مجلة جامعة تشرين للدراسات و البحوث العلمية _ سلسلة العلوم الأساسية المجلد (20) العدد (7)1998
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research- Basic Science Series Vol (20) No (7) 1998

توليد وإشعاع موجة كهرطيسية في بلازما نصف محدودة واقعة تحت تأثير حقل مغناطيسي خارجي غير متجانس

الدكتور سليمان صالح الخضر*

(قبل للنشر في 1998/9/26)

□ الملخّص □

يهدف البحث الراهن إلى تعيين الموجة ثنائية التواتر المتولدة بفعل موجة كهرطيسية تواترها ω مستقطبة من النوع S ، ترد على بلازما نصف محدودة يؤثر فيها حقل مغناطيسي غير متجانس مع الأخذ في الإعتبار تأثير التصادمات المرنة للإلكترونات مع الجسيمات الأخرى المعتدلة.

تم تعيين الحقل الكهرطيسي للموجة المتولدة وإظهار تأثير كل من عدم تجانس الحقل المغناطيسي والتصادمات المرنة على سعة الموجة المتولدة وقد حسبت سعة هذه الموجة، التي تبين أنها مستقطبة من النوع P .

*أستاذ في قسم الفيزياء – كلية العلوم – جامعة تشرين – اللاذقية – سورية.

مجلة جامعة تشرين للدراسات و البحوث العلمية _ سلسلة العلوم الأساسية المجلد (20) العدد (7)1998
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research- Basic Science Series Vol (20) No (7) 1998

Generation and radiation of an electromagnetic wave in inhomogeneous magnetized semi-bounded plasma

Dr.S.S.Elkhadr*

(Accepted 26/9/1998)

□ ABSTRACT □

One S-Polarized wave, with frequency ω_1 oblique incident on a semi-bounded plasma is assumed. An external nonuniform magnetic field is applied, and the elastic collisions between electrons and neutral particles considered. The amplitude of the generated wave is calculated. It is shown that, the inhomogeneity of the magnetic field and the elastic collisions may be affected on the amplitude of the generated wave, which is seemed to be P-Polarized type.

***prof at physic department – faculty of sciences- tishreen university – lattakia- Syria.**

١- مقدمة :

تظهر المفاعيل اللاخطية في البلازما عندما تكون سعات الاضطراب المنتشر فيها كبيرة نسبياً، ويعتبر توليد الأمواج المترابطة التواترات (Coupling Frequencies) إحدى هذه المفاعيل. قد يحدث الترابط بين أنماط مختلفة من الأمواج المنتشرة في البلازما ويؤدي ذلك إلى توليد التوافقيات (harmonics) [1,2] .

يحظى باهتمام كبير توليد الأمواج في البلازما لسبر تقانة انتشار الأمواج الكهرطيسية في طبقة الإيونسفير [3] وفي تفاعلات الليزر – بلازما [4] .

لقد تناولت أبحاث كثيرة مسألة توليد وإشعاع التوافقيات والأمواج التي تواتراتها مركبة في البلازما دون وضعها تحت تأثير حقل مغناطيسي خارجي، وفي أشكال مختلفة من طبقات بلازمية يؤثر فيها حقل مغناطيسي خارجي متجانس وغير متجانس، نذكر من هذه الأبحاث على سبيل المثال لا الحصر [5 – 7] .

يهدف البحث الراهن إلى معالجة مسألة توليد موجة ثنائية التواتر بفعل موجة كهرطيسية مستقطبة من النوع S ، تسقط على بلازما نصف محدودة، يؤثر فيها حقل مغناطيسي خارجي غير متجانس له الشكل:

$$\vec{H}_{ext} = H_0 e^{-\beta x}\vec{e}_z \quad , \quad 0 \le x \le a \qquad (1)$$

علماً أن هذا الحقل يساوي الصفر عندما $x \le 0$ ، ويساوي كمية ثابتة عندما $x \ge a$.

هذا وقد تم الأخذ في الإعتبار مفعول التصادمات المرنة للإلكترونات مع الجسيمات الأخرى، التي يتكون منها الوسط البلازمي.

يتطلب تطبيق النموذج النظري الذي نستخدمه هنا في بحث التفاعلات اللاخطية للأمواج في الأوساط المادية ضعيفة اللاخطية الأخذ في الإعتبار الشروط الآتية:

١- تحقق قانوني انحفاظ الطاقة والاندفاع للأمواج المحققة في الوسط البلازمي:

$$\sum_j \vec{k}_j = 0 \;\; , \;\; \sum_j \omega_j = 0 \quad , \qquad (2)$$

علماً أن ω_j و $\vec{k}_j$ التواتر والمتجهة الموجية (Wave Vector) على الترتيب للموجة رقم j .

٢- اعتدال البلازما كهربائياً في حال غياب الأمواج الواردة؛

٣- إهمال تدرج كل من الحرارة والضغط؛

٤- اعتبار الشوارد (ions) في وضع سكوني، وبالتالي إهمال التيار الناتج عن حركتها؛

٥- إهمال التصادمات غير المرنة في بنية الوسط البلازمي والأخذ في الاعتبار التصادمات المرنة، التي تحدث بين الإلكترونات والجسيمات الأخرى المعتدلة، وتأسيساً على ذلك يمكن اختزال مفعول التصادمات المذكورة بثابت γ مستقل عن سرعة الإلكترونات، يسمى تواتر التصادم.

٦- افتراض بقاء كثافة البلازما $n_0(x)$ دون اضطراب تحت تأثير الحقل المغناطيسي الخارجي، واعتبار أن هذه الكثافة تساوي الصفر عندما $x \leq 0$ ، وتكون على شاكلة تابع كيفي مستمر للإحداثي x في المجال $0 \leq x \leq a$ ، وتكون غير تابعة للمتحول x في المجال $x \geq a$.

٧ – افتراض أن الحقل الكهرطيسي للموجة الواردة من الشكل الآتي [8] :

$$\{\vec{E}_1(x,y,t),\vec{H}_1(x,y,t)\} = \{\vec{E}_1(x),\vec{H}_1(x)\}\, e^{i(K_1 y - \omega_1 t)} + C.C. \qquad (3)$$

علماً أن $\vec{E}_1 \equiv (0,0,E_{1z})$, $\vec{H}_1 \equiv (H_{1x}, H_{1y}, 0)$ في حالة الموجة المستقطبة من النوع S.

٢ – الحقل الكهرطيسي للموجة الأساسية:

تأخذ المعادلات التي تعين التفاعلات اللاخطية للأمواج في البلازما الشكل الآتي:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V}.grad)\vec{V} + \gamma \vec{V} = -\frac{e}{m}\left[\vec{E} + \frac{\vec{V}}{C}\Lambda(\vec{H} + \vec{H}_{ext})\right] \qquad (4)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + div\,(n\vec{V}) = 0 \qquad (5)$$

$$rot\,\vec{E} = -\frac{1}{C}\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \qquad (6)$$

$$rot\,\vec{H} = \frac{1}{C}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{C}\vec{j} \qquad (7)$$

$$\vec{j} = -en\vec{V}\ ;\ n(x,t) = n_0(x) + \eta(x,t) \qquad (8)$$

علماً أن e و m و $\vec{j}$ شحنة الإلكترون وكتلته وكثافة التيار الإلكتروني على الترتيب، وأن η اضطراب الكثافة الإلكترونية n ، أما γ فترمز لتواتر التصادم المرن للإلكترونات باعتبارها جسيمات معتدلة. [9].

باستخدام جملة المعادلات (8) - (4) مع مراعاة (3) نجد:

$$V_{1z} = -i\frac{e}{m}\frac{E_{1z}}{(\omega_1 + i\gamma)};\ H_{1x} = \frac{CK_1}{\omega_1}E_{1z}\ ;\ H_{1y} = i\frac{C}{\omega_1}\frac{\partial E_{1z}}{\partial x}; \qquad (9)$$

بالتالي نلاحظ أن الحقل الكهربائي للموجة الأساسية، المحمول على المحور Z يحقق المعادلة التفاضلية الآتية:

$$\frac{\partial^2 E_{1z}}{\partial x^2}+\chi_1^2 E_{1z}=0 \ , \qquad (10)$$

علماً أن:

$$\chi_1^2=\frac{\omega_1^2}{C^2}\varepsilon_1-K_1^2<0$$

$$\varepsilon_1=1-\frac{\omega_p^2(x)}{\omega_1(\omega_1+i\gamma)} \ ; \ \omega_p^2(x)=\frac{4\pi e^2 n_0(x)}{m} \ .$$ (التواتر البلازمي)

إن حل المعادلة التفاضلية (10) في الخلاء ($0 \leq x$) وفي منطقة البلازما المتجانسة ($x \geq a$) من الشكل الآتي:

$$E_{1z}=E_{10}(e^{i\chi_{10}x}-re^{-i\chi_{10}x}) \ ; x\leq 0 \ ,$$
$$E_{1z}=E_{1a}\,e^{i\chi_{1a}(x-a)} \ , \ x\geq a \qquad (11)$$

حيث ترمز r لعامل الانعكاس الذي يعين من شرطي استمرار E_{1z} و $\frac{\partial E_{1z}}{\partial x}$ عند الحدين الفاصلين: $x=0$ و $x=a$:

$$r=\frac{\chi_{1a}-\chi_{10}}{\chi_{1a}+\chi_{10}} \ , \qquad (12)$$

علماً أن: $\chi_{10}=\left(\frac{\omega_1^2}{C^2}-K_1^2\right)^{1/2}$ و $\chi_{1a}=\left(\frac{\omega_1^2}{C^2}\varepsilon_{1a}-K_1^2\right)^{1/2}$. أما E_{10} و E_{1a} فترمزان لسعتي الموجة الأساسية عند $x=0$ و $x=a$ على الترتيب، وأن $\varepsilon_{1a}=const.$.

أما حل المعادلة التفاضلية (10) في مجال البلازما غير المتجانسة ($0 \leq x \leq a$)، فيمكن البحث عنه باستخدام طريقة التقريب المتتالي [10]. فإذا فرضنا أن الطول المميز للموجة الأساسية أكبر بشكل ملموس من عرض (اتساع) طبقة البلازما غير المتجانسة a :

$$|\chi_1(x).\,a|\ll 1 \ , \qquad (13)$$

فإننا نجد الحل الآتي:

$$E_{1z}=E_{10}(1-r)\left[1-\int_0^x dx'\int_0^{x'}\chi_1^2(x'')dx''\right]+$$
$$+i\chi_{10}E_{10}(1+r)\left[x-\int_0^x dx'\int_0^{x'}x''\chi_1^2(x'')dx''\right] \ , \ 0\leq x\leq a \qquad (14)$$

٣ – الحقل الكهرطيسي للموجة المتولدة:

نعين فيما يلي الحقل الكهرطيسي للموجة المتولدة التي تواترها $\omega_2 = 2\omega_1$ ومتجهــــها الموجيــة $\vec{K}_2 = 2\vec{K}_1$. بالرجوع إلى معادلة الحركة (4) مع مراعاة (3) نجد القيم الآتية:

لمركبات سرعة الموجة المتولدة $\vec{V}_2$:

$$V_{2x} = \frac{e}{m\Delta_2}\left[-i(\omega_2 + i\gamma)E_{2x} + \omega_c e^{-\beta x}E_{2y} - i\frac{eK_1\omega_C e^{-\beta x}}{m\Delta_1}E_{1z}^2 + i\frac{e(\omega_2 + i\gamma)}{m\Delta_1}E_{1z}\frac{\partial E_{1z}}{\partial x}\right]; \quad (15_a)$$

$$V_{2y} = \frac{e}{m\Delta_2}\left[-\omega_c e^{-\beta x}E_{2x} - i(\omega_2 + i\gamma)E_{2y} - \frac{ek_1(\omega_2 + i\gamma)}{m\Delta_1}E_{1z}^2 + \frac{e\omega_c e^{-\beta x}}{m\Delta_1}E_{1z}\frac{\partial E_{1z}}{\partial x}\right]; \quad (15b)$$

$$V_{2z} = 0 \cdot \quad (15_c)$$

علماً أن:

$$\Delta_1 = \omega_1(\omega_1 + i\gamma)\ ;\ \Delta_2 = \left[(\omega_2 + i\gamma)^2 - \omega_c^2 e^{-2\beta x}\right];\ \omega_c = -\frac{eH_0}{mc} \quad (16)$$

(التواتر السيكلوتروني)

ويرمز الدليل (2) للموجة الكهرطيسية المتولدة.

تأسيساً على ذلك، وباستخدام (7) و (8) و (3) نجد المركبات الآتيــة للحقــل الكــهربائي للموجة الكهرطيسية المتولدة $\vec{E}_2$.

$$E_{2x} = \frac{1}{\varepsilon_\perp}\left[-\frac{CK_2}{\omega_2}H_{2z} + \frac{C}{\omega_2}\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2}\frac{\partial H_{2z}}{\partial x} + \frac{eK_1\varepsilon_3}{m\Delta_1\varepsilon_2}E_{1z}^2 - \frac{e(\omega_2 + i\gamma)}{m\Delta_1\omega_c e^{-\beta x}}\frac{\varepsilon_3 \cdot \varepsilon_4}{\varepsilon_2}E_{1z}\frac{\partial E_{1z}}{\partial x}\right]; \quad (16a)$$

$$E_{2y} = \frac{i}{\varepsilon_\perp}\left[\frac{CK_2}{\omega_2}\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2}H_{2z} - \frac{C}{\omega_2}\frac{\partial H_{2z}}{\partial x} - \frac{eK_1(\omega_2 + i\gamma)}{m\Delta_1\omega_c e^{-\beta x}}\frac{\varepsilon_3 \cdot \varepsilon_4}{\varepsilon_2}E_{1z}^2 + \frac{e}{m\Delta_1}\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2}E_{1z}\frac{\partial E_{1z}}{\partial x}\right]; \quad (16b)$$

$$E_{2z} = 0 \cdot \quad (16c)$$

علماً أن:

$$\varepsilon_2 = 1 - \frac{(\omega_2 + i\gamma)\omega_P^2(x)}{\omega_2\Delta_2}\ ;\ \varepsilon_3 = \frac{\omega_c e^{-\beta x}\omega_P^2(x)}{\omega_2\Delta_2}, \varepsilon_\perp = \frac{\varepsilon_2^2 - \varepsilon_3^2}{\varepsilon_2}, \varepsilon_4 = 1 - \frac{\omega_P^2(x)}{\omega_2(\omega_2 + i\gamma)} \cdot \quad (17)$$

أما الحقل المغناطيسي للموجة المتولدة فيتم الحصول عليه بالرجوع إلى المعادلة (6)، بــإجراء الحسابات اللازمة، نجد أن الحقل المغناطيسي للموجة المذكورة يكون محمولاً على المحــور Z، ويحقــق المعادلة التفاضلية الآتية:

$$\varepsilon_\perp \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\varepsilon_\perp}\frac{\partial H_{2z}}{\partial x}\right) + \chi_2^2 H_{2z} = R(x), \quad (18)$$

حيث:

$$\chi_2^2 = \frac{\omega_2^2}{C^2}\varepsilon_\perp - K_2^2 - K_2\varepsilon_\perp \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2\,\varepsilon_\perp}\right). \qquad (19)$$

أما R فإن بالإمكان كتابتها على شاكلة مجموع حدين:

$$R = R_1 + R_2 \;, \qquad (20)$$

$$R_1(x) = -\frac{ek_2\omega_2\varepsilon\perp}{2mc\Delta_1}\left[\frac{(\omega_2 + i\gamma)}{\omega_c}e^{\beta x}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\varepsilon_3\cdot\varepsilon_4}{\varepsilon_2\cdot\varepsilon_\perp}\right)E_{1z}^2 - \frac{1}{k_2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2\cdot\varepsilon_\perp}\right)\frac{\partial E_{1z}^2}{\partial x}\right]; \qquad (21)$$

$$R_2(x) = -\frac{ek_2\omega_2}{2mc\Delta_1}\left\{\left[\frac{k_2\varepsilon_3}{\varepsilon_2} + \frac{\beta(\omega_2 + i\gamma)}{\omega_c}\frac{\varepsilon_3\cdot\varepsilon_4}{\varepsilon_2}e^{\beta x}\right]E_{1z}^2 - \frac{1}{k_2}\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}E_{1z}^2\right\}. \qquad (22)$$

من الملاحظ أن R_1 يساوي الصفر في كل من الخلاء ($x \le 0$) وفي البلازمـــا المتجانســة ($x \ge a$) . أما R_2 فيساوي الصفر في الخلاء ويكون مختلفاً عن الصفر في البلازما المتجانسة، لذلــك يكون حل المعادلة التفاضلية (18) في المجالين $x \le 0$ و $x \ge a$ من المسألة الراهنة على الشكل الآتي:

$$H_{2z} = H_{20}e^{-i\chi_{20}x}\,;\; x \le 0\,;\, \chi_{20} = \left(\frac{\omega_2^2}{c^2} - k_2^2\right)^{1/2}; \qquad (23)$$

$$H_{2z} = H_{2a}e^{i\chi_{2a}(x-a)} + H'_{2z}\;;\; x \ge a\;;\; \chi_{2a} = \left(\frac{\omega_2^2}{c^2}\varepsilon_{\perp a} - k_2^2\right)^{1/2}; \qquad (24)$$

علماً أن H'_{2z} يصبح عند الأخذ بالإعتبار الشروط المحققة على الشكل الآتي [11] :

$$H'_{2z} = \frac{1}{\chi_{2a}}\int_a^x \varepsilon_\perp \sin[\chi_{2a}(x-\xi)]R_2(\xi)d\xi\,. \qquad (25)$$

أما حل المعادلة التفاضلية (18) في المجال $0 \le x \le a$ فيتم البحث عنه بطريقة التقريب المتتالي. فإذا فرضنا تحقق الشرط:

$$|\chi_2(x)\cdot a| \ll 1\,; \qquad (26)$$

فإننا نجد بعد الأخذ في الإعتبار شرط استمرار كل من H_{2z} و $\frac{\partial H_{2z}}{\partial x}$ عند الحد الفاصل $x = 0$ أن:

$$H_{2z} = H_{20}\left[1-\int_0^x \varepsilon_\perp(x')\,dx'\int_0^{x'}\frac{\chi_2^2(x'')}{\varepsilon_\perp(x'')}dx''\right]-$$
$$-i\chi_{20}H_{20}\int_0^x \varepsilon_\perp(x')dx' + \int_0^x \varepsilon_\perp(x')dx'\int_0^{x'}\frac{R(x'')}{\varepsilon_\perp(x'')}dx'', \qquad 0\le x\le a \qquad (27)$$

من الممكن الآن تعيين سعة الموجة المتولدة في كل من الوسطين $0 \le x \le a$ و $x \ge a$،فمن شرط استمرار H_{2z} و $\frac{\partial H_{2z}}{\partial x}$ عند الحد الفاصل $x = a$ ، نجد من جملة العلاقات (27)-(23) أن:

$$H_{20} \approx -\frac{i\varepsilon_{\perp a}\int_0^a \frac{R_1(x)}{\varepsilon_\perp(x)}dx + \chi_{2a}\int_0^a \varepsilon_\perp(x)dx\int_0^x \frac{R_1(x')}{\varepsilon_\perp(x')}dx'}{\chi_{2a}+\chi_{20}\varepsilon_{\perp a}}\;; \qquad (28)$$

$$H_{2a} \approx \frac{-i\varepsilon_{\perp a}\int_0^a \frac{R_1(x)}{\varepsilon_\perp(x)}dx + \chi_{20}\varepsilon_{\perp a}\int_0^a \varepsilon_\perp(x)dx\int_0^x \frac{R_1(x')}{\varepsilon_\perp(x')}dx'}{\chi_{2a}+\chi_{20}\varepsilon_{\perp a}}\;, \qquad (29)$$

علما أنه تم إهمال بعض الحدود من (28) و (29) عملا بالشرط (26).

بحساب التكامل الأول في عبارتي H_{20} و H_{2a} وإهمال قيمة التكامل الثاني لصغره، نجد أن H_{20} و H_{2a} تعينان بدلالة سعة الحقل الكهربائي للموجة الأساسية، السعين في (14) كما يأتي:

$$H_{20} \approx H_{2a} \approx h_2\left[(1-2r)\varepsilon_{4a} - i2\frac{\chi_{10}\omega_c}{(\omega_2+i\gamma)k_2}e^{-\beta a}\right], \qquad (30)$$

علماً أن :

$$h_2 = i\frac{ek_2(\omega_2+i\gamma)E_{10}^2}{2mc\Delta_1}\,\frac{\omega_p^2(a)}{\Delta_2\varepsilon_{2a}(\chi_{2a}+\chi_{20}\varepsilon_{\perp a})}\,, \qquad (31)$$

٤- خاتمة :

١- مما سبق يتضح أن الموجة المتولدة مستقطبة من النوع P: $\vec{E}_2 \equiv (E_{2x}, E_{2y}, 0)$ ، $\vec{H} \equiv (0,0,H_{2z})$، ويكون إشعاع هذه الموجة إشعاعا متساوياً على وجه التقريب في كلا الوسطين $x \le 0$ و $x \ge a$.

٢- توضح الصيغة (30) أن سعة الموجة المتولدة تزداد بشكل حاد في الوضع الذي يتحقق فيه العلاقة $(\omega_2 + i\gamma) \approx \omega_c e^{-\beta a}$. إضافة إلى أن الصيغة المذكورة تبين تأثير كل من عدم تجانس الحقل المغناطيسي الخارجي المطبق والتصادم على سعة الموجة المتولدة من خلال وجود العاملين β , γ في الصيغة المذكورة.

٣- نحصل على نتائج معلومة سابقاً فيما لو كان الحقل المغناطيسي المطبق ثابتاً أو معدوماً أو كان تأثير التصادم مهملاً [12].

٤- في حالة الورود الناظمي $(k_2 = 0)$ تؤول الصيغة (30) إلى الشكل الآتي:

$$H_{20} \approx H_{2a} \approx \frac{eE_{10}^2}{2mc\Delta_1\Delta_2} \frac{\omega_c e^{-\beta a}\omega_p^2(a)}{\sqrt{\varepsilon_{\perp a}}\left(1+\sqrt{\varepsilon_{\perp a}}\right)\varepsilon_{2a}} \qquad (32)$$

المراجع:

....

[1] - Whitmer, R. F. And Barett, E. B. (1961). Physical Review 121.661.
[2] - Dolgopolov, V. V. (1973)·Generation and radiation of second harmonics upon incidence of an electromagnetic waves on a Semibounded Plasma. The Physical and Technical Institute of Ukrainian Academy of Science, Kharkov, Reprint, Kh FTI 73-8.
[3] – جينز بورغ . ف. ل ١٩٨٧. الفيزياء النظرية وفيزياء الفلك ، موسكو ، العلوم. باللغة الروسية
[4] - Kruer, W.L. (1987). The Physics of Laser Plasma interactions, Addison – Wesley. PUB. COMP.
[5] - Barakat, A.R.; Dolgopolov, V.V and EL-Siragy, N.M. (1975). Plasma physics 17,89.
[6] - EL-Siragy, N.M.; Khalil, SH.M.,Sayed, Y.A.and EL-Sherif, R.N. (1985)·Beitr plasma physics, 25, NO. 3, 277.
[7] - EL-Siragy, N.M; EL-Khadr. S.S. and AL-Bendary (1996). To be published in Tishreen Univ. J.
[8] - Stepanov, K. N. (1965). Soviet phys.techs Phys. 10. 773.
[9] - Jackson, J.D., (1962). Classical Electrodynamics. Wiley, New York .
[10] - Ginzburg V. L. ·1970). The propagation of electromagnetic waves in plasma. North-Holland, pub. CO. Amesterdam
[11] – سميرنوف . ف . ي . ١٩٥٨. الرياضيات العالية. المجلد الثاني . موسكو. باللغة الروسية
[12] – CLEMMOW, P.C. and DOUGHERTY, J. P. (1990)·Electrodynamics of Particles and Plasmas. Addison – Wesley Publishing Company, Inc.