotational ,structure, nuclear.

*Assistant Professor, Department of Physics, Faculty of science, Tishreen University, Lattakia, Syria.

مقدمة:

إحدى المسائل الهامة في الفيزياء النووية هي معرفة كيف تظهر الخواص النووية من تفاعل نيوكليون– نيوكليون. تبدي الأنوية إضافة إلى الحركة الاهتزازية والدورانية سلوكاً عنقودياً و يعد تفكك نواة ^{8}Be إلى جسيمي α أحد الأمثلة على هذا السلوك ويفسر بأن النيوكليونات تفضل تشكيل عناقيد من جسيمات α في الأنوية.

تعد طريقة العنقود المزدوج coupled cluster method (CCM) إحدى طرائق حل مسألة الجسيمات المتعددة، وقد تم استخدامها لدراسة الأنوية الذرية مزدوجة السحرية من قبل كوستر وزملاؤه[1] وتم حساب السوية الطاقية الأساسية للأنوية ذات الطبقة المغلقة، وبعدها تم إضافة تعديلات عليها لحساب السويات المثارة لهذه الأنوية[2]. توصف النواة في طريقة العنقود المزدوج كجملة متفاعلة من عنقودين من النوكليونات، يمكن عد الجسيم ألفا أو ^{3}He أو البروتون أو النيوترون كعناقيد [3] .تدرس البنية الداخلية للعنقود بشكل تقريبي مثل استخدام النموذج الطبقي. يكون التابع الموجي الممثل للنواة هو جداء غير متناظر من التوابع الموجبة للعناقيد وللحركة النسبية. أحد مميزات هذه الطريقة هي أنها مجهرية تماماً ويتم فيها معالجة حركة مركز الكتلة تماماً.

أهمية البحث وأهدافه :

يهدف هذا البحث إلى دراسة نواة ^{16}O في حالة وجود لب لا منتهي الكمون وتكمن أهميته في أنه سيحاول حل التعقيدات الناجمة عن التفاعلات نيوكليون– نيوكليون في هذه النواة.

طرائق البحث ومواده:

يطبق في هذا البحث طريقة العنقود المزدوج لحساب السويات الطاقية للنواة ^{16}O باستخدام كمون غوصي ، وذلك بافتراض أن النواة المدروسة مؤلفة من جزأين جسيمة ألفا و نواة الكربون 12. ومن ثم حل المعادلات الناشئة عن هذا النموذج.

تشكيل العنقود المزدوج:

يحلل التابع الموجي للنواة (في طريقة العنقود المزدوج) إلى جذور من العناقيد المثارة والتي تحتوي عدداً معيناً من الجسيمات، تمثل سعات الإثارات لهذه العناقيد قياساً لارتباط n جسيم. ويتم تحويل معادلة شرودنغز إلى جملة من معادلتين تفاضليتين لاخطيتين للسعات المجهولة.

1–الشكل الأسي للتابع الموجي :

تتألف النواة التي نريد دراستها من 16 فيرميونا، ولنفرض أنه يمكننا التعبير عن التابع الموجي للسوية الأساسية بالتابع $|\psi\rangle$.

أحد عناصر التابع $|\psi\rangle$ هو معينة سلاتر للسويات المختلفة[4]:

$$|\Phi\rangle = a^{+}_{\nu_N} \dots a^{+}_{\nu_1} |0\rangle \qquad (1)$$

حيث يشير $|0\rangle$ للفراغ و $a_{v_N}^{+}$ مؤثر التشكل للفرميونات يفترض أن معين سلاتر يمكنه تمثيل السوية الأخفض بفرض أن v, μ, λ تشير إلى السويات المحتلة في $|\Phi\rangle$، وتشير σ, ϱ, τ إلى السويات غير المحتلة و α ، β لكليهما.

يمثل التفاعل المتبادل لجسيمين بالمؤثر S_2 الذي يمكنه رفعهما خارج سوية فرمي [4,5]

$$S_2 = \frac{1}{(2!)^2} \sum_{\rho_1 \rho_2 \nu_1 \nu_2} \langle \rho_1 \rho_2 | S_2 | \nu_1 \nu_2 \rangle_A \; a_{\rho_1}^{+} a_{\rho_2}^{+} a_{\nu_2} a_{\nu_1} \tag{2}$$

A تعني غير متناظر للتبديل v_1 بـ v_2

فإذا أثرنا بالمؤثر S_2 على التابع $|\Phi\rangle$ أي $S_2|\Phi\rangle$ فهذا يعني أن زوجاً من الجسيمات سيكون فوق سوية فرمي بينما بقية الجسيمات ستكون تحتها ويفرض أن m زوج من الجسيمات يقوم بهذا فستكون السعة لهذه العملية:

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} {S_2}^m |\Phi\rangle \equiv \mathrm{e}^{S_2} |\Phi\rangle \tag{3}$$

ويمكننا الافتراض أن ثلاثة جسيمات قد أثيرت معاً . نعبر عن هذه العلاقة بالشكل[5,4]

$$= \frac{1}{(3!)^2} \sum_{\rho_1 \rho_2 \rho_3 \nu_1 \nu_2 \nu_3} \langle \rho_1 \rho_2 \rho_3 | S_3 | \nu_1 \nu_2 \nu_3 \rangle_A \; a_{\rho_1}^{+} a_{\rho_2}^{+} a_{\rho_3}^{+} a_{\nu_3} a_{\nu_2} a_{\nu_1} \tag{4}$$

وهذه الإثارة تؤدي إلى مساهمة في السعة و يعبر عنها من أجل P ثلاثية[5,4]:

$$\frac{1}{p!} S_3^p |\Phi\rangle = \mathrm{e}^{S_3} |\Phi\rangle \tag{5}$$

وإذا كان هناك m زوج و ρ ثلاثية وكل منهما مستقل عن الآخر، فيمكننا التعبير عن هذه الحالة بالعلاقة:

$$\frac{1}{p!m!} {S_3}^p {S_2}^m |\Phi\rangle \tag{6}$$

وحيث أن المؤثرين S_3، S_2 مستقلان فهما تبادليان فيمكن كتابة العلاقة(6) بالشكل:

$$\mathrm{e}^{S_2 + S_3} |\Phi\rangle \tag{7}$$

ويمكن المتابعة بهذا الشكل من أجل عنقود من أربع جسيمات أو خمس جسيمات.

يوصف احتمال إثارة نيوكليون واحد خارج سوية فرمي بالمؤثر S_1 الذي يؤثر على التابع $|\Phi\rangle$ لإنتاج زوج نيوكليون– ثقب:

$$S_1 = \langle \varrho_1 | S_1 | v_1 \rangle \tag{8}$$

وهكذا أصبح بإمكاننا التعبير عن التابع الموجي باستخدام المؤثر S:

$$S = \sum_{n=1}^{N} S_n \tag{9}$$

والذي يحوي مجموع التأثيرات السابقة بالشكل:

$$S_n = \frac{1}{(n!)^2} \sum_{\rho_1 \dots \rho_n \nu_1 \dots \nu_n} \langle \rho_1 \dots \rho_n | S_n | \nu_1 \dots \nu_n \rangle_A a^+_{\rho_1} \dots a^+_{\rho_n} a_{\nu_n} \dots a_{\nu_1} \quad (10)$$

نكتب التابع الموجي في فراغ الإحداثيات بالعلاقة[6]:

$$\langle x_1 x_2 \dots x_n | S_n | \nu_1 \nu_2 \dots \nu_n \rangle = \sum_{\rho_1 \dots \rho_n} \langle x_1 | \rho_1 \rangle \dots \langle x_n | \rho_n \rangle \langle \rho_1 \dots \rho_n | S_n | \nu_1 \dots \nu_n \rangle \quad (11)$$

وهكذا يمكن كتابة التابع الموجي للنواة قيد الدراسة بالشكل[6]:

$$\begin{aligned} \langle x_1 \dots x_n | \Psi \rangle = \langle x_1 \dots x_n | \Phi \rangle &+ \mathcal{A} \left[\langle x_1 x_2 | S_2 | \nu_1 \nu_2 \rangle \langle x_3 | \nu_3 \rangle \dots \langle x_n | \nu_n \rangle \right] \\ &+ \mathcal{A} \left[\langle x_1 x_2 x_3 | S_3 | \nu_1 \nu_2 \nu_3 \rangle \langle x_4 | \nu_4 \rangle \dots \langle x_n | \nu_n \rangle \right] + \dots \\ &+ \mathcal{A} \left[\langle x_1 x_2 | S_2 | \nu_1 \nu_2 \rangle \langle x_3 x_4 | S_2 | \nu_3 \nu_4 \rangle \langle x_5 | \nu_5 \rangle \dots \langle x_n | \nu_n \rangle \right] \\ &+ \dots \quad , \end{aligned} \quad (12)$$

وهذه العلاقة مكونة من مجموع حدود كل منها يمثل معين سلاتر.

2- معادلات نموذج العنقود المزدوج:

يمكن تحديد S_n و ψ_n بحل معادلة شرودنغر[7]:

$$H e^S |\Phi\rangle = E e^S |\Phi\rangle \quad (13)$$

يجب معرفة ψ_1 و ψ_2 لدراسة جملة عبر تفاعل جسيمين وتحديد سوية الطاقة الأساسية

حيث العناصر المجهولة هي S وهو أمر مستحيل حله من أجل A جسيم لذا يتم تجزيء المعادلة إلى مجموعة من المعادلات [7]:

$$\begin{aligned} &\langle x_1 | T_1 \psi_1 | \nu_1 \rangle + \langle x_1 | U | \nu_1 \rangle + \sum \langle x_1 \nu | T_2 S_2 | \nu_1 \nu \rangle \\ &- \sum \langle x_1 | \psi_1 | \nu \rangle h_{\nu\nu_1} + \sum \langle x_1 \nu\nu' | V_{23} \chi_3^{(23)} | \nu_1 \nu\nu' \rangle = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

حيث $h_{\upsilon\upsilon_1}$ مصفوفة طاقة الجسيم المفرد :

$$h_{\nu\nu_1} = \langle \nu | T_1 \psi_1 | \nu_1 \rangle + \sum_{\nu'}^{A} \langle \nu\nu' | V_{12} \psi_2 | \nu_1 \nu' \rangle \quad (15\text{-a})$$

$$\langle x_1 | U | \nu_1 \rangle = \sum_{\nu}^{A} \langle x_1 \nu | V_{12} \psi_2 | \nu_1 \nu \rangle \quad (15\text{-b})$$

والمعادلة (15-b) تعبر عن كمون الجسيم المفرد من أجل سوية ثقب، ν_1 هي سويات الجسيم المفرد والتي يعبر عنها بالأعداد الكوانتية $n, \ell,$

بإضافة التفاعلات U و T_2S_2 إلى المعادلة (12) نجد:

$$\langle x_1 x_2 | Q(T_1 + T_2) S_2 | \nu_1 \nu_2 \rangle + \langle x_1 x_2 | Q V_{12} \psi_2 | \nu_1 \nu_2 \rangle$$

$$+\sum_{\nu}\langle x_1\,x_2\,\nu|QV_{13}\,\chi_3^{(13)}+QV_{23}\,\chi_3^{(23)}|\nu_1\,\nu_2\,\nu\rangle \quad (16)$$
$$-\sum_{\nu}\left(\langle x_1\,x_2|S_2|\nu\nu_2\rangle h_{\nu\nu_1}+\langle x_1\,x_2|S_2|\nu_1\,\nu\rangle h_{\nu\nu_2}\right)$$
$$+\langle x_1\,x_2|S_2\,\Pi V_{12}\,\psi_2|\nu_1\,\nu_2\rangle$$
$$+\tfrac{1}{2}\sum_{\nu\nu'}\langle x_1\,x_2\,\nu\nu'|QV_{34}\,\chi_4^{(34)}|\nu_1\,\nu_2\,\nu\nu'\rangle=0.$$

من أجل عنقودين ينعدم الحدين الثالث والأخير في المعادلة (16) .

حيث

$$\Pi=\tfrac{1}{2}\sum_{\nu\nu'}|\nu\nu'\rangle\langle\nu\nu'| \quad (17)$$

هو مسقط المؤثر إلى الحالة ثقب ثقب،

P مؤثر الاسقاط للسويات المحتلة و Q مؤثر الاسقاط للسويات غير المحتلة في $|\Phi\rangle$

$$Q=1-P$$

$$\langle x_1\,x_2|P|\alpha\beta\rangle=\sum_{\nu}\langle x_1|\psi_1|\nu\rangle\delta_{\nu\alpha}\langle x_2|\beta\rangle \quad (18)$$
$$+\sum_{\nu}\langle x_2|\psi_1|\nu\rangle\delta_{\nu\beta}\langle x_1|\alpha\rangle-\sum_{\nu'}\langle x_1|\psi_1|\nu\rangle\delta_{\nu\alpha}\langle x_2|\psi_1|\nu'\rangle\delta_{\nu'\beta}$$

النتائج والمناقشة:

النموذج المقترح لدراسة النواة ^{16}O هو من الشكل $^{12}C+\alpha$.

يمثل عامل هاملتوني هذه الجملة بالعلاقة:

$$H=H(\alpha)+H(^{12}C)+T_{\alpha-C}+V_{\alpha-C} \quad (19)$$

يشير كل من الحدين $H(\alpha),H(^{12}C)$ إلى الهاملتوني الكلي لكل من نواة ^{12}C وα ويشير $T_{\alpha-C},V_{\alpha-C}$ إلى الكمون والطاقة الحركية، وافترضنا أن$\varphi(\alpha)$ و $\varphi(^{12}C)$ تحقق:

$$H(\alpha)\varphi(\alpha)=E(\alpha)\varphi(\alpha) \quad (20)$$
$$H(^{12}C)\varphi_{\mathrm{KI}}(^{12}C)=\mathrm{E_{KI}}(^{12}C)\varphi_{\mathrm{KI}}(^{12}C) \quad (21)$$

تقدم عبارة لطاقة النسبية $E_{\mathrm{rel}}=E_{\mathrm{total}}-\mathrm{E}(^{12}\mathrm{C})-\mathrm{E}(\alpha)$ فكرة عن هذا الانموذج، وهذه الطاقة تنتج من الفرق بين الطاقة الكلية للنواة ^{16}O و طاقتي جسيمة ألفا والكربون وهما القيمة الخاصة للمعادلتين 20 و21. وهي تعني تماما أننا نفترض أن نواة الأكسجين مؤلفة من نواة كربون وجسيمة ألفا.

عبارة الكمون المستخدمة من الشكل:

$$V_{\alpha-C}=\langle\varphi(\alpha)[\varphi_{\mathrm{KI}}(^{12}C),Y_l(\hat{r})]_J|\sum_{i,j}V_{ij}\,|\varphi(\alpha)[\varphi_{\mathrm{KI}}(^{12}C),Y_l(\hat{r})]_J\rangle \quad (22)$$

$\varphi_{\mathrm{KI}}(^{12}C)$ هو التابع الموجي لنواة الكربون:

$$\varphi_{\mathrm{KI}}\left({}^{12}C\right)=\frac{8\,I+1}{8\pi^2\,\mathrm{a}}\int \mathrm{d}\Omega \mathrm{D}^{\mathrm{I}}_{\mathrm{MK}}(\Omega)^{*}\varphi_{\Omega}\left({}^{12}C\right) \tag{23}$$

حيث a معامل التنظيم و Ω زوايا أولر

حيث V_{ij} هي الكمون نيوكليون – نيوكليون وقد فرضنا أنه من الشكل [8]:

$$V_{ij}=\mathrm{V(r)}=\frac{\mathrm{V_0}}{1+\mathrm{EXP}(\frac{\mathrm{r-R}}{\mathrm{a}})} \tag{24}$$

تعطى قيمة V_0 بالعلاقة:

$$V_0=-49.6[1\mp 0.86\frac{(\mathrm{N-Z})}{\mathrm{A}}] \tag{25}$$

نستعمل + للبروتونات و – للنترونات

$$R(\theta,\varphi)=R_0[1+\alpha_{20}Y_{20}(\theta,\varphi) \tag{26}$$

حيث معامل تشوه رباعي القطب α_{20}:

$$\alpha_{20}=\frac{4}{3}\sqrt{\frac{\pi}{5}}\frac{\Delta R}{R_0} \tag{27}$$

و

$$R_0=r_0A^{1/3} \tag{28}$$

قيمة r_0 هي 1.31fm للنترونات و 1.32fm للبروتونات و a=0.7 fm [8].

تم تركيب العناصر المصفوفية بحزمة برمجية كتبت بلغة الفورتران وتستخدم لتركيب مصفوفات أنموذج العنقود المزدوج، وهذه الحزمة مؤلفة من ثلاثة برامج *FIDTH* و *STOKER* و *PROO2C*[9].

إن حل المعادلة 16 يحتاج حل المعادلة 14 و كذلك لا بد من معرفة S_1 و S_2 . ولذلك نفرض قيماً بدائية لسوية الإثارة $\langle x_1|S_1|\upsilon_1\rangle$ و يتم حساب قيمة طاقة الجسيم المفرد بتقطير مصفوفته $h_{\upsilon\upsilon'}$ باستخدام برنامج فورتران [10]. ثم نحل معادلة جملة جسمين (16) فنحصل على S_2 و T_2S_2 وعناصر المصفوفة U(15−b). نحل المعادلة (14) ونحصل على قيم جديدة لـ S_1 و $h_{\upsilon\upsilon'}$ ونحسب طاقة السوية لبيان مدى التوافق مع القيم التجريبية. إذا لم يكن الحل الناتج لدينا موافقاً للقيم التجريبية نعيد الخطوات السابقة.

نبين في الجدول(1) العوامل الطيفية $S([{}^{12}C(I)\times\alpha(l)])$ في ${}^{16}O$، كما نبين في الجدول (2) طيف الطاقة التجريبي وطيف الطاقة المحسوب وفق النموذج العنقودي المقترح للنواة ${}^{16}O$.

ويبدو من مقارنة النتائج أن النموذج المقترح يتوقع عدة خطوط طيفية للروابط الدورانية ، وذلك بسبب الترابط بين السبين I للنواة ${}^{12}C$ و العزم الزاوي.

الجدول(1) يبين العوامل الطيفية $S([{}^{12}C(I)\times\alpha(l)])$ في ${}^{16}O$ إن قيم ℓ و I تأتي من سويات الجسيم المفرد.

J^{π}	$[I\times\ell]$

0^+	$[0 \times 0]$	$[2 \times 2]$	$[4 \times 4]$		
	0.21	0.02	0.003		
2^+	$[0 \times 2]$	$[2 \times 2]$	$[2 \times 4]$		
	0.11	0.03	0.005		
4^+	$[0 \times 4]$	$[2 \times 2]$	$[2 \times 4]$		
	0.05	0.14	0.002		
6^+	$[0 \times 46]$	$[2 \times 4]$	$[2 \times 6]$	$[4 \times 2]$	$[4 \times 4]$
	0.024	0.172	0.03	0.06	0.001
8^+	$[0 \times 8]$	$[2 \times 6]$	$[2 \times 8]$	$[4 \times 4]$	$[6 \times 2]$
	0.007	0.1	0.003	0.14	0.01

الجدول(2) يبين الطاقة التجريبية [11] وطيف الطاقة المحسوب وفق النموذج العنقودي المقترح للنواة ^{16}O

	القيم المحسوبةMeV	القيم التجريبية[11]MeV
0^+	0	0
2^+	5.1	6.13
4^+	8.15	10.36
6^+	9.68	14.815
8^+	17.67	29.800

الاستنتاجات والتوصيات:

أوضحت هذه الدراسة وجود توافق يصل لـ 80% بين القيم التجريبية والقيم المحسوبة للسويات الطاقية $0^+, 2^+, 4^+$ لهذه النواة. وأقل من ذلك للسويتين $6^+, 8^+$ والتي انخفضت لأقل من 65% ، وتشير هذه الحسابات إلى دور محتمل لنموذج مؤلف من أكثر من عنقودين لهذه النواة.

المراجع:

1-USMANI Q. N., ABDULLAH N., ANWAR K., and SAULI Z., *Nuclear Matter Properties, Phenomenological Theory of Clustering at the Nuclear Surface, and Symmetry Energy*, Physical Review C 84, 064313 (2011).

2-STOLARCZYK L., MONKHORST H., *Coupled-Cluster Method in Fock Space I.* Physical Review A, V(32),2,(1985).

3-EMRICH K.,*An Extension of The Coupled Cluster Formalism to Excited States (I).* Nuclear Physics A351(1981).

4-CHRISTIAN BECK, *Clusters in Nuclei ,V(1),* Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2010.

5-ZABOLITZKY J.,*ON the ground-stateof the Alpha-Particleand Verification of the Coupled-Cluster Method,* physics Letters V(100B)1,1981.

6- WALOCH M., etal. Ab-*Iinitio Coupled-Cluster Study of* ^{16}O, Physical Review Letters,(94)212501,2005.

7-ZABOLITZKY J. G., *Solution Of The Generalized Brueckner- Hartree- Fock (BHF) Equations in the exp(s) Formalism*, Nuclear Physics A(228) 272- 284,(1974).

8-PATYK,Z. ;SOBICZEWSKI, A., *Ground-state properties of the heaviest nuclei analyzed in a multidimensional deformation space*,Nuclear Physics A 533,(1991)132.

9- R. KRIVEC, M.V. MIHAILOVIC ,*Program Package for Calculating Matrix Elements of Two-Cluster Structures in Nuclei*, Computer Physics Communication. 28(1982)153 .

10-RANDALL S. CASWELL, *Improved Fortran Program for Single Particle Energy Levels and Wave Functions in Nuclear Structure Calculations*, TECHNICAL NOTE 410, UNITED STATES DEPARTMENT OF COMMERCE, Secretary NATIONAL BUREAU OF STANDARDS ISSUED SEPTEMBER 30, 1966.

11-AUDI G.; WAPSTRA A.H.,1993- *The 1993 Atomic Mass Evaluation: (IV) Evaluation of Input Data, Adjustment Procedures*, Nuclear Physics A, 565(1), Pages 193-397.