

Excitation Energy of Nuclei With Two Valance Nucleons Calculated Using The Shell Model with Modified Surface Delta Interaction

Mohamad Ali Zezafoun* 

Dr. Jabbour Jabbour**

Dr. Nawras Alhoulami***

(Received 19 / 11 / 2025. Accepted 15 / 2 / 2026)

□ ABSTRACT □

The excitation energy of nuclear levels with the total angular momentum $J^\pi = 2^+$ and $J^\pi = 4^+$ in even- even nuclei containing two valance nucleons, either as particles outside the closed core or as holes within it, were calculated using the shell model with the modified surface delta interaction as a residual interaction between a two valance nucleons. The values of two interaction constants for each studied nucleus were determined separately using the least squares fitting method to ensure optimal agreement between theoretical calculations and available experimental data.

Comparison of the theoretically calculated values with the most recent available experimental data yielded a mean absolute deviation of MAD=0.283 MeV, which is in good agreement with previous studies that employed other effective interactions.

This agreement further confirms the validity of the shell model in describing excitation levels across a wide range of nuclei and demonstrates the ability of modified surface delta interaction to accurately calculate for the residual interaction among valance nucleons, as well as to reproduce the general trends of energy levels across different nuclei.

Keywords: shell model, modified surface delta interaction, closed core, valance space, Least squares method.



Copyright :Latakia University Journal (Formerly Tishreen) -Syria, The authors retain the copyright under a CC BY-NC-SA 04

* Master.Student, Department of physics, Faculty of Science, Latakia University (Formerly Tishreen), Latakia, Syria. alizezfoun@latakia-univ.edu.sy

** Professor, Department of physics, Faculty of Science, Latakia University (Formerly Tishreen), Syria. Dr.j.jabbour@gmail.com

*** Assistant Professor, Faculty of Science, Al Furat University, Deir-ez-Zor, Syria. nawrasalhoulami@alfuratuniv.edu.sy

حساب طاقات الإثارة للنوى التي تمتلك نيوكليوني تكافؤ باستعمال النموذج الطبقي مع كمون دلتا السطحي المعدل

محمد علي زيزفون* 

د. جبور جبور**

د. نورس الهلامي***

(تاريخ الإيداع 19 / 11 / 2025. قبل للنشر في 15 / 2 / 2026)

□ ملخص □

فُمنّا بحساب قيم طاقات الإثارة للسويات النووية ذات العزم الزاوي الكلي $J^\pi = 2^+$ و $J^\pi = 4^+$ للنوى الزوجية - زوجية، والتي تمتلك نيوكليوني تكافؤ سواءً كجسيمات خارج القلب المغلق أو كتقوُب ضمنه، وذلك باستخدام النموذج الطبقي النووي مع كمون دلتا السطحي المعدل كتفاعل مُتبقٍ بين نيوكليونات التكافؤ، حيث تمَّ تحديد قيم ثابتي هذا الكمون لكلِّ نواةٍ مدروسةٍ بشكلٍ مُفصلٍ باستخدام طريقة التربيعة الصغرى لضمان أفضل توافق بين الحسابات النظرية والبيانات التجريبية المتاحة.

وعندَ مقارنة القيم المحسوبة نظرياً مع أحدث البيانات التجريبية المتوفرة بلغ متوسط الانحراف المُطلق $MAD=0.283$ MeV. وهو مُستوى دقّة يتوافق مع ما وردَ في دراساتٍ سابقةٍ استخدمت كمونات فعّالة أخرى، كما يشيرُ هذا الاتفاق إلى صلاحية النموذج الطبقي في وصف سويات الإثارة ضمن نطاقٍ واسعٍ من النوى، ويؤكد على قدرة كمون دلتا السطحي المعدل على وصف التأثير المُتبادل بين نيوكليونات التكافؤ بدقّة جيدة وتفسير الاتجاهات العامة لتغير سويات الطاقة عبر النوى المختلفة.

الكلمات المفتاحية: نموذج طبقي، كمون دلتا السطحي المعدل، قلب مُغلق، فضاء التكافؤ، طريقة التربيعة الصغرى.



حقوق النشر : مجلة جامعة اللاذقية (تشرين سابقاً) - سورية، يحتفظ المؤلفون بحقوق النشر

بموجب الترخيص CC BY-NC-SA 04

* طالب (ماجستير)، قسم الفيزياء، كلية العلوم، جامعة اللاذقية (تشرين سابقاً)، اللاذقية، سوريا.

alizezfoun@latakia-univ.edu.sy

** أستاذ، كلية العلوم، جامعة اللاذقية (تشرين سابقاً)، اللاذقية، سوريا. Dr.j.jabbour@gmail.com

*** مدرس، كلية العلوم، جامعة الفرات، دير الزور، سوريا. nawrasalhoulami@alfuratuniv.edu.sy

مقدمة:

تعدُّ دراسة البنية الداخلية للنوى الذرية وفهم خصائصها أحد المحاور الرئيسة في الفيزياء النووية، ومن بين هذه الخصائص تحظى طاقات الإثارة بأهمية خاصة، لما تتيح من معلوماتٍ حول التوزيع البنيوي للجسيمات داخل النواة وآلية تفاعلها، لذا اهتمَّ الباحثون بدراسة النوى القريبة من النوى مضاعفة السحرية (التي تُسمى بنوى القلب المغلق) نظرياً وتجريبياً والتي يُمكن إثارتها بسهولة، وخاصةً النوى الزوجية - زوجية التي تمتلك عدداً محدوداً من النيوكليونات التي تقع خارج أو ضمن القلب المغلق، حيثُ تزودنا هذه النوى بمعلوماتٍ جيدةٍ عن طبيعة القوى النووية [1، 2].

ولدراسة البنية الداخلية للنوى نحتاج لتقريباتٍ تُسمى بالنماذج النووية والتي هي فرضيةٌ تصفُ تواضع النيوكليونات داخل النواة كما تصفُ القوى المؤثرة فيما بينها، بحيثُ يُمكن حساب خواصها بسهولة، فهو تقريب أولي لما يُمكن أن تكون عليه النوى الذرية الحقيقية، ودائماً يجري تطوير لهذه النماذج لجعلها أقرب للواقع أكثر فأكثر. تُقدِّم بعض النماذج الناجحة وصفاً مقبولاً إلى حدٍّ ما لبعض الخواص النووية مع فهم أقل عمقاً لباقي الخواص [3].

يُعدُّ النموذج الطبقي أحد أهمِّ هذه النماذج النووية التي تُستخدم لوصف بنية النوى [4]. نجح هذا النموذج في وصف عددٍ كبيرٍ من الخواص النووية كالسويات الطاقية والانتقالات الكهرطيسية وتفككات بيتا والمقاطع العرضية وغيرها. تتوضع النيوكليونات وفقاً لهذا النموذج على سوياتٍ طاقيةٍ منفصلة تُسمى بسويات الجسيم المفرد والتي تُحدِّد بحلِّ معادلة شرودينغر، كما أنَّ طريقة تواضعها على هذه السويات تُحدِّد ما يُعرف بالتشكيلات النيوكلونية [5]. وعندما يكون عدد النيوكليونات كبيراً تُصبح عملية أخذ التأثير المتبادل بين جميع النيوكليونات عمليةً مُعقدةً جداً، لذا نلجأ لتقريب "قضاء التكافؤ"، الذي يفترض وجود قلبٍ مغلقٍ هو أقرب نواة مضاعفة السحرية للنواة المدروسة من حيثُ عدد البروتونات والنيوترونات، وبالتالي تقتصر الدراسة على نيوكليونات التكافؤ فقط (النيوكليونات التي تقع خارج أو ضمن القلب المغلق) بدلاً من أن تكون بين جميع النيوكليونات، حيثُ تتبادل نيوكليونات التكافؤ هذه التأثير فيما بينها عبر الكمون المتبقي [6]. ومن هذه الكمونات المتبقية استخدمنا كمون دلنا السطحي المعدل الذي يُعتبر من الكمونات القابلة للفصل مما يتيح الحصول على حلٍ تحليليٍّ لمعادلة شرودينغر [7].

ومن المعلوم بأن طاقات الإثارة تختلف من نواةٍ إلى أخرى تبعاً لخصائص الطبقة النووية المحيطة وعدد النيوكليونات التكافؤية وطبيعة التفاعل المتبقي المعتمد في الحسابات النظرية. ومن أكثر الطرق شيوعاً لدراسة هذا السلوك هي مقارنة طاقات السويات ذات العزم الزاوي والنوعية $J^\pi = 2^+$ لنوى تمتلك قلباً مغلقاً مختلفة، حيثُ تُمثِّل هذه الحالة المقياس الأكثر حساسيةً للتغير في قوة الترابط داخل الطبقة النووية، كما تُعكس الطاقة المطلوبة لإثارة الزوجين التكافؤيين في المدار الخارجي. أمَّا السوية ذات العزم الزاوي والنوعية $J^\pi = 4^+$ فتُستخدم لتأكيد انتظام الترتيب الطيفي عبر النوى المختلفة [8]. ومن خلال تتبع تغير هذه الطاقات بين النوى المختلفة يُمكن استنتاج الاتجاه العام في سلوك التفاعل المتبقي، حيثُ تُمثِّل مقارنة هذه الحالات عبر نوى متعددة أداةً فعالةً لتقييم مدى نجاح النماذج النظرية النووية في وصف البنية الطيفية للنوى القريبة من النوى مضاعفة السحرية.

أهمية البحث وأهدافه:

سنقوم في هذه الدراسة بالتأكد من مدى صلاحية تطبيق النموذج الطبقي على النوى الزوجية - زوجية، التي تمتلك نيوكليوني تكافؤ خارج القلب المغلق أو ضمنه، مُستخدمين كمون دلتا السطحي المعدل كتفاعل مُتبعي بين النيوكليونات التكافؤية عن طريق تحليل طاقات الإثارة للسويات المُخفضة $J^\pi = 2^+$ و $J^\pi = 4^+$ لمجموعة واسعة من هذه النوى، وذلك لبحث تأثير خصائص الطبقات النووية وعدد الجسيمات التكافؤية على توزيع طاقات الإثارة ومُقارنتها مع أحدث البيانات التجريبية المتوفرة، للتحقق من مدى دقة التفاعل المُستخدم في وصف البنية الطيفية للنوى، ولتوضيح الاتجاهات العامة لتغير طاقات الإثارة عبر النوى المُختلفة، مما يتيح استخلاص استنتاجات حول فعالية التفاعل المُتبعي وقدرته على تمثيل نمط الترابط بين النيوكليونات التكافؤية في الطبقة الخارجية لكل نواة. وبسبب عدم وجود بيانات نووية تخص ثوابت كمون دلتا السطحي المعدل للنوى المدروسة، حددنا قيم ثابتي هذا الكمون لكل نواة مدروسة باستخدام طريقة التريعات الصغرى.

منهجية البحث:

اعتمد هذا العمل على استخدام النموذج الطبقي لدراسة طاقات الإثارة الدنيا التي تمتلك العزم الزاوي الكلي $J^\pi = 2^+$ و $J^\pi = 4^+$ للنوى الزوجية - زوجية التي تمتلك نيوكليوني تكافؤ (جسيمات أو ثقوب)، وذلك باستخدام كمون دلتا السطحي المعدل كتفاعل مُتبعي بين نيوكليونات التكافؤ، حيث تم اختيار النوى المدروسة في هذا البحث وفق معايير فيزيائية محددة. إذ تقتصر الدراسة على نوى زوجية - زوجية قريبة من النوى ذات الطبقات المغلقة، وتحتوي على نيوكليونين تكافؤيين إما على شكل جسيمين خارج القلب المغلق أو ثقبين داخله، وهي من أبسط الأنظمة النووية المناسبة لدراسة التفاعل المُتبعي ضمن إطار النموذج الطبقي.

كما شمل الاختيار نوى خفيفة، متوسطة، وثقيلة، إضافة إلى نوى تمتلك نيوكليونات تكافؤ من البروتونات وأخرى من النيوترونات، وذلك بهدف اختبار قدرة كمون دلتا السطحي المعدل على توصيف طاقات الإثارة عبر مجال واسع من الأعداد الكتلية. واقتصر اختيار النوى أيضاً على الحالات التي تتوافر لها معطيات تجريبية موثوقة وحديثة لمستويات الطاقة المُخفضة ذات العزم الزاوي الكلي والنوعية $J^\pi = 2^+$ و $J^\pi = 4^+$ بما يتيح إجراء مقارنة دقيقة بين النتائج النظرية والتجريبية.

تم الاعتماد على طريقة التريعات الصغرى لتحديد قيم ثابتي هذا الكمون لكل نواة مدروسة، وذلك الحصول على أفضل توافق مع البيانات النووية الحديثة من أجل تقدير فعالية الكمون المُستخدم في وصف البنية النووية. أجري التحليل على مجموعة واسعة من النوى التي تقع في مناطق كتلية مُختلفة وبالقرب من الأعداد السحرية المعروفة، وذلك لما لهذه الأنوية من أهمية خاصة في فهم البناء النووي نظراً لاستقرارها المُرتفع، وكونها تُمثل الحدود الفاصلة بين مناطق البنية النووية المُختلفة، لذا تُعتبر مرجعاً مناسباً لدراسة تأثير نيوكليونات التكافؤ على طاقات الإثارة. ويهدف تقييم دقة النموذج المُستخدم في وصف هذه النوى تم استخدام متوسط الانحراف المطلق بوصفه أداة لقياس مستوى الدقة بين القيم النظرية والقيم التجريبية.

أجريت الحسابات في هذا البحث باستخدام برنامج MATLAB من خلال كود حاسوبي خاص تم تصميمه وتطويره لهذا الغرض. اعتمد الكود على تطبيق العلاقات التحليلية المستخلصة من النموذج الطبقي مع كمون دلتا السطحي المعدل لحساب طاقات الإثارة النووية، دون اللجوء إلى الحل العددي لمسألة القيم الذاتية.

استُخدم البرنامج لتنفيذ العمليات الحسابية المتكررة، ومعالجة المعطيات التجريبية، وتطبيق طريقة التربيعة الصغرى لتعيين ثوابت كمون دلتا السطحي المعدل عبر تقليل متوسط الانحراف المطلق بين النتائج النظرية والبيانات التجريبية. ورسم الأشكال المناسبة، وقد أتاح هذا الأسلوب تسريع الحسابات وتقليل الأخطاء العددية وضمان دقة النتائج.

الجزء النظري:

1- النموذج الطبقي:

يُعدُّ النموذج الطبقي من أهمِّ النماذج النووية التي حققت نجاحاً ملحوظاً في وصف وحساب السويات الطاقية وكيفية توزع النيكلونات عليها وتحديد العزوم النووية والنوعية لغالبية النوى الذرية وخصوصاً النوى القريبة من النوى السحرية. يتعامل هذا النموذج الذي وُضع من قبل Jensen و Mayer عام 1948 مع النواة على أنها منظومة مكوّنة من A نيوكليون يخضع كلٌّ منها لحقلٍ متوسط مركزي ناتج عن باقي النيوكليونات، ويفترض أنَّ النيكلونات التكافؤية تتحرك كجسيماتٍ مُستقلةٍ في مجال متوسط يُولِّده القلب المغلق [9].

تتوزع النيوكليونات في هذا النموذج على سوياتٍ طاقيةٍ مُحددةٍ بقواعد ميكانيك الكم ومبدأ الاستبعاد لبولي، وكلُّ سويةٍ تتسعُ لعددٍ مُحددٍ من النيوكليونات، وتتسكَّل لدينا طبقة مُغلقة وفقاً للسعة العظمى لعدد النيوكليونات التي تصل إليها كل سوية، ويتحقق ذلك عندما يكون عدد النيوكليونات مساوياً لأحد الأعداد السحرية، فعندما يكون كلُّ من نوعي النيوكليونات (البروتونات والنيوترونات) مساوياً لأحد الأعداد السحرية يتسكَّل لدينا نواة تمتلك عزماً زاوياً كلياً معدوماً ونوعية موجبة وتُسمى هذه النواة بالقلب المغلق.

تخضع نيوكليونات التكافؤ لحقلٍ مركزيٍ ناتجٍ عن هذا القلب المغلق. ويتمُّ التعامل مع أية نواة وفقاً لهذا النموذج كمنظومة مكوّنة من مجموعة من نيوكليونات التكافؤ يخضع كلٌّ منها لحقل ناتجٍ عن هذا القلب المغلق، ويُعطى الهاملتوني الكلي للنواة على النحو التالي [5]:

$$\hat{H} | \Psi \rangle = E | \Psi \rangle \quad (1)$$

حيثُ Ψ هو التابع الموجي الكلي الذي يصف حالة نواة مؤلفة من A نيوكليون و \hat{H} هو الهاملتوني الكلي للمنظومة والمكوّن من حدٍ يمثّل مجموع الطاقات الحركية لنيوكليونات المنظومة، وحد آخر ينتج من التأثيرات المتبادلة بين كل جسيمين من هذه النيوكليونات، ويُعطى هذا الهاملتوني بالشكل التالي:

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^A \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_i \right) + \sum_{i < j=1}^A W(i, j) \quad (2)$$

يُمكن كتابة الهاملتوني السابق بإضافة وطرح الكمون الذي يخضع له الجسيم المُفرد، والذي يأخذ الصيغة

$$\sum_{i=1}^A U(i)$$

بالشكل التالي:

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^A \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_i + U(i) \right] + \sum_{i < j=1}^A W(i, j) - \sum_{i=1}^A U(i) = \hat{H}^{(0)} + \hat{H}^{(1)} \quad (3)$$

حيثُ $\hat{H}^{(0)}$ هو الهاملتوني الصفري (يُسمى أحياناً بهاملتوني الحالة المُستقرة)، الذي يوافق مجموع مؤثرات هاملتونيات النيوكليونات المُفردة على النحو:

$$\hat{H}^{(0)} = \sum_{i=1}^A \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_i + U(i) \right] \equiv \sum_{i=1}^A \hat{h}(i) \quad (4)$$

$\hat{H}^{(1)}$ هو هاملتوني يُشار إليه بالكُمون المُتَبقي، والمُكوّن من حد التآثير المُتبادل بين كل جسيمين مَطروحاً منه حد كمون مركزي $\sum_{i=1}^A U(i)$ ويكتب بالشكل:

$$\hat{H}^{(1)} = \sum_{i < j=1}^A W(i, j) - \sum_{i=1}^A U(i) \equiv \hat{V} \quad (5)$$

ويُنشر التابع الموجي الكلي للنواة Ψ بدلالة التوابع $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \dots$ كما يلي:

$$|\Psi\rangle = \sum_{k=1}^N a_k |\Phi_k\rangle \quad (6)$$

حيث $|\Phi\rangle = |\bar{n}_1 \ell_{1j_1} \bar{n}_2 \ell_{2j_2} \bar{n}_3 \ell_{3j_3} \dots, J\rangle$ و a_k تمثل سعة التابع $|\Phi_k\rangle$ ، حيث $\sum_{k=1}^N a_k^2 = 1$ و N عدد التشكيلات النيوكليونية، وبالتالي تكتب معادلة شرودنغر بالشكل التالي:

$$\hat{H} \sum_{k=1}^N a_k |\Phi_k\rangle = E \sum_{k=1}^N a_k |\Phi_k\rangle \quad (7)$$

وبضرب طرفي العلاقة السابقة بالتابع $\langle \Phi_L |$ من اليسار نحصل على التالي:

$$\sum_{k=1}^N a_k \langle \Phi_L | \hat{H} | \Phi_k \rangle = E \sum_{k=1}^N a_k \langle \Phi_L | \Phi_k \rangle \quad (8)$$

$$\sum_{k=1}^N H_{Lk} a_{\Gamma k} = E a_L \quad (9)$$

$$H_{Lk} \equiv \langle \Phi_L | \hat{H} | \Phi_k \rangle = E_k^{(0)} \delta_{Lk} + H_{Lk}^{(1)} \quad (10)$$

$$H_{Lk}^{(1)} = \langle \Phi_L | \hat{H}^{(1)} | \Phi_k \rangle \quad (11)$$

يُسمى H_{Lk} عنصر مصفوفة الهاملتوني الكلي \hat{H} و $H_{Lk}^{(1)}$ يُسمى عنصر مصفوفة مؤثر التفاعل المُتَبقي $\hat{H}^{(1)}$. من الواضح بأنّه عندما يكون عدد النيوكلونات كبيراً فإنّ المصفوفة الهاملتوني الكلي \hat{H} تصبح كبيرة جداً، لذا نلجأ لتقريب فضاء التكافؤ [6]، الذي يفترض وجود قلب مُغلق هو أقرب نواة مُضاعفة السحريّة للنواة المدروسة، وبالتالي تقتصر الدراسة على نيوكلونات التكافؤ فقط بدلاً من أن تكون بين جميع النيوكلونات، حيث تتبادل نيوكلونات التكافؤ هذه التأثير فيما بينها عبر الكُمون المُتَبقي، ففي إطار النموذج الطبقي، يعتمد توصيف نيوكليونات التكافؤ على موقعها بالنسبة إلى القلب المغلق. فعندما تضاف نيوكليونات فوق قلب معين، فإنّها تُعامل كجسيمات (Particles) تتحرك في المدارات المتاحة خارج القلب المغلق. أمّا في الحالات التي يكون فيها القلب المغلق أكبر من النواة المدروسة، فإنّ النيوكليونات تكون غير الموجودة في المدار المكتمل وتعامل على أنها ثُقوب (Holes) ضمن ذلك المدار.

ويترتب على هذا التوصيف اختلاف الصياغة الرياضية للهاملتوني الفعّال، ولاسيما فيما يتعلق بإشارات طاقات النيوكليون المفرد، ومساهمات التفاعل المتبقي.

يتألف فضاء التكافؤ من جميع السويّات المُحتملة؛ أي الحالات الطاقية المسموح بها كوانتياً والتي يُمكن أن تأخذها النيوكلونات. وتُعتبر السويّات الأدنى من فراغ التكافؤ والمُملوءة بعددٍ سحري من النيوكلونات مداراتٍ مُغلقة لا تُساهم بالإثارة، وتُسمى بالقلب المُغلق.

في حال كون النواة تمتلك نيوكليوني تكافؤ خارج القلب المغلق (جسيمين أو ثقبين)، تصبح العلاقة (10) بالشكل التالي:

$$E(Cab) = E(C) \pm \varepsilon_a \pm \varepsilon_b + \langle ab | V | ab \rangle \quad (12)$$

$E(C)$ طاقة القلب المغلق، ε طاقة النيوكليون المفرد، حيث تشير إشارة (+) لكون نيوكليون التكافؤ جسيم، أما

إشارة (-) تشير لكون النيوكليون المفرد ثقب، $\langle ab | V | ab \rangle$ مصفوفة التفاعل المتبقي بين نيوكليوني التكافؤ.

2- كمون دلتا السطحي المعدل:

يُعدُّ توصيف التفاعل المتبقي بين النيوكليونات التكافؤية من القضايا الهامة في تطبيقات النموذج الطبقي.

طوّرت عبر العقود عدّة صيغ فعّالة لهذا التفاعل المتبقي، ومن بين هذه الصيغ ظهرَ كمون دلتا السطحي المعدل Modified Surface Delta Interaction كخيارٍ مُبسّط وفعال في الوقت ذاته، حيثُ يقوم هذا الكمون على

فرضية أنّ التفاعلات بين النيوكليونات تتركز عند سطح النواة، كما أنّ له طبيعة قصيرة المدى (مشابهة لدالة دلتا δ).

أفترض هذا الشكل من الكمون في عام 1967 من قبل Glaudesmans وآخرون [10]، والذي يعتمد على مبدأ

باولي الذي يمنع حدوث التصادمات في السويات المكتملة ويسمح للتصادمات أن تحدث بشكلٍ أساسي على سطح

المادة النووية (في سويات التكافؤ). ويصنّف هذا الكمون من الكمونات التخطيطية القابلة للفصل، مما يُتيح

الحصول على حلّ تحليلي لمعادلة شرودينغر، مع إمكانية الفصل بين الكمون المركزي والكمون المرتبط

بالأيزوسبين، كما يمتاز هذا الكمون بقدرته على وصف سويات الإثارة في النوى التي تمتلك نيوكليوني تكافؤ بدقة

جيدة، مما يجعله أداةً مهمّةً للمقارنة بين الحسابات النظرية والنتائج التجريبية. تأخذ مصفوفة العناصر للتفاعل

المتبقي لهذا الكمون الصيغة التالية [11]:

$$V_{ab} [MSDI] = -4\pi A_T \delta(\Omega_{ab}) \delta(r_a - R) \delta(r_b - R) + B_T \tau_a \tau_b \quad (13)$$

تمثّل Ω_{ab} الإحداثيات الزاوية للنيوكليونين المتفاعلين و A_T , B_T هما ثابتان يمثّلان مساهمة كلاً من حدي الكمون،

وتُحدد قيمتهما بطريقة التربيعات الصغرى و r_a, r_b هي إحداثيات الموضع للنيوكليونين المتفاعلين و R هو نصف

القطر النووي و τ_a, τ_b هما مؤثرا باولي الأيزوسبيني للنيوكليونين المتفاعلين، وتُحسب القيمة المتوقعة لهما

من العلاقة المعروفة للأيزوسبين الكلي T الذي يساوي المحصلة المتجهائية لأيزوسبين كلٍ من النيوكليونين

المتفاعلين كما يلي $\vec{T} = \vec{t}_a + \vec{t}_b$. تكتب مصفوفة التفاعل المتبقي لكمون دلتا السطحي المعدل كما يلي [10]:

$$\langle j_a j_b, JT | V_{MSDI} | j_c j_d, JT \rangle_{JT} = \frac{A_T}{2(2J+1)} \left[\frac{(2j_a+1)(2j_b+1)(2j_c+1)(2j_d+1)}{(1+\delta_{ab})(1+\delta_{cd})} \right]^{\frac{1}{2}} \{ (-1)^{\ell_a+\ell_c+j_b+j_d} \left\langle j_b - \frac{1}{2} j_a \frac{1}{2} \middle| J0 \right\rangle \}$$

$$\left\langle j_d - \frac{1}{2} j_c \frac{1}{2} \middle| J0 \right\rangle [1 - (-1)^{\ell_c+\ell_d+J+T}] - \left\langle j_b - \frac{1}{2} j_a \frac{1}{2} \middle| J1 \right\rangle \left\langle j_d - \frac{1}{2} j_c \frac{1}{2} \middle| J1 \right\rangle [1 + (-1)^T] \} + B_T [2T(T+1) - 3] \delta_{ac} \delta_{bd} \quad (14)$$

حيثُ j_a, j_b : عزما النيوكليونين اللذين يتبادلان التأثير فيما بينهما الأوّل والثاني على الترتيب في الحالة

الابتدائية (قبل التفاعل) j_c, j_d : عزما النيوكليونين اللذين يتبادلان التأثير فيما بينهما الأوّل والثاني على الترتيب

في الحالة النهائية (بعد التفاعل).

تُسمى التشكيلة النيوكلونية بالتشكيلة النقيّة في حال بقاء نيوكليوني التكافؤ في نفس السوية قبل التفاعل وبعده،

فتؤول المعادلة السابقة إلى الشكل التالي:

$$\langle j_a j_b, JT | V_{MSDI} | j_a j_b, JT \rangle_{JT} = -A_T \frac{(2j_a + 1)(2j_b + 1)}{2(2J + 1)(1 + \delta_{ab})} \left\{ \left\langle j_a \frac{1}{2} j_b - \frac{1}{2} \middle| J0 \right\rangle^2 [1 - (-1)^{\ell_a + \ell_b + J + T}] + \left\langle j_a \frac{1}{2} j_b \frac{1}{2} \middle| J1 \right\rangle^2 [1 + (-1)^T] \right\} + B_T [2T(T + 1) - 3] \quad (15)$$

هناك طرق عديدة لحساب قيم ثابتي كمون دلتا السطحي المعدل أشهرها طريقة التريعات الصغرى.

3- طريقة التريعات الصغرى:

تُعتبر طريقة التريعات الصغرى طريقة قياسية (معيارية) من أجل إيجاد الحل لمجموعة معادلات تمتلك أكثر من مجهول. وهذا يتيح استخدام هذه الطريقة لتحديد قيم الثوابت في الصيغ النظرية عن طريق تناسبها (مطابقتها) مع القيم التجريبية. يكون التناسب أفضل ما يمكن عندما يكون مجموع مربعات الفروق بين القيم التجريبية والنظرية أصغرياً، كما يلي [12]:

$$S = \sum_i (y_i - f(x_i))^2 \quad (16)$$

حيث $f(x_i) = \sum_{k=0}^{k=j} a_k x_i^k$ هو كثير الحدود و a_k هي ثوابت كثير الحدود، وبما أن الدالة S تابعة لعدة متحولات، فإنها تبلغ قيمة عظمى محلية في النقطة التي تتعدم فيها جميع مشتقاتها الجزئية من المرتبة الأولى، أي عندما تتحقق المعادلات التالية:

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = 0, \frac{\partial S}{\partial a_1} = 0, \frac{\partial S}{\partial a_2} = 0, \dots, \frac{\partial S}{\partial a_k} = 0 \quad (17)$$

تُرَبَّب هذه الجملة من المعادلات والتي عدد مجاهيلها يساوي عدد معادلاتها بالشكل المصفوفي التالي:

$$\begin{bmatrix} n & \sum x_i & \sum x_i^2 & \dots & \sum x_i^j \\ \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \dots & \sum x_i^{j+1} \\ \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \sum x_i^4 & \dots & \sum x_i^{j+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum x_i^j & \sum x_i^{j+1} & \sum x_i^{j+2} & \dots & \sum x_i^{2j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum (x_i y_i) \\ \sum (x_i^2 y_i) \\ \vdots \\ \sum (x_i^j y_i) \end{bmatrix} \quad (18)$$

وبحل جملة هذه المعادلات نحصل على قيم الثوابت $a_0, a_1, a_2, \dots, a_j$

النتائج والمناقشة:

لحساب قيمة ثابتي كمون دلتا السطحي المعدل A_T و B_T سنستخدم طريقة التريعات الصغرى، في هذه الطريقة يكون التناسب بين القيم المحسوبة نظرياً لكمون دلتا السطحي المعدل والقيم التجريبية أفضل ما يمكن عندما يكون مجموع مربعات الفروق بين القيم التجريبية والنظرية أصغرياً، كما يلي:

$$S = \sum_i \left(y_i - \langle j_a j_b, JT | V_{MSDI} | j_c j_d, JT \rangle_{JT} \right)^2 \quad (19)$$

حيث y_i هي القيم التجريبية للتفاعل المتبقي بين نيوكليوني التكافؤ والمحصول عليها من العلاقة (12)، حيث استخدمنا القيم التجريبية لطاقة القلب المغلق للنوى المدروسة ولطاقات النيوكليون المفرد لكل سوية من هذه

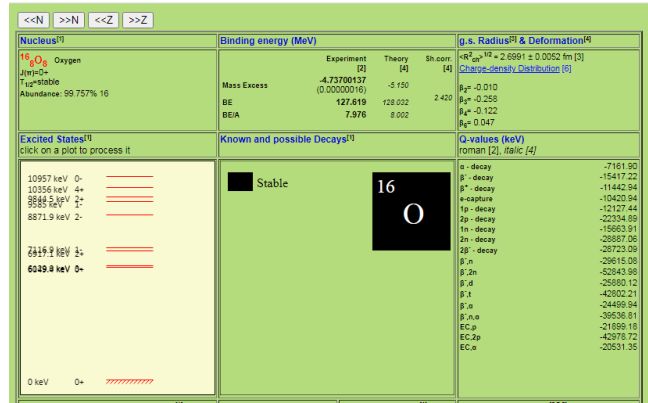
النوى [13,14] والمُعطاة وفقاً للجدول 1. ويظهر في الشكل (1) صورة لواجهة البرنامج NRV لتوضيح طاقة أول قلب مغلق قمنا بدراسته وهو القلب المغلق $^{16}_8O$ حيث تحسب طاقات الجسيمات المفردة من الفرق بين نواة القلب المغلق والنواة التي تحتوي نيوكليون إضافي، وطاقات الثقوب المفردة من الفرق بين القلب المغلق والنواة التي تحتوي نيوكليون ناقص [13].

بما أن الدالة S المُعطاة بالعلاقة (19) تابعة لمتحولين، فإنها تبلغ قيمةً عظيمةً محلّيةً في النقطة التي نتعدّم فيها جميع مشتقاتها الجزئية من المرتبة الأولى، أي عندما تتحقق المعادلتان التاليتان:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial A_T} &= -2 \sum_i A_T \left(y_i - \langle J_a J_b, JT | V_{MSDU} | J_c J_d, JT \rangle_{JT} \right)^2 = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial B_T} &= -2 \sum_i B_T \left(y_i - \langle J_a J_b, JT | V_{MSDU} | J_c J_d, JT \rangle_{JT} \right)^2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

الجدول 1 : قيم طاقة القلب المغلق مع قيم طاقات النيوكليون المفرد التجريبية للنوى المدروسة [13,14]

طاقة القلب المغلق (MeV)	النواة المدروسة	نيوكليونات التكافؤ	طاقة نيوكليون التكافؤ (MeV)	طاقة القلب المغلق (MeV)	النواة المدروسة	نيوكليونات التكافؤ	طاقة نيوكليون التكافؤ (MeV)
$E(^{16}_8O) = 127.619$	$^{18}_8O$	جسيمان من النيوترونات	-4.14	$(^{100}_{50}Sn) = 825.863$	$^{102}_{50}Sn$	جسيمان من النيوترونات	-11.15
	$^{18}_{10}Ne$	جسيمان من البروتونات	-0.60		$^{102}_{52}Te$	جسيمان من البروتونات	-3.00
	$^{14}_8O$	ثقبان من النيوترونات	-21.84		$^{98}_{50}Sn$	ثقبان من النيوترونات	-17.93
	$^{14}_6C$	ثقبان من البروتونات	-18.40		$^{98}_{48}Cd$	ثقبان من البروتونات	-2.92
$E(^{40}_{20}Ca) = 342.052$	$^{42}_{20}Ca$	جسيمان من النيوترونات	-8.36	$(^{132}_{50}Sn) = 1102.944$	$^{134}_{50}Sn$	جسيمان من النيوترونات	-2.45
	$^{42}_{22}Ti$	جسيمان من البروتونات	-1.09		$^{134}_{52}Te$	جسيمان من البروتونات	-9.65
	$^{38}_{20}Ca$	ثقبان من النيوترونات	-15.64		$^{130}_{50}Sn$	ثقبان من النيوترونات	-7.63
	$^{38}_{18}Ar$	ثقبان من البروتونات	-8.33		$^{130}_{48}Cd$	ثقبان من البروتونات	-15.78
$E(^{56}_{28}Ni) = 483.992$	$^{58}_{28}Ni$	جسيمان من النيوترونات	-10.25	$(^{208}_{82}Pb) = 1636.430$	$^{210}_{82}Pb$	جسيمان من النيوترونات	-3.94
	$^{58}_{30}Zn$	جسيمان من البروتونات	-0.74		$^{210}_{84}Po$	جسيمان من البروتونات	-3.80
	$^{54}_{28}Ni$	ثقبان من النيوترونات	-16.65		$^{206}_{82}Pb$	ثقبان من النيوترونات	-7.94
	$^{54}_{26}Fe$	ثقبان من البروتونات	-7.16		$^{206}_{80}Hg$	ثقبان من البروتونات	-9.36



الشكل (1): واجهة البرنامج NRV من أجل نواة $^{16}_8O$ [13]

تُرثب هذه الجملة من المعادلات والتي عدد مجاهايلها يساوي عدد معادلاتها بالشكل المصفوفي التالي:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_T \\ B_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

وبالتالي يُمكن الحصول على مصفوفة الثوابت $M = \begin{bmatrix} A_T \\ B_T \end{bmatrix}$ عن طريق حساب المصفوفة المقلوبة للمصفوفة C ،

بالشكل التالي:

$$M = C^{-1} \cdot D \quad (22)$$

من حساب مصفوفة الثوابت M نحصل على قيمة ثابتي كمون دلتا السطحي المعدل، والتي تظهر قيمها لكل نواة مدروسة في الجدول 2.

الجدول 2: قيمة ثابتي كمون دلتا السطحي المعدل للنوى المدروسة

القلب المغلق	النواة المدروسة	A_T	B_T	القلب المغلق	النواة المدروسة	A_T	B_T
$^{16}_8O$	$^{18}_8O$	1.307	0.100	$^{100}_{50}Sn$	$^{102}_{50}Sn$	0.725	0.100
	$^{18}_{10}Ne$	1.036	0.100		$^{102}_{52}Te$	-0.270	0.491
	$^{14}_8O$	4.83	2.500		$^{98}_{50}Sn$	0.368	-8.892
	$^{14}_6C$	-4.386	1.600		$^{98}_{48}Cd$	5.211	15.685
$^{40}_{20}Ca$	$^{42}_{20}Ca$	0.779	0.100	$^{132}_{50}Sn$	$^{134}_{50}Sn$	-0.280	8.653
	$^{42}_{22}Ti$	0.99	0.100		$^{134}_{52}Te$	-0.413	1.989
	$^{38}_{20}Ca$	-2.105	-1.423		$^{130}_{50}Sn$	-0.270	2.90
	$^{38}_{18}Ar$	-2.385	-1.779		$^{130}_{48}Cd$	0.320	3.166
$^{56}_{28}Ni$	$^{58}_{28}Ni$	0.909	3.781	$^{208}_{82}Pb$	$^{210}_{82}Pb$	-0.21	1.971
	$^{58}_{30}Zn$	0.92	0.100		$^{210}_{84}Po$	-0.310	2.638
	$^{54}_{28}Ni$	0.741	0.100		$^{206}_{82}Pb$	0.34	2.00
	$^{54}_{26}Fe$	-0.45	0.690		$^{206}_{80}Hg$	0.235	1.90

لحساب قيم السويات الطاقة لهذه النوى نحسب أولاً قيم عناصر مصفوفة التفاعل المتبقي المُعطاة في العلاقة (15)، وذلك بعد تعويض قيمة ثابتي الكمون A_T و B_T لكل نواة من الجدول 2، تظهر قيم مصفوفة التفاعل المتبقي الموافقة للعزوم الزاوية الكلية $J^\pi = 0^+ J^\pi = 2^+ J^\pi = 4^+$ للنوى المدروسة الزوجية - زوجية في الجدول (3).

الجدول 3: قيم مصفوفة التفاعل المتبقي الموافقة للعزوم الزاوية الكلية $J^\pi = 0^+ J^\pi = 2^+ J^\pi = 4^+$ و $J^\pi = 4^+$ للنوى المدروسة الزوجية - زوجية.

القلب المغلق	النواة المدروسة	$\langle j_a j_b \nu j_c j_d \rangle_{0^+}$	$\langle j_a j_b \nu j_c j_d \rangle_{2^+}$	$\langle j_a j_b \nu j_c j_d \rangle_{4^+}$	القلب المغلق	النواة المدروسة	$\langle j_a j_b \nu j_c j_d \rangle_{0^+}$	$\langle j_a j_b \nu j_c j_d \rangle_{2^+}$	$\langle j_a j_b \nu j_c j_d \rangle_{4^+}$
$^{16}_8O$	$^{18}_8O$	-3.821	-0.796	-0.273	$^{100}_{50}Sn$	$^{102}_{50}Sn$	-2.075	-0.397	-0.107
	$^{18}_{10}Ne$	-3.008	-0.61	-0.196		$^{102}_{52}Te$	1.301	-0.397	-0.107
	$^{14}_8O$	-7.16	0.568		$^{98}_{50}Sn$	-10.732	-9.338	-9.124
	$^{14}_6C$	-7.172	-0.156		$^{98}_{48}Cd$	-10.37	9.369	12.405
$^{40}_{20}Ca$	$^{42}_{20}Ca$	-3.016	-0.642	-0.264	$^{132}_{50}Sn$	$^{134}_{50}Sn$	9.773	8.92	8.784
	$^{42}_{22}Ti$	-3.86	-0.842	-0.362		$^{134}_{52}Te$	3.641	2.382	2.182
	$^{38}_{20}Ca$	2.787	-0.581	-0.439		$^{130}_{50}Sn$	4.520	3.296	3.111
	$^{38}_{18}Ar$	2.991	-0.825	-0.664		$^{130}_{48}Cd$	1.566	2.778	2.965
$^{56}_{28}Ni$	$^{58}_{28}Ni$	1.963	3.417	3.521	$^{208}_{82}Pb$	$^{210}_{82}Pb$	3.02	2.225	2.103
	$^{58}_{30}Zn$	-1.739	-0.267	-0.162		$^{210}_{84}Po$	4.188	3.014	2.833
	$^{54}_{28}Ni$	12.659	9.971	9.543		$^{206}_{82}Pb$	0.98	1.767	1.903
	$^{54}_{26}Fe$	2.490	1.119	0.900		$^{206}_{80}Hg$	0.49	1.555	1.716

وبتعويض قيمة مصفوفة التفاعل المتبقي من أجل كل نواة في العلاقة (12)، وذلك بعد تعويض قيمة طاقة القلب المغلق الموافق للنواة المدروسة مع قيمة طاقة الجسيم المفرد المُعطاة في الجدول 1، فنحصل على قيم السويات الطاقة الموافقة لقيمة العزم الزاوي الكلي. وتظهر قيم السويات الطاقة المحسوبة والموافقة للعزوم الزاوية الكلية $J^\pi = 0^+ J^\pi = 2^+ J^\pi = 4^+$ للنوى المدروسة الزوجية - زوجية في الجدول (4). وبأخذ قيم سويات الطاقة بالنسبة للحالة الأساسية نحصل على قيم طاقات الإثارة لكل نواة مدروسة، والتي تُظهر ضمن الجدول 5.

الجدول 4: قيم السويات الطاقية المحسوبة والموافقة للعزوم الزاوية الكلية $J^\pi = 0^+$ و $J^\pi = 2^+$ و $J^\pi = 4^+$ للنوى المدروسة الزوجية - زوجية

القلب المغلق	النواة المدروسة	$E_{J^\pi=0^+}^{cal}$	$E_{J^\pi=2^+}^{cal}$	$E_{J^\pi=4^+}^{cal}$	القلب المغلق	النواة المدروسة	$E_{J^\pi=0^+}^{cal}$	$E_{J^\pi=2^+}^{cal}$	$E_{J^\pi=4^+}^{cal}$
$^{16}_8O$	$^{18}_8O$	115.518	118.543	119.066	$^{100}_{50}Sn$	$^{102}_{50}Sn$	801.488	803.165	803.456
	$^{18}_{10}Ne$	123.411	125.809	126.223		$^{102}_{52}Te$	833.434	832.611	832.48
	$^{14}_8O$	83.939	90.531		$^{98}_{50}Sn$	779.271	780.665	780.879
	$^{14}_6C$	90.819	97.836		$^{98}_{48}Cd$	820.023	821.727	821.990
$^{40}_{20}Ca$	$^{42}_{20}Ca$	322.316	324.69	325.068	$^{132}_{50}Sn$	$^{134}_{50}Sn$	1107.817	1106.963	1106.828
	$^{42}_{22}Ti$	339.872	342.163	342.509		$^{134}_{52}Te$	1087.285	1086.026	1085.826
	$^{38}_{20}Ca$	310.772	312.978	312.737		$^{130}_{50}Sn$	1092.684	1091.460	1091.275
	$^{38}_{18}Ar$	325.392	327.558	326.285		$^{130}_{48}Cd$	1072.95	1074.162	1074.349
$^{56}_{28}Ni$	$^{58}_{28}Ni$	506.455	507.909	508.013	$^{208}_{82}Pb$	$^{210}_{82}Pb$	1628.550	1629.315	1629.468
	$^{58}_{30}Zn$	482.512	484.641	485.009		$^{210}_{84}Po$	1633.018	1631.844	1631.663
	$^{54}_{28}Ni$	450.692	452.389	452.659		$^{206}_{82}Pb$	1621.53	1622.317	1622.453
	$^{54}_{26}Fe$	472.162	470.790	470.572		$^{206}_{80}Hg$	1618.2	1619.264	1619.426

تم اختيار السويات ذات العزم الكلي والنوعية $J^\pi = 2^+$ و $J^\pi = 4^+$ كونها تمثل أولى سويات الإثارة بعد السوية الأرضية $J^\pi = 0^+$ ، لذا فهي تعكس مدى دقة التفاعل النووي بين النيوكليونات، إضافة لكونها تُعد أكثر السويات الطاقية استقراراً ووضوحاً تجريبياً، لذا تُستخدم عادةً لاختبار النماذج النظرية ولتحديد البنية الداخلية للنواة، مما يجعلها مرجعاً قياسياً للمقارنة بين النتائج النظرية المحسوبة والبيانات التجريبية [15].

تظهر قيم طاقات الإثارة المحسوبة والموافقة للعزوم الزاوية الكلية $J^\pi = 2^+$ و $J^\pi = 4^+$ في العمودين الثالث والسادس على التوالي ضمن الجدول 5. كما تظهر مقارنةً لقيم طاقات الإثارة والموافقة للعزوم الزاوية الكلية $J^\pi = 2^+$ و $J^\pi = 4^+$ للنوى المدروسة مع القيم التجريبية وفقاً للنواة المرجعية لها (القلب المغلق) [14] في الشكل 2، حيث تُظهر النتائج توافقاً واضحاً مع البيانات التجريبية عبر مناطق مختلفة من الأعداد الكتلية. ورغم وجود انحرافات في بعض النوى، إلا أن الاتجاه العام يُشير إلى قدرة الكمون المستخدم على التعامل بفعالية مع كل من حالات الجسيمات والنقوب.

الجدول 5: قيم طاقات الإثارة المحسوبة والموافقة للعزوم الزاوية الكلية $J^\pi = 2^+$ و $J^\pi = 4^+$ مقارنةً مع القيم التجريبية

القلب المغلق	النواة المدروسة	$E_{2^+}^{cal}$	$E_{2^+}^{exp}$	ΔE_{2^+}	$E_{4^+}^{cal}$	$E_{4^+}^{exp}$	ΔE_{4^+}
$^{16}_8O$	$^{18}_8O$	3.025	1.982	1.043	3.548	3.550	0.002
	$^{18}_{10}Ne$	2.398	1.887	0.511	2.812	3.376	0.480
	$^{14}_8O$	6.592	6.590	0.002	---	9.915	---
	$^{14}_6C$	7.017	7.012	0.005	---	---	---
$^{40}_{20}Ca$	$^{42}_{20}Ca$	2.374	1.524	0.850	2.752	2.752	0.00
	$^{42}_{22}Ti$	2.291	1.554	0.737	2.687	2.676	0.011
	$^{38}_{20}Ca$	2.206	2.206	0.00	1.965	---	---
	$^{38}_{18}Ar$	2.166	2.167	0.001	1.893	---	---
$^{56}_{28}Ni$	$^{58}_{28}Ni$	1.454	1.454	0.00	1.558	2.459	0.901
	$^{58}_{30}Zn$	2.129	1.356	0.773	2.497	2.499	0.002
	$^{54}_{28}Ni$	2.258	1.392	0.866	2.618	2.619	0.001
	$^{54}_{26}Fe$	1.371	1.408	0.037	1.590	2.538	0.948
$^{100}_{50}Sn$	$^{102}_{50}Sn$	1.6779	1.472	0.206	1.967	1.970	0.001
	$^{102}_{52}Te$	0.824	---	---	0.955	---	---
	$^{98}_{50}Sn$	1.394	1.350	0.044	1.608	2.450	0.842
	$^{98}_{48}Cd$	1.704	1.001	0.703	1.967	2.015	0.048
$^{132}_{50}Sn$	$^{134}_{50}Sn$	0.855	0.726	0.129	1.00	1.073	0.073
	$^{134}_{52}Te$	1.259	1.279	0.020	1.459	1.576	0.117
	$^{130}_{50}Sn$	1.223	1.212	0.011	1.410	1.997	0.587
	$^{130}_{48}Cd$	1.212	1.220	0.008	1.40	2.00	0.600
$^{208}_{82}Pb$	$^{210}_{82}Pb$	0.765	0.799	0.034	0.918	1.098	0.180
	$^{210}_{84}Po$	1.174	1.181	0.007	1.355	1.427	0.072
	$^{206}_{82}Pb$	0.787	0.803	0.016	0.923	1.684	0.761
	$^{206}_{80}Hg$	1.065	1.068	0.003	1.226	---	---

*تمثل حالات غير ممكنة نظرياً بناءً على قواعد اقتران العزوم الزاوية، حيث لا يمكن لسويتي الثقوب المفردة

$0p_{3/2}$ و $0p_{1/2}$ تكوين العزم الكلي $J^\pi = 4^+$ وفق قواعد اقتران العزوم الزاوية.

**تمثل قيم حالات طاقية (طاقات إثارة) غير محددة تجريبياً بعد وفقاً لقواعد البيانات المتوفرة حالياً.

تمَّ حساب قيم فروق الطاقة بينَ القيمِ المحسوبة نظرياً معَ القيمِ الموافقة تجريبياً $\Delta E_{J^\pi} = |E_{J^\pi}^{cal} - E_{J^\pi}^{exp}|$ لكلِّ سويةٍ طاقةٍ للنوى المدروسة، حيثُ تُظهرُ هذهِ القيمُ في العمود الخامس والعمود الثامن من الجدول 3 من أجل السوية ذات العزم الكلي والنوعية $J^\pi = 2^+$ و $J^\pi = 4^+$ على التوالي، وتمَّ حساب قيمة متوسط الانحراف المطلق بين جميع القيم المحسوبة نظرياً والقيم التجريبية الموافقة كما يلي:

$$MAD = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta E_i \quad (23)$$

حيثُ تُشيرُ N لعدد السويات لكل النوى المدروسة.

عند حساب قيمة متوسط الانحراف المطلق بينَ القيمِ النظرية والتجريبية للنوى المدروسة الزوجية - زوجية، وجدنا بأنَّ قيمتها هي $MAD = 0.2626$ MeV. تقعُ هذه القيمة للانحراف المطلق ضمنَ حدود الدقة الجيدة للنماذج النووية، حيثُ تشيرُ هذه القيمة إلى أداء جيد لكمون MSDI في وصف النوى الزوجية - زوجية المدروسة في كامل الطيف الكتلي. وتتوافق هذه الدقة معَ ما أورده دراسته سابقة منشورة استخدمت كمونات فعالة مختلفة، والتي تظهر في الجدول (6) الموضح فيه رقم المرجع والفضاء المستخدم للدراسة وقيمة متوسط الانحراف المطلق في المرجع المذكور MAD_{ref} وقيمة متوسط الانحراف المطلق في هذه الدراسة MAD_{your} وقيمة ΔMAD التي تحسب كما يلي:

$$\Delta MAD = MAD_{your} - MAD_{ref} \quad (24)$$

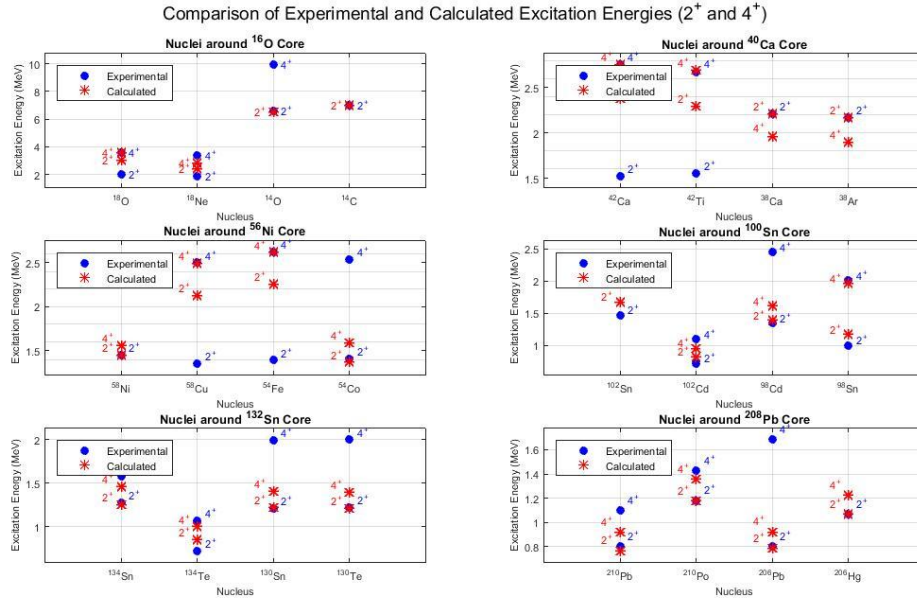
الجدول(6): جدول مقارنة قيم متوسط الانحراف المطلق بين هذه الدراسة والدراسات الأخرى

رقم المرجع	الكمون المستخدم	نطاق الدراسة	MAD_{ref} (MeV)	MAD_{your} (MeV)	ΔMAD (MeV)
[16]	USDB interaction	sd- shell	0.11	0.283	0.173
[17]	GXPFI1A interaction	fp- shell	0.16	0.283	0.123
[18]	Multi- shell interaction	sd- pf- shell	0.16→0.24	0.283	0.123→0.0430
[19]	sd- shell	USD	0.25- 0.3	0.283	0.0330→ -0.0170
[20]	sd- shell	Fitted 2 - body interaction after truncation	0.13	0.283	0.153

وتتوافق هذه الدقة معَ ما أورده دراسته سابقة استخدمت كمونات فعالة مختلفة، ففي الدراسة المذكورة في المرجع [16] التي قام بها كل من B.A.Brown and W.A.Richter عام 2006 كانت قيمة MAD حوالي 0.11MeV ويعود ذلك إلى استخدام التفاعل USDB الأكثر تعقيداً وضبطاً للبارامترات مقارنةً بكمون MSDI المستخدم في هذا العمل، إضافة إلى استخدام مجال محدد من النوى هو الفضاء sd- shell. بينما في الدراسة المذكورة في المرجع [17] التي قام بها Michio Honma, et.al. عام 2004 بلغت قيمة MAD حوالي 0.16 MeV، ويعزى ذلك لدقة تفاعل GXPFI1A في تمثيل الكمون المتبقي ما بين النيوكليونات ضمن الفضاء fp- shell مقارنة بكمون MSDI المبسط والمطبق على كامل المجال النووي في عملنا. أما في الدراسة المذكورة في المرجع [18] التي قام بها Tsunoda et.al. عام 2013 تراوحت قيمة MAD بين 0.16 MeV و 0.24 MeV، حيثُ استخدم الفضاء sd- pf- shell مع أخذ التأثيرات الجماعية وتأثيرات الاقتران للنيوكليونات بعين الاعتبار، ومع ذلك كانت قيمة MAD المستخدم في هذا العمل قريب من هذه الدراسة.

في الدراسة المذكورة في المرجع [19] التي قام بها كل من Brown and wildenthal عام 1988 كانت قيمة MAD بين 0.25 MeV و 0.3 MeV، حيث اعتمدت الدراسة على كمون USD مع ضبط البارامترات ضمن فضاء محدد هو الفضاء sd- shell والذي يؤدي إلى تحسين قيمة MAD، وبالرغم من ذلك كانت قيمة MAD في هذا العمل أفضل من القيمة المذكورة في هذه الدراسة.

وفي الدراسة المذكورة في المرجع [20] التي قام بها كل من Bertsch and johnson عام 2009 بلغت قيمة MAD حوالي 0.13 MeV، ويعود ذلك إلى استخدام تفاعلات ثنائية الجسيم بعد القطع وتعديلها بعناية عن طريق مطابقة أصغر المربعات مع النوى المدروسة لتوافق الفضاء sd-shell مما حسن قيمة MAD بشكل ملحوظ. تظهر الفروق بين نتائج هذا العمل والدراسات السابقة بشكل أساسي نتيجة لاختلاف طبيعة التفاعلات المطبقة والفضاء المستخدم للدراسة، حيث يوفّر كمون دلتا السطحي المعدل وصفاً أقل دقة مقارنة بالتفاعلات الفعالة المضبوطة مثل USDB و GXPF1A، إلا أنّ هذه التفاعلات تُعدّل بارامتراتها لتوافق فضاءاتٍ مُحددةٍ كفضاء sd- shell وفضاء fp- shell وتحتاج إلى حسابات مُعقدة وبرامج حاسوبية مُتطورة مقارنةً بكمون دلتا السطحي المعدل البسيط من حيث التطبيق والاستخدام على كامل مجال الطيف الكتلي.



الشكل 2: مقارنة بين القيم المحسوبة نظرياً والقيم التجريبية للسويات ذات العزم الكلي $J^\pi = 4^+$ و $J^\pi = 2^+$ للنوى المدروسة.

بناءً على هذه المقارنات تُظهر القيمة المحسوبة لدينا للانحراف المطلق دقّةً مُماثلة (وأحياناً أفضل قليلاً) من مُعظم الكمونات المُستخدمة. مما يُشير إلى أنّ كمون دلتا السطحي المعدل يَصِفُ بشكلٍ كافٍ سلوك النوى ذات نيوكليوني التكافؤ ضمن مجالٍ واسعٍ من النوى.

ووفقاً للجدول 3 تمّ توقُّع بعض قيم طاقات الإثارة الغير مُحددة تجريبياً بعد من أجل السوية ذات العزم الكلي والنوعية $J^\pi = 4^+$ و $J^\pi = 2^+$ لنواة ^{102}Te وهي $E_{2^+} = 0.824\text{MeV}$ و $E_{4^+} = 0.955\text{MeV}$ على الترتيب، وهذه القيمة النظرية تتفق مع القيم النظرية المتوقعة لمستويات الإثارة في نظائر التيلوريوم [21].

كما تمّ توقُّع بعض قيم طاقات الإثارة الغير مُحددة تجريبياً بعد من أجل السوية ذات العزم الكلي والنوعية $J^\pi = 4^+$ كطاقة الإثارة $E_{4^+} = 1.965\text{MeV}$ من أجل نواة ^{38}Ca وطاقة الإثارة $E_{4^+} = 1.893\text{MeV}$ من أجل نواة ^{38}Ar وطاقة الإثارة $E_{4^+} = 1.226\text{MeV}$ من أجل نواة ^{206}Hg .

الاستنتاجات والتوصيات:

تمّ حساب قيم طاقات الإثارة للسويتين $J^\pi = 2^+$ و $J^\pi = 4^+$ من أجل النوى الزوجية - زوجية، التي تمتلك نيوكليوني تكافؤ خارج وضمن القلب المغلق باستخدام النموذج الطبقي مع كمون دلتا السطحي المعدل، حيث تمّ تحديد قيم الثابتين A_T و B_T لهذا لكمون من أجل كل نواة مدروسة بشكل منفصل وذلك بطريقة التريعات الصغرى، وتمت مقارنة القيم النظرية المحسوبة مع أحدث البيانات التجريبية النووية المتوفرة.

اظهرت نتائج المقارنة أنّ متوسط الانحراف المطلق $\text{MAD}=0.283\text{ MeV}$. تُشير هذه القيمة إلى توافق جيد جداً بين النتائج النظرية والبيانات التجريبية، كما يدلُّ هذا التوافق على قدرة كمون دلتا السطحي المعدل على وصف التأثير المتبادل بين نيوكليونات التكافؤ بدقة جيدة. يتوافق مستوى الدقة هذا مع ما اورده دراسات سابقة استخدمت كمونات فعالة أخرى، كما تمّ توقُّع لبعض قيم سويات الإثارة الغير مُحددة تجريبياً بعد.

نعزي الفروقات الصغيرة المتبقية إلى التقريبات المستخدمة في النموذج الطبقي كتقريب فضاء التكافؤ الذي يفترض ثباتاً للقلب المغلق وعدم مشاركته في التأثيرات مع نيوكليونات التكافؤ، كما أنّ عدم أخذ خلط التشكيلات النيوكليونية بالاعتبار ساهم بهذه الفروقات، إذ أنّ حصر سويات التكافؤ فقط بسويات مُحددة أدى إلى عدم تمثيل مساهمة السويات النووية الأخرى في التابع الموجي الكلي، مما أدى إلى نقص في قيم طاقة الترابط النووي، والذي سبب انحرافاً طفيفاً في قيم طاقات الاثارة المحسوبة نظرية، إلا أنّ النتيجة الاجمالية تؤكد موثوقية النموذج المستخدم في اعطاء قيم سويات الاثارة بدقة جيّدة.

إنّ هذه المُعالجة النظرية تُساهم بزيادة المعلومات في الفيزياء النووية والتي يُمكن استخدامها في دراساتٍ أخرى، كما تزيد من معرفتنا لجميع النظائر من خلال تحديد سوياتها الطاقية.

References:

- [1] E.Yu. Penionzhkevich and S. M. Luk'yanov, "Nuclei near closed shells $N = 20$ and $N = 28$," *Physics of Particles and Nuclei*, vol. 37, no. March 2006, pp. 240–267, 2006
- [2] A. Taqi et al., "Particle-particle and hole-hole random phase approximation calculations for ^{42}Ca and ^{38}Ca nuclei," *Acta Physica Polonica B*, vol. 41, no.6, pp. 1327. 2010
- [3] D. Rowe and J. Wood, *Fundamentals of nuclear models: foundational models*, 1st ed. Singapore, World Scientific, 2010.
- [4] B.A. Alex Brown, "Shell-model description of nuclear isomers," *The European Physical Journal Special Topics*, vol. 233, no.5, pp. 893-902. 2024.
- [5] K Heyde, *The Nuclear Shell Model*, 1st ed. Berlin, Springer-Verlag, 1990.
- [6] J. Suhnen, *From Nucleons to Nucleus*, 1st ed, USA, Springer, 2005.
- [7] S. Ghorui and C. Praharaj, "Surface Delta interaction and properties of medium mass nuclei," *Proceedings of the DAE Symp. on Nucl. Phys*, vol.58, pp.230-231, 2013.

- [8] B.A Brown, "Lecture notes in nuclear structure physics,"* National Superconducting Cyclotron Laboratory*, vol.11, no.1834, pp. 1-290 ,2005.
- [9] T.Togashi., "Large-scale shell-model calculations for neutron-rich nuclei," *journal of Physics: G Nuclear and Particle Physics,vo.47,no.1,2020 * ,
- [10] A.Al-Sammaraie,"Study the nuclear Structure 42Ca,42Ti Mirror Nuclei by Applying the Nuclear Shell Model Using Modified Surface Delta Interaction", Eurasian Journal of Physics Chemistry and Mathematics,vol.18, pp.24-32, 2023
- [11] M.K.G.Al-Fahad,"Study of Nuclear Structure for 24Mg and 24Si Mirror Nuclei using Modified Surface Delta Interaction," Journal of Physics: Conference Series, vol.2701, no.1,pp. 012015,2024
- [12] I.Talmi,"Generalized Seniority and the Nuclear Shell Model", Nuclear Physics News,vol.32, no.1, pp.15-20, 2022
- [13] *NRV*, "nuclear map",[Online]. Available: <http://nrv.jinr.ru/nrv/>.
- [14] * National Nuclear Data Center*, "NNDC",[Online]. Available: <https://www.nndc.bnl.gov/>
- [15] T.Otsuka," Evolution of nuclear shell structure", Review of Modern Physics, vol.92, no.1, pp.015002,2020.
- [16] B.A. Brown and W. Richter, "New "USD" Hamiltonians for the sd shell," *Physical Review C*, vol.74, no. 3, pp. 034315. 2006.
- [17] M. Honma et al., "Shell-model description of neutron-rich pf-shell nuclei with a new effective interaction GXPF 1," *The European Physical Journal A-Hadrons and Nucle*, vol. 25, vol. 1, pp. 499-50, 2005
- [18] N.Tsunoda. et al. "Renormalization group approach to effective interactions for the shell model", Physical Review C, vol. 87 , no.3, p.p 0131304@,2013.
- [19] B.A. Brown and B.H. Wildenthal, "Status of the nuclear shell model," * Annual Review of Nuclear and Particle Science* vol. 38, no.1, pp. 29-66,. 1988.
- [20] G.F.Bertsch and C.W.Johnson, "Three-body interactions in the shell model", Physical Review C, vol.80, no.2, p.p 027302,2009.
- [21]- S. Das."Study of nuclear structure near shell clouser around 100Sn," Phd thesis,Homi Bhabha National Institute (HBNI), india, p.p 123-180,2015.