Developed formula for calculating the alpha decay half-lives of americium isotopes

Dr. Haisam Ibrahim Jbeli*
Majdalen Nizar Sarheel**

(Received 6 / 11 / 2024. Accepted 24 / 2 /2025)

□ ABSTRACT □

Americium (Am), an artificial element and therefore for which no standard atomic weight can be determined, most of its isotopes decay by emitting alpha particles. Like all artificial elements, Am has no known stable isotopes. As early as 1911, Geiger and Nuttall gave a linear relationship between the logarithm of the half-life and the energy of alpha decay, which was then called the Geiger–Nuttall law. In 1966, Viola–Seborg generalized the Geiger–Nuttall law and proposed the Viola–Seborg formula. The half-lives calculated for the preferred α decay of even–even nuclei by this formula agree well with experimental data. Royer's formula, one of the most popular generalizations, is widely used in calculating and predicting alpha decay half-lives.

We calculated the alpha decay half-lives of americium isotopes (Z = 95) with mass numbers ranging from 223 to 243, using a developed formula similar to Royer's formula. Our investigation used the Coulomb potential and the centrifugal potential resulting from the nuclear layer model to obtain the developed formula for calculating the half-lives of the unfavorable alpha decay of americium isotopes. Our calculations took into account the experimental values of Q_α(MeV). We analyzed the behavior of the angular momentum lm and its effect on the half-lives of unfavored alpha decays and also examined the effect of the presence of neutrons in subshells immediately following a subshell ending with a magic number. Based on this, we were able to calculate the half-lives of the unfavorable alpha decay of americium ($^{223-243}_{95}$Am) with a better standard deviation than that obtained by the Royer's formula and (Royer-am) improved formula.

Keywords: Unfavorable alpha decay, americium, centrifugal potential, orbital moment.

Copyright **:**Tishreen University journal-Syria, The authors retain the copyright under a CC BY-NC-SA 04

* **Professor, Department of Physics, Faculty of Science, Lattakia University, Lattakia, Syria.**
** **Postgraduate student (Master's) , Department of Physics, Faculty of Science, Lattakia University, Lattakia, Syria.**

صيغة مطورة لحساب أعمار النصف لتفكك ألفا لنظائر الأمرسيوم

د. هيثم إبراهيم جبيلي*
مجدلين نزار سرحيل**

(تاريخ الإيداع 6 / 11 / 2024. قُبِل للنشر في 24 / 2 /2025)

□ ملخّص □

الأمرسيوم (Am)، العنصر الصناعي وبالتالي لا يمكن تحديد وزن ذري قياسي له، تتفكك أغلبُ نظائره عن طريق إصدار جسيمات ألفا. مثل جميع العناصر الصناعية، ليس للعنصر السابق نظائر مستقرة معروفة. أعطى جيجر ونوتال، في وقت مبكر من عام 1911، العلاقة الخطية بين لوغاريتم عمر النصف وطاقة تفكك ألفا، والتي كانت تسمى آنذاك قانون جيجر ـ نوتال. وفي عام 1966، عمم فيولا ـ سيبورج قانون جيجر ـ نوتال واقترحا صيغة فيولا ـ سيبورج. تتوافق أعمار النصف المحسوبة لتفكك α المفضل للنوى الزوجية ـ الزوجية بواسطة هذه الصيغة جيداً مع البيانات التجريبية. وتُستخدم صيغ رويرـ باعتبارها واحدة من أكثر التعميمات شهرة، على نطاق واسع في حساب وتوقع أعمار النصف لتفكك ألفا.

قمنا بحساب أعمار النصف لتفكك ألفا لنظائر الأمرسيوم (Z = 95) بأعداد كتلية تتراوح من 223 إلى 243، باستخدام صيغة مطورة مماثلة لصيغ رويرـ. استخدم تحقيقنا جهد كولون وجهد الطرد المركزي الناتج عن نموذج الطبقات النووي للحصول على الصيغة المطورة لحساب أعمار النصف لتفكك ألفا غير المفضل لنظائر الأمرسيوم. أخذت الحسابات، التي قمنا بها، في الاعتبار قيم Q_α(MeV) التجريبية. قمنا بتحليل سلوك العزم الزاوي l_m وتأثيره على أعمار النصف لتفكك ألفا غير المفضل وفحصنا أيضاً تأثير وجود النيوترونات في طبقات فرعية تأتي مباشرة بعد طبقة فرعية تنتهي بعدد سحري. وبالاعتماد على ذلك تمكنا باستخدام الصيغة المطورة من حساب أعمار النصف لتفكك ألفا غير المفضل لنظائر الأمرسيوم $^{223-243}_{95}Am$ وبانحراف معياري أفضل مما نتج عن صيغة رويرـ Royer و صيغة رويرـ المحسنة Royer-am.

الكلمات المفتاحية: تفكك ألفا غير المفضل، الأمرسيوم، جهد الطرد المركزي، العزم المداري.

حقوق النشر : مجلة جامعة تشرين- سورية، يحتفظ المؤلفون بحقوق النشر بموجب الترخيص CC BY-NC-SA 04

* أستاذ ـ قسم الفيزياء ـ كلية العلوم ـ جامعة اللاذقية ـ اللاذقية ـ سوريا.
** طالبة ماجستير. قسم الفيزياء- كلية العلوم ـ جامعة اللاذقية ـ اللاذقية ـ سوريا.

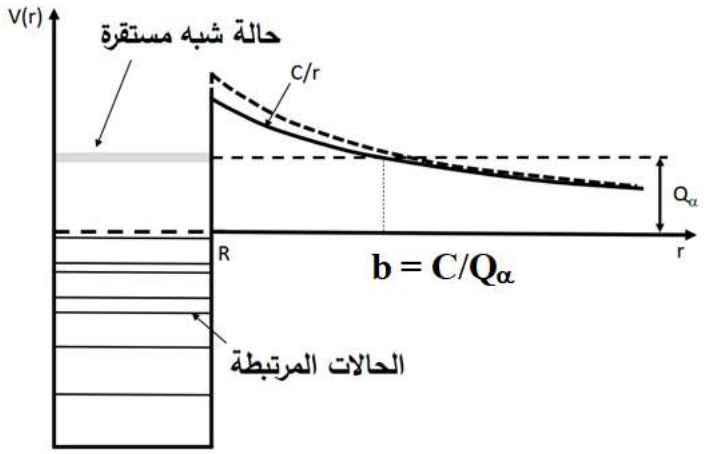
مقدمة

يوفر تفكك ألفا، كمسبار مهم لدراسة النوى غير المستقرة والنوى التي تفتقر إلى النيوترونات والنوى فائقة الثقل، بعضَ المعلومات المهمة حول البنية النووية، مثل خصائص الحالة الأساسية ومستويات الطاقة والتعايش بين الأشكال النووية والتشوه النووي وما إلى ذلك [1–8]. بالنسبة للنوى فائقة الثقل، يعد تفكك α أحد أهم أنواع التفكك، وقد أدى إلى ظهور أداة قوية لتحديد العناصر الجديدة أو النظائر الجديدة من خلال اكتشاف سلاسل تفكك ألفا [9]. لذلك، فإن أبحاث تفكك ألفا لها أهمية كبيرة في مجال الفيزياء النووية [8].

تم تبيان النشاط الإشعاعي ألفا لأول مرة في عام 1908 من قبل رذرفورد من خلال التفكك النووي عن طريق إصدار نواة الهليوم ^{4}He. وفي وقت لاحق، تبين أن إصدار ألفا يمثل نمطاً عاماً جداً من تفكك الحالات المستقرة (الأرضية) لنوى الرصاص. في وقت مبكر من عام 1911، أعطى جيجر ونوتال العلاقة الخطية بين لوغاريتم عمر النصف وطاقة تفكك ألفا، والتي كانت تسمى آنذاك قانون جيجر ـ نوتال. و في عام 1928، تم تقديم نظرية الكم الخاصة بتفكك ألفا من قبل جاموف وكوندون وجورني.

يمكن لهذه النظرية أن تفسر الاعتماد الحساس للغاية لعمر النصف على طاقة التفكك والتنبؤ بعلاقة مثل قانون جيجر ـ نوتال [10]. يفترض هذا الوصف شبه الكلاسيكي لعملية تفكك ألفا أن جسيم ألفا "مُشكَّل مسبقًا" داخل النواة باحتمال معين وأنه "يصطدم" بحاجز كولون[2]. وعند كل تصادم، يكون لديه احتمال محدود للنفاذ عبر الحاجز، الشكل(1).

يمكن كتابة إجمالي جهد التفاعل V(r)، والذي يتكون من الجهد النووي V_N(r)، وجهد كولون V_C(r)، وجهد الطرد المركزي V_l(r)، على النحو التالي [11,1]:



الشكل(1): تمثيل أحادي البعد لعملية تفكك ألفا. يوضح الخط المتصل بئر التربيع النووي و جهد كولون. R نصف القطر النووي و $C = 2(z-2)e^2/4\pi\varepsilon_o$ يمثل الثابت الناتج عن نفاذ جسيم α من جهد كولون. يوضح الخط المنقط مجموع جهد كولون والجزء المركزي من الجهد ($\frac{C}{r} + l(l+1)\hbar^2/2\mu r^2$) حيث يمثل l العزم الزاوي المنقول في عملية تفكك ألفا و μ الكتلة المختزلة لجسيم ألفا والنواة البنت، و Q_α طاقة تفكك جسيم ألفا [2].

$$V(r) = V_N(r) + \frac{2(z-2)e^2}{4\pi\varepsilon_o r} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} \quad (1)$$

حيث z عدد البروتونات للنواة البنت.

استناداً إلى قواعد الانتقاء للحد الأدنى للعزم الزاوي المداري (l_{min}) للجسيم المنبعث، يتم تصنيف الانتقالات α إلى انتقالات مفضلة ($l_{min} = 0$) وغير مفضلة ($l_{min} \neq 0$) [11–13]. تم بالفعل الإشارة إلى القليل من التأملات في

استخدام مصطلح الطرد المركزي في المراجع، مصحوبة بعدة إصدارات معدلة والتي بحثت في انتقالات α المفضلة وغير المفضلة التي توضح الدور الحاسم للعزم الزاوي المداري (l_{min}) للجسيم المنبعث لوصف عمر نصف تفكك α بدقة [12]. بالنسبة لتفكك α المفضل، نظراً لأن العزم الزاوي l المأخوذ بواسطة جسيم α يساوي الصفر، فإن جهد الطرد المركزي هو أيضاً صفر. ومع ذلك، بالنسبة لتفكك α غير المفضل، فإن l غير الصفري يسبب جهد طرد مركزي غير صفري. سيؤدي جهد الطرد المركزي إلى أن يكون الحاجز الإجمالي أعلى، الشكل(1)، وأن يكون احتمال النفاذ أصغر، وأن يكون عمر نصف تفكك ألفا أطول. وهكذا، فإن حسابات تفكك α ذات القيمة الكبيرة لـ l أقل بكثير من البيانات التجريبية. لذلك، بالنسبة لتفكك α غير المفضل، يلعب جهد الطرد المركزي دوراً مهماً ولا يمكن إهماله.

وكما أشرنا، فإنه في وقت مبكر من عام 1911، بيَّن جيجر و نوتال أنه تم الحصول على خط مستقيم جيد من خلال رسم لوغاريتم عمر النصف T بدلالة الجذر التربيعي لطاقة التفكك، $Q_\alpha^{-1/2}$ [14]:

$$\log T_\alpha = aQ_\alpha^{-1l2} + \mathrm{b} \quad (2)$$

حيث a و b هما العاملان المعتمدان على Z والتي يتم تحديدهما من خلال توافق المربعات الصغرى للبيانات التجريبية. Z هو العدد الذري للنواة الأم. T_α هو عمر نصف تجريبي لتفكك α والذي يرتبط بإجمالي عمر النصف T_{tot} بالعلاقة [10]:

$$T_\alpha = \frac{T_{tot}}{R_\alpha} \qquad (3)$$

حيث R_α هي نسبة التفرع لتفكك α. Q_α هي طاقة تفكك α الناتجة عن اختلاف الكتل السكونية للنواة،

$$Q_\alpha = M(A,z) - M(A-4,z-2) - M(^4He) \qquad (4)$$

على أن تُقدر الكتل بالـ MeV.

صيغة جيجر و نوتال ناجحة جداً في وصف عمر نصف تفكك ألفا وتم توسيعها في العديد من الأعمال لتشمل إصدار (إشعاع) البروتون [15]. ومع ذلك، فإن النسخة الأصلية من قانون جايجر- نوتال لها قوة تنبؤية محدودة لأنها تحتوي على معاملات مختلفة a وb لنظائر مختلفة. وقد تم إجراء العديد من الأعمال لتعميم قانون جايجر- نوتال لوصف موحد لجميع نظائر تفكك ألفا [16].

تُستخدم صيغ رويز، باعتبارها واحدة من أكثر التعميمات شهرة، على نطاق واسع في حساب عمر نصف تفكك ألفا [6 , 8 , 17]. وتُظهر الحسابات أن صيغ رويز يمكنها وصف تفكك ألفا المفضل جيداً. ومع ذلك، بالنسبة لتفكك ألفا غير المفضل، كلما زاد العزم الزاوي l الذي يأخذه جسيم ألفا، زاد الانحراف بين البيانات الحسابية والبيانات التجريبية.

سندرس في هذا العمل أعمار نصف تفكك ألفا لنظائر الأمرسيوم (z = 95) بأعداد كتلية تتراوح من A=223 إلى A=243؛ لذا لدينا نوى من النموذج z فردي N فردي، ونوى من النموذج z فردي N زوجي. وبالتالي تكون غالبية انتقالات α للنوى السابقة غير مفضلة ($l_{min} \neq 0$).

الأمرسيوم ($_{95}$Am) عنصر صناعي، وبالتالي لا يمكن تحديد وزن ذري قياسي له. مثل جميع العناصر الصناعية، ليس له نظائر مستقرة معروفة، وأغلب نظائر العنصر السابق تتفكك عن طريق إصدار جسيمات ألفا. تتراوح النظائر المشعة للأمريسيوم من ^{223}Am إلى ^{247}Am. النظائر الأكثر استقراراً للأمرسيوم هي ^{243}Am بعمر نصف يبلغ y 7370 و^{241}Am بعمر نصف يبلغ y 432.2. جميع النظائر المشعة المتبقية لها عمر نصف أقل من 51hr،

وأغلبها لها عمر نصف أقل من 100min. يحتوي هذا العنصر أيضاً على عدة حالات أيزوميرية، وأكثرها استقراراً هو $^{242m1}Am$ ($t_{1/2}$ = 141y). هذا الأيزومر غير عادي في أن عمر نصفه أطول بكثير من عمر نصف الحالة الأساسية لنفس النظير[18].

تم الحصول، في هذا البحث، على صيغة مطورة باستخدام توافق المربعات الصغرى Least square fitting يمكن لها أن تُعطي أعمار النصف لنظائر الأمرسيوم المصدرة لجسيمات α.

أهمية البحث وأهدافه

يهدف هذا البحث حساب أعمار النصف لنظائر الأمرسيوم المصدرة لجسيمات α.

طرائق البحث ومواده

قام أ. زديب وآخرون (A. Zdeb et. Al) بتطوير واستخدام نموذج بسيط لحساب عمر نصف تفكك ألفا، حيث استندت هذه الصيغة على نظرية جاموف الكمية لإصدار ألفا والمعتمدة على الفرضيات التالية:

1) يتم تشكيل جسيم α في النواة الأصلية ^{A}X، قبل إصداره، يقع في جهد V(r) تم توليده بواسطة النواة البنت ^{A-4}Y.

2) لا يرتبط إصدار α بالعزم الزاوي.

3) نفرض لدينا تناظراً كروياً موصوفاً بواسطة جهد مركزي V(r)، الشكل(1).

4) نعتمد نموذج النواة الكروية بنصف قطر $R = r_0A^{1/3}$.

تحتوي صيغة جاموف، المنوه عنها أعلاه، على معامل تعديل جهد كولون [19]. يتم حساب احتمال نفاذ جسيم ألفا عبر نفق حاجز الجهد، الشكل(1)، باستخدام التكامل التالي [20, 19]:

$$p = \exp[-\frac{2}{\hbar}\int_{R}^{b}\sqrt{2\mu(V(r)-Q_{\alpha})}dr] \qquad (5)$$

حيث μ هي الكتلة المختزلة، وQ_α طاقة التفكك المنطلقة. R وb هما نقطتا النفق التكامليتان، الشكل(1)، واللتان تعطيان على النحو التالي:

$$R = r_0(A_d^{1/3} + A_\alpha^{1/3}) \qquad (6)$$

حيث R هو نصف قطر البئر المربع الكروي، و A_d و A_α هما العدد الكتلي للنواة البنت ولجسيم α على الترتيب، و r_0=1.18fm من أجل النوى الثقيلة. والنقطة b تُعطى كما يلي:

$$b = \frac{2(z-2)e^2}{4\pi\varepsilon_o Q_\alpha} \qquad (7)$$

أما حاجز الجهد$V(r)$ فمعطى بالعلاقة (1).

يمكن أن يُعطى عمر النصف لتفكك ألفا بالعلاقة [20]:

$$T = \frac{ln2}{\upsilon.p} \qquad (8)$$

حيث υ هو تردد صدم جسيم ألفا حاجز الجهد، الشكل(1)، والذي يساوي $\upsilon = 10^{20}\ s^{-1}$ [21].

يتبقى الآن تحديد عامل النفاذ، p، بإجراء التكامل الموجود في أس المعادلة (5). الحسابات طويلة ومطولة، ثم نجد، تقريباً، لنواة ثقيلة نصف قطرها R ومن أجل تفكك ألفا المفضل ($l=0$) [22] أي الحد الثالث في المعادلة (1) معدوم:

$$p \approx \exp(2.97\sqrt{zR} - \frac{3.96z}{\sqrt{Q_\alpha}}) \quad (9)$$

وبأخذ لغاريتم (log) طرفي العلاقة (8)، بعد التبديل فيها υ و p، و الإصلاح نحصل على معادلة جيجر و نوتال المعطاة بالمعادلة (2)، والتي تبين أن $logT$ يتناسب مع مقلوب الجذر التربيعي لـ Q_α.

يتمتع قانون جايجر ـ نوتال في شكل المعادلة (2) بقوة تنبؤ محدودة حيث تتغير لتعميم قانون جايجر ـ نوتال للحصول على وصف عام لجميع أحداث تفكك ألفا المكتشفة. أحد أكثر التعميمات المعروفة هو قانون فيولا ـ سيبورج [10] والذي يصلح للنوى الزوجية ـ الزوجية (أي من أجل تفكك ألفا المفضل)، والذي يُعطى بالمعادلة:

$$logT = (az + b)Q_\alpha^{-\frac{1}{2}} + cz + d \quad (10)$$

حيث أن a إلى d معاملات و Z العدد الذري للنواة البنت.

تُستخدم صيغة رويز، باعتبارها واحدة من أكثر التعميمات شهرة، على نطاق واسع في حساب وتوقع عمر نصف تفك ألفا، والتي تعطى بالعلاقة [8]:

$$logT = a\frac{z}{\sqrt{Q_\alpha}} + b\sqrt[6]{A}\sqrt{z} + C \quad (11)$$

حيث تمثل A وZ وQ_α عدد الكتلة وعدد البروتونات وطاقة تفكك ألفا للنواة الأم وa وb وc هي معاملات قابلة للتعديل، لحالات مختلفة، والتي يتم التعبير عن قيمها على النحو التالي:

معاملات للنوى الزوجية – الزوجية: a = 1.5519, b = -0.9761, c = -28.688

معاملات للنوى الزوجية – الفردية: a = 1.6070, b = -0.9467, c = -30.912

معاملات للنوى الفردية – الزوجية: a=1.6070, b=-0.9467, c =-30.912

معاملات للنوى الفردية– الفردية: a=1.6789 , b=-1.0409 , c =-30.509

وتُظهر الحسابات أن صيغة رويز السابقة يمكنها وصف تفكك ألفا المفضل ($l=0$) جيداً. بالنسبة لتفكك ألفا غير المفضل، كلما زاد العزم الزاوي l الذي يأخذه جسيم ألفا، زاد الانحراف بين البيانات الحسابية والبيانات التجريبية. ومن خلال تحليل الحسابات والبيانات التجريبية، نريد الكشف عن الفيزياء وراء هذه الظاهرة وتحسين الصيغة. ولأخذ مساهمة جهد الطرد المركزي والمبين في المعادلة (1)، والتي يكون تفسيرها الفيزيائي أكثر وضوحاً، يتم التعبير عن صيغة رويز المحسنة كما يلي[8]:

$$logT = \mathrm{a}\frac{\mathrm{Z}}{\sqrt{\mathrm{Q}_\alpha}} + \mathrm{b}\sqrt[6]{\mathrm{A}}\sqrt{\mathrm{Z}} + \mathrm{c}l(l+1) + \mathrm{d} \quad (12)$$

بحيث تكون الحدود الثلاثة الأولى هي نفسها صيغة رويز الأصلية. ويمثل الحد الثالث مساهمة جهد الطرد المركزي. l هو العزم الزاوي الذي يأخذه بعيداً جسيم α. واستنادًا إلى قوانين حفظ العزم الزاوي والنوعية [8]، يمكن الحصول على الحد الأدنى للعزم الزاوي l_{min}، الذي يأخذه بعيداً جسيم α، من خلال:

$$l_{\mathrm{m}}=\begin{cases}\Delta_{\mathrm{j}} & \pi_p=\pi_d \text{ و زوجي } \Delta_j\\ \Delta_{\mathrm{j}}+1 & \pi_p\neq\pi_d \text{ و زوجي } \Delta_j\\ \Delta_{\mathrm{j}} & \pi_p\neq\pi_d \text{ و فردي } \Delta_j\\ \Delta_{\mathrm{j}}+1 & \pi_p=\pi_d \text{ و فردي } \Delta_j\end{cases} \qquad (13)$$

حيث $\Delta_{\mathrm{j}}=|\mathrm{j_p}-\mathrm{j_d}|$ و j_p و π_p و j_d و π_d هي قيم السبين والنوعية لنواة الأم والبنت على الترتيب. و يتم الحصول على قيم المعاملات، بالنسبة لحالات تفكك ألفا المختلفة، كما يلي:

معاملات للنوى z زوجي – N فردي: $a=1.6148, b=-1.1017, c=0.0482, d=-27.3151$

معاملات للنوى z فردي – N زوجي: $a=1.6156, b=-1.1306, c=0.0557, d=-26.7470$

معاملات للنوى z فردي – N فردي: $a=1.6480, b=-1.0922, c=0.0534, d=-28.1836$

ولحساب أعمار النصف لنظائر الأمريسيوم قمنا بتطوير صيغة روير السابقة لتصبح كما يلي:

$$\log T=\mathrm{a}\frac{1}{\sqrt{\mathrm{Q}}}+\mathrm{b}\sqrt{\mathrm{A}}+\mathrm{c}\sqrt{l(l+1)}+\mathrm{d} \qquad (14)$$

حيث تم اعتماد الثابت a تابعاً لـ z، في الحد الأول من المعادلة السابقة كما هو في معادلة جيجر و نوتال (2)، من غير أن يُضرب بـ z كما في المعادلة (12). أما الحدان الثاني والثالث في المعادلتين (12)، (14) فتم أخذهما اعتماداً على الحدين الثاني والثالث في معادلة حاجز الجهد (1). فمن أجل جهد كولون فقد تم اعتماد مساهمة العدد z في الحد الثاني $(\sqrt{\mathrm{A}}=\sqrt{\mathrm{N}+\mathrm{z}})$ من المعادلة (14)، عوضاً عن $\sqrt[6]{\mathrm{A}}\sqrt{\mathrm{Z}}$ في المعادلة (12). كما تم، من أجل جهد الطرد المركزي، تخفيض مساهمة $l(l+1)$ في المعادلة (12)، إلى $\sqrt{l(l+1)}$ في المعادلة (14). وقد بينت النتائج فيما يلي صحة التصويبات السابقة لحساب أعمار النصف لنظائر الأمريسيوم.

في هذا البحث، تم الحصول على مجموعة من المعاملات d, c, b, a للصيغة المطورة السابقة باستخدام توافق المربعات الصغرى[14, 24] لبيانات 56 نظيراً من ضمنها نظائر الأمرسيوم وهي من النموذج z فردي ـ N زوجي و z فردي ـ N فردي، ويبين الجدول(1) هذه البيانات.

ونتيجة حساب توافق المربعات الصغرى حصلنا على مجموعة من المعاملات للصيغة المطورة (14)، قيمها هي:

a=66.147, b=6.726, c=-0.102, d=-125.464

النتائج والمناقشة

حسبنا، في هذا البحث، لوغاريتمات أعمار النصف لتفكك ألفا لنظائر الأمريسيوم ($_{95}$Am) المصدرة لجسيمات α من الصيغة المطورة $logT^{pre}$ **ومن** صيغة روير $logT^{Royer}$ ومن صيغة روير المحسنة $logT^{Royer-am}$. وتمت مقارنة نتائج الحسابات السابقة مع لوغاريتمات أعمار النصف التجريبية $logT^{exp}$، الجدول(2).

جدول(1): البيانات التجريبية لـ 56 نواة فردية ـ زوجية وفردية ـ فردية لثلاثة مجموعات نظائر $_{93}$Np, $_{95}$Am, $_{97}$Bk مأخوذة من جدول الكتل الذرية لعام 2020 [18].

Nucleus	Q_α(MeV)	j_p^π	j_d^π	$l_{\min}$	T^{exp}	$logT^{exp}$
^{219}Np→^{215}Pa	9.215	$9/2^-$	$9/2^-$	0	570µs	-3.213
^{220}Np→^{216}Pa	10.231	1^-	5^+	5	29 ns	-7.506

$^{221}Np \rightarrow ^{217}Pa$	10.43	$9/2^-$	$9/2^-$	0	30 ns	-7.491
$^{222}Np \rightarrow ^{218}Pa$	10.195	1^-	8^-	8	480ns	-6.287
$^{223}Np \rightarrow ^{219}Pa$	9.655	$9/2^-$	$9/2^-$	0	2.5 μs	-6.570
$^{224}Np \rightarrow ^{220}Pa$	9.329	2^-	1^-	2	48 μs	-4.287
$^{225}Np \rightarrow ^{221}Pa$	8.825	$9/2^-$	$9/2^-$	0	6.5ms	-2.155
$^{226}Np \rightarrow ^{222}Pa$	8.335	1^-	1^-	0	35 ms	-1.424
$^{227}Np \rightarrow ^{223}Pa$	7.815	$5/2^+$	$9/2^-$	3	510ms	-0.261
$^{228}Np \rightarrow ^{224}Pa$	7.543	4^+	5^-	1	61.4 s	1.820
$^{229}Np \rightarrow ^{225}Pa$	7.015	$5/2^+$	$5/2^-$	1	4.0m	2.412
$^{230}Np \rightarrow ^{226}Pa$	6.781	4^+	1^+	4	4.6 m	2.472
$^{231}Np \rightarrow ^{227}Pa$	6.351	$5/2^+$	$5/2^-$	1	48.8m	3.498
$^{232}Np \rightarrow ^{228}Pa$	6.011	5^-	3^+	3	14.7 m	2.977
$^{233}Np \rightarrow ^{229}Pa$	5.628	$5/2^+$	$5/2^+$	0	36.2m	3.368
$^{235}Np \rightarrow ^{231}Pa$	5.194	$5/2^+$	$3/2^-$	1	396.1d	7.566
$^{236}Np \rightarrow ^{232}Pa$	5.008	6^-	2^-	4	153 ky	12.715
$^{237}Np \rightarrow ^{233}Pa$	4.958	$5/2^+$	$3/2^-$	1	2.144My	13.862
$^{238}Np \rightarrow ^{234}Pa$	4.597	$5/2^+$	$3/2^-$	1	2.356 d	4.340
$^{241}Np \rightarrow ^{237}Pa$	4.367	$5/2^+$	$1/2^+$	2	13.9 m	2.953
$^{223}Am \rightarrow ^{219}Np$	10.835	$9/2^+$	$9/2^-$	1	10 ms	-1.968
$^{224}Am \rightarrow ^{220}Np$	10.355	1^-	1^-	0	1 ms	-1.968
$^{225}Am \rightarrow ^{221}Np$	10.055	$9/2^+$	$9/2^-$	1	100 μs	-2.968
$^{226}Am \rightarrow ^{222}Np$	9.275	1^-	1^-	0	100 μs	-3.968
$^{227}Am \rightarrow ^{223}Np$	9.095	$9/2^-$	$9/2^-$	0	20 ms	-3.968
$^{228}Am \rightarrow ^{224}Np$	8.393	2^-	2^-	0	100 ms	-1.667
$^{229}Am \rightarrow ^{225}Np$	8.135	$5/2^-$	$9/2^-$	2	1.8 s	-0.968
$^{230}Am \rightarrow ^{226}Np$	7.405	$5/2^-$	$5/2^+$	1	1 m	0.286

تابع الجدول(1)

Nucleus	**Q_α(MeV)**	j_p^π	j_d^π	l_{min}	T^{exp}	$logT^{exp}$
$^{232}Am \rightarrow ^{228}Np$	7.165	1^-	4^+	3	1.31 m	1.810
$^{233}Am \rightarrow ^{229}Np$	7.065	$5/2^-$	$5/2^+$	1	3.2 m	1.927
$^{234}Am \rightarrow ^{230}Np$	6.795	0^-	4^+	5	2.32 m	2.315
$^{235}Am \rightarrow ^{231}Np$	6.575	$5/2^-$	$5/2^+$	1	10.3 m	2.175
$^{236}Am \rightarrow ^{232}Np$	6.255	5^-	5^-	0	3.6 m	2.822
$^{237}Am \rightarrow ^{233}Np$	6.195	$5/2^-$	$5/2^+$	1	73.6 m	2.366
$^{238}Am \rightarrow ^{234}Np$	6.04	1^+	0^+	2	98 m	3.676
$^{239}Am \rightarrow ^{235}Np$	5.922	$5/2^-$	$5/2^+$	1	11.9 h	3.801
$^{240}Am \rightarrow ^{236}Np$	5.705	3^-	6^-	4	50.8 h	4.663
$^{241}Am \rightarrow ^{237}Np$	5.637	$5/2^-$	$5/2^+$	1	432.6 y	5.294
$^{243}Am \rightarrow ^{239}Np$	5.439	$5/2^-$	$5/2^+$	1	7.350ky	10.167
$^{233}Bk \rightarrow ^{229}Am$	7.935	$3/2^-$	$5/2^-$	2	40 s	11.397

$^{234}Bk \rightarrow ^{230}Am$	8.105	3^-	1^-	2	20 s	1.333
$^{235}Bk \rightarrow ^{231}Am$	7.935	$3/2^+$	$5/2^-$	1	1 m	1.810
$^{236}Bk \rightarrow ^{232}Am$	7.695	5^-	1^-	4	26 s	1.446
$^{237}Bk \rightarrow ^{233}Am$	7.495	$3/2^-$	$5/2^-$	2	2 m	2.111
$^{238}Bk \rightarrow ^{234}Am$	7.335	1^-	0^+	2	2.40 m	2.190
$^{239}Bk \rightarrow ^{235}Am$	7.205	$7/2^+$	$5/2^-$	1	100 s	2.032
$^{240}Bk \rightarrow ^{236}Am$	7.195	7^-	5^-	2	4.8 m	2.491
$^{241}Bk \rightarrow ^{237}Am$	6.985	$7/2^+$	$5/2^-$	1	4.6 m	2.472
$^{242}Bk \rightarrow ^{238}Am$	6.905	3^+	1^+	2	7.0 m	2.655
$^{243}Bk \rightarrow ^{239}Am$	6.875	$3/2^-$	$5/2^-$	2	4.6 h	4.251
$^{244}Bk \rightarrow ^{240}Am$	6.779	4^-	3^-	2	5.02 h	4.288
$^{245}Bk \rightarrow ^{241}Am$	6.455	$3/2^-$	$5/2^-$	2	4.95 d	5.663
$^{246}Bk \rightarrow ^{242}Am$	6.077	2^-	1^-	2	1.80 d	5.223
$^{247}Bk \rightarrow ^{243}Am$	5.89	$3/2^-$	$5/2^-$	2	1.38 ky	10.670
$^{248}Bk \rightarrow ^{244}Am$	5.826	6^+	6^-	1	9 y	8.485
$^{249}Bk \rightarrow ^{245}Am$	5.521	$7/2^+$	$5/2^+$	2	327.2 d	7.483

ونشير إلى أن البيانات التجريبية T^{exp} ، $lmin$، $Q_\alpha(MeV)$ أُخذت من جدول الكتل الذرية لعام 2020 [18].

ومن أجل أن نرى بوضوح مدى توافق لوغاريتمات أعمار النصف لتفكك ألفا لنظائر الأمرسيوم ($_{95}$Am) المحسوبة مع لوغاريتمات أعمار النصف التجريبية، قمنا باعتماد الانحراف المعياري على النحو التالي [10,8]:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left[log(T_i^{\exp} / T_i^{cal}) \right]^2 / N} \qquad (15)$$

تشير النتائج σ^{Pre}، σ^{Royer}، $\sigma^{\text{Royer-am}}$ إلى الانحرافات المعيارية بين لوغاريتمات أعمار النصف التجريبية و لوغاريتمات أعمار النصف المحسوبة باستخدام المعادلات (11) و(12) و(14)، ويتم سرد قيمها في الصيغ المقابلة في الجدول(3). في هذا الجدول، يمكننا أن نجد أن الانحراف المعياري بالصيغة المطورة σ^{Pre} هو

جدول(2): لوغاريتمات أعمار النصف لنظائر الأمرسيوم ($_{95}$Am) التجريبية $logT^{exp}$ والمحسوبة من الصيغة المطورة $logT^{pre}$ ومن صيغة روير $logT^{Royer}$ ومن صيغة روير المحسنة $logT^{Royer-am}$.

Nuclei	Q_α(MeV)	$lmin$	T^{exp}	$logT^{exp}$	$logT^{pre}$	$logT^{Royer}$	$logT^{Royer-am}$
^{223}Am	10.835	1	10ms	-1.968	-5.072	-7.255	-6.588
^{224}Am	10.355	0	1 ms	-2.968	-4.243	-5.946	-5.766
^{225}Am	10.055	1	100µs	-3.968	-3.858	-5.524	-5.410
^{226}Am	9.275	0	100µs	-3.968	-2.630	-3.177	-3.050
^{227}Am	9.095	0	20 ms	-1.668	-2.193	-3.080	-2.960
^{228}Am	8.393	0	100ms	-0.968	-1.071	-0.531	-0.454
^{229}Am	8.135	2	1.8 s	0.287	-0.490	-0.210	-0.192
^{230}Am	7.405	1	1 m	1.810	1.070	2.333	2.470
^{232}Am	7.165	3	1.31m	1.927	1.342	3.928	4.558
^{233}Am	7.065	1	3.2 m	2.315	1.946	3.634	3.772

^{234}Am	6.795	5	2.32m	2.175	2.655	5.492	5.450
^{235}Am	6.575	1	10.3 m	2.822	3.440	5.704	5.846
^{236}Am	6.255	0	3.6 m	2.366	4.167	8.043	7.952
^{237}Am	6.195	1	73.6m	3.677	4.513	7.470	7.838
^{238}Am	6.04	2	98 m	3.801	5.070	9.133	9.019
^{239}Am	5.922	1	11.9 h	4.663	5.449	8.836	8.983
^{240}Am	5.705	4	50.8 h	5.294	6.284	10.976	10.826
^{241}Am	5.637	1	432.6y	10.167	6.668	10.370	10.519
^{243}Am	5.439	1	7.35ky	11.397	7.747	11.498	11.536

الأصغر وبنسبة 50% تقريباً مقارنة مع الانحرافين σ^{Royer}، $\sigma^{\text{Royer-am}}$.

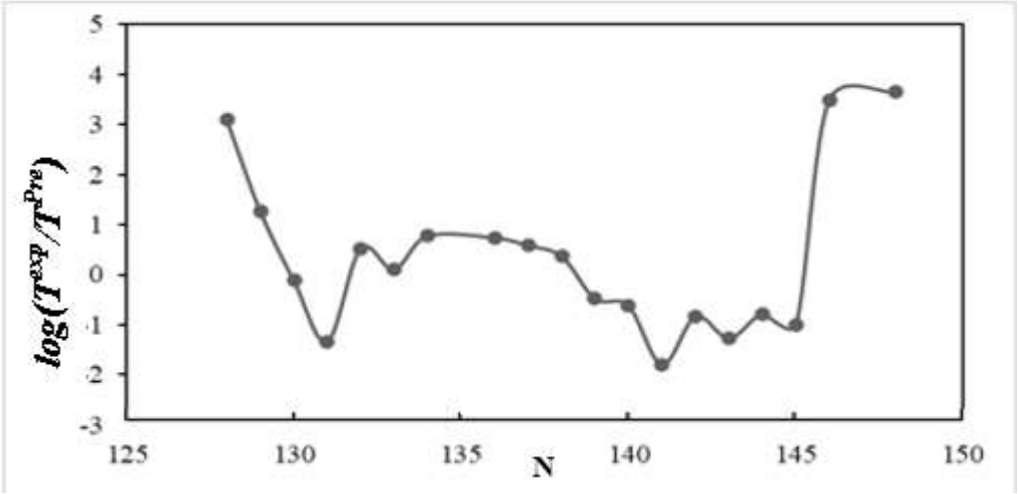
الجدول(3): الانحرافات المعيارية بين لوغاريتمات أعمار النصف التجريبية و لوغاريتمات أعمار النصف المحسوبة باستخدام المعادلات (11) و(12) و(14).

Nuclei	σ^{Pre}	σ^{Royer}	$\sigma^{\text{Royer-am}}$
$^{223-243}_{95}$Am	1.594	3.182	3.123

لماذا تصف الصيغة المطورة تفكك ألفا لنظائر الأمرسيوم ($_{95}$Am) بطريقة أفضل من صيغة رويز و صيغة رويز المحسنة؟ ما الفيزياء الكامنة وراء هذه الظاهرة؟ ويمكن أن نفسر ما سبق استناداً إلى احتمال النفاذ من حاجز الجهد، الشكل(1) والمعادلة(1). بالنسبة لتفكك α المفضل، ونظراً لأن العزم الزاوي l_m المأخوذ بواسطة جسيم α يساوي الصفر، الجدول(2)، فإن جهود الطرد المركزي هي أيضاً صفر، ولذلك فإن لوغاريتمات أعمار النصف المحسوبة باستخدام الصيغة المطورة ليست أفضل كثيراً من لوغاريتمات أعمار النصف المحسوبة باستخدام صيغة رويز و صيغة رويز المحسنة. ومع ذلك، بالنسبة لتفكك α غير المفضل، فإن l_m غير الصفري يسبب جهود طرد مركزي غير صفرية، مما سيؤدي إلى جهود إجمالية أعلى، وبالتالي احتمال نفاذ أصغر، وأن يكون عمر نصف تفكك ألفا أطول. ويظهر تفوق الصيغة المطورة، بشكل واضح، عند حساب لوغاريتمات أعمار النصف، من أجل l_m=4 و l_m=5 (الجدول 2)، على صيغتي رويز و رويز المحسنة.

وتتميز الصيغة المطورة عن صيغتي رويز و رويز المحسنة بأن لها مجموعة واحدة فقط من المعاملات.

وتبين النتائج العددية في الشكل(2) أنه بالنسبة للنوى ذات عدد النيوترونات المحدد (N = 130 -145) فإن الانحرافات $\log T^{\exp} - \log T^{pre} = \log(T^{\exp}/T^{pre})$ بين لوغاريتم عمر النصف التجريبي exp واللوغاريتم المحسوب pre تنخفض، حيث العدد الذري ثابت z = 95.



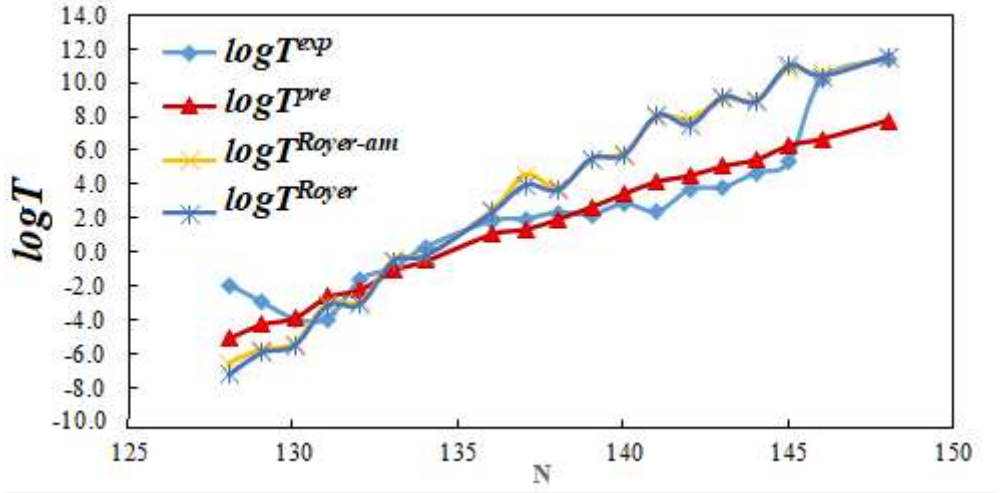
الشكل(2): الانحرافات بين لوغاريتمات أعمار النصف التجريبية exp و لوغاريتمات تلك المحسوبة بالصيغة المطورة pre لنظائر الأمرسيوم $^{223-243}_{95}Am$.

أما من أجل عدد النيوترونات 128 و 129 فيقعان في الطبقة الفرعية N =136 والتي تلي الطبقة الفرعية N=126 ذات العدد السحري 126، مما قد يؤدي إلى طاقات تفكك غير مضبوطة عند إصدار جسيم ألفا. ويمكن فهم ذلك بأن النواة الوليدة لا تحوي نيوترونات في الطبقة الفرعية N =136 من أجل عدد النيوترونات 128 أو تحوي النواة الوليدة نيوتروناً فقط في الطبقة الفرعية N =136 من أجل عدد النيوترونات 129، بعد تفكك ألفا. لكن من أجل عدد النيوترونات (N = 130 -145) تحوي النواة الوليدة نيوترونان أو أكثر في الطبقة الفرعية N =136، مما قد يؤدي إلى طاقات تفكك مضبوطة عند إصدار جسيم ألفا. بالإضافة لذلك، من أجل عدد النيوترونات السابق، فإن الفارق ليس كبيراً بين أعمار النصف لنظائر الأمرسيوم الموافقة (الجدول 2)، مما يوفر شروطاً إحصائية مناسبة لأعمار النصف المحسوبة، وبالتالي انحرافات صغيرة بين عمر النصف التجريبي exp و المحسوب pre. أما من أجل عدد النيوترونات 146 و 147 فهما ينتميان للنظيرين ^{241}Am، ^{243}Am عمر النصف لكلٍ منهما أكبر بكثير من أعمار النصف لبقية النظائر الأخرى، مما قد يؤدي، إحصائياً،

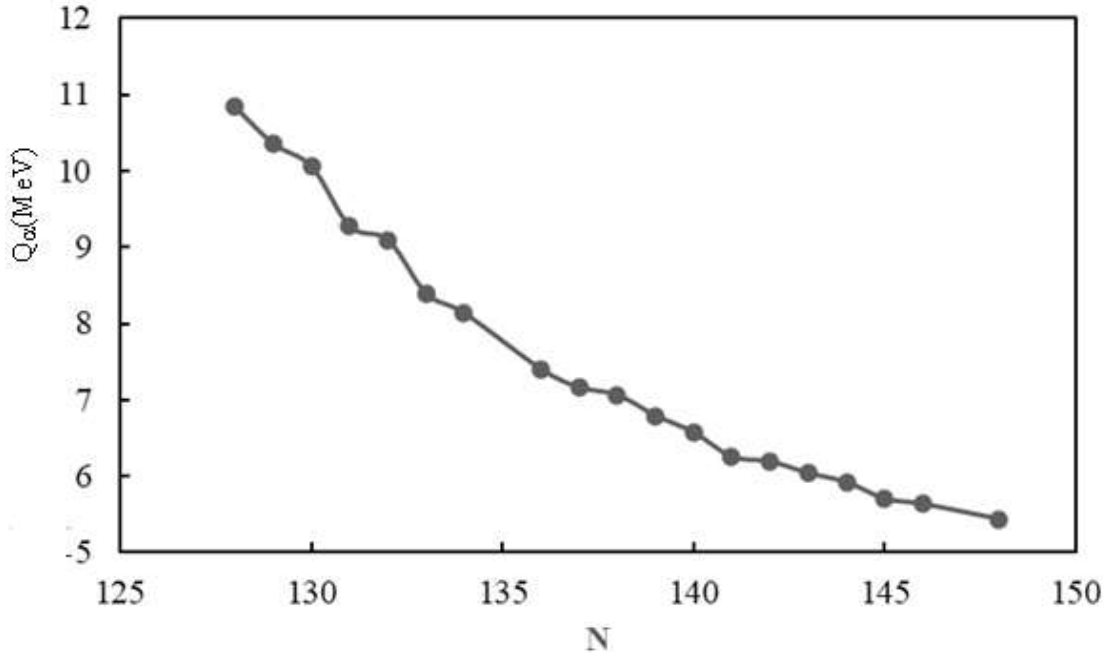
لنقاط شاذة عند دراسة الانحرافات. وعلى كل حال فإن اتفاق السلوك الكلي للانحرافات اللوغاريتمية مقبول.

إن الصيغة المطورة Pre تعيد إنتاج البيانات التجريبية بدقة وفي حدود الارتياب التجريبي وبطريقة أفضل من صيغتي رويز Royer و رويز المحسنة Royer-am كما يمكن التأكد من الشكل(3).

ومن المثير للاهتمام، عند مقارنة منحني اللوغاريتمات المحسوبة بالصيغة المطورة Pre (الشكل 3) مع منحني تحولات طاقة التفكك $Q_\alpha(MeV)$ بدلالة عدد النيوترونات N (الشكل 4)، نجد تناسباً عكسياً بين أعمار النصف وطاقات التفكك الموافقة من بداية المنحنيين حتى نهاية المنحنيين، وهو التناسب الأفضل مقارنة مع تناسب اللوغاريتمات الأخرى، وهذه ميزة إضافية للصيغة السابقة.



الشكل(3): لوغاريتمات أعمار النصف التجريبية exp واللوغاريتمات المحسوبة بالصيغة المطورة pre وصيغتي رويز Royer و رويز المحسنة Royer-am.



الشكل(4): تحولات طاقة التفكك Q_α(MeV) بدلالة عدد النيوترونات N لنظائر الأمرسيوم $^{223-243}_{95}Am$.

الاستنتاجات والتوصيات

1- باستخدام توافق المربعات الصغرى حصلنا على صيغة مطورة لحساب أعمار النصف لنظائر الأمرسيوم $^{223-243}_{95}Am$ ومع مجموعة واحدة فقط من المعاملات.

2- تمكنا باستخدام الصيغة المطورة من حساب أعمار النصف لتفكك ألفا غير المفضل لنظائر الأمرسيوم $^{223-243}_{95}Am$ وبانحراف معياري أفضل مما نتج عن صيغة رويز و رويز المحسنة.

3ـ يلعب جهد الطرد المركزي، الناتج عن نموذج الطبقات النووي، دوراً هاماً في حساب أعمار النصف لتفكك ألفا وخاصة تفكك ألفا غير المفضل، ويعطي $\sqrt{l(l+1)}$ نتائج أفضل من $l(l+1)$ عند حساب أعمار النصف لتفكك ألفا لنظائر الأمرسيوم $^{223-243}_{95}\mathrm{Am}$.

نوصي بدراسة تأثير الجهد النووي $V_N(r)$، المعادلة (1)، على حساب أعمار النصف لتفكك ألفا لنظائر الأمرسيوم $^{223-243}_{95}\mathrm{Am}$.

References

[1] Dashty T. Akrawy, α -decay half-lives of some nuclei from ground state to ground state using different nuclear potential, © EPJ Nuclear Sci. Technol. 4, 5 (2018).

[2] P. Van Duppen, A.N. Andreyev, Alpha decay and beta- delayed fission: tools for nuclear-physics studies, White Rose Research Online URL for this paper: https://eprints.whiterose.ac.uk/129752/ 07/12/2024.

[3] Chong Qi, Alpha decay as a probe for the structure of neutron-deficient nuclei, Article in Reviews in Physics May 2016.

[4] A. I. BUDACA1, I. SILIS¸TEANU2, ALPHA-DECAY AS SENSITIVE TOOL TO DERIVE NUCLEAR SHELL STRUCTURE OF SUPERHEAVY NUCLEI , Romanian Reports in Physics, Vol. 63, Supplement, P. 1147–1166, 2011.

[5] Paul E. Garrett , Magda Zielińska, Emmanuel Clément, An experimental view on shape coexistence in nuclei, Progress in Particle and Nuclear Physics Volume 124, May 2022. .

[6] Y.Z. Wang, J.Z. Gu, J.M. Dong and B.B. Peng, Properties of α-decay to ground and excited states of heavy nuclei, Eur. Phys. J. A 44, 287–295 (2010).

[7] Zhao-Xi Li, Zhen-Hua Zhang, Peng-Wei Zhao, Shape coexistence and α-decay chains of ^{293}Lv, Front. Phys. 10,102101 (2015).

[8] Jun-Gang Deng, Hong-Fei Zhang, and G. Royer, Improved empirical formula for α-decay half-lives, PHYSICAL REVIEW C 101, 034307 (2020).

[9] J. P. Cui (),1,2 Y. L. Zhang, S. Zhang, and Y. Z. Wang, α- decay half-lives of superheavy nuclei, PHYSICAL REVIEW C 97, 014316 (2018).

[10] Tiekuang Dong and Zhongzhou Ren, New calculations of fi-decay half-lives by the Viola-Seaborg formula, Eur. Phys. J. A 26, 69-72 (2005).

[11] Jun-Gang Deng, Jie-Cheng Zhao, Dong Xiang, and Xiao-Hua Li, Systematic study of unfavored α-decay half-lives of closed-shell nuclei related to ground and isomeric states, PHYSICAL REVIEW C 96, 024318 (2017).

[12] G. Saxena, A. Jain, and P. K. Sharma, A new empirical formula for α-decay half-life and decay chains of Z=120 isotopes, [v1] Tue, 27 Jul (2021) 17:43:24 UTC.

[13] M.Hassanzad & O.N.Ghodsi, Theoretical study on favored alpha-decay half-lives of deformed nuclei, [v1] Tue, 28 Sep (2021) 12:54:10 UTC (78 KB).

[14] Dr. Haisam Jbeli, Eyas Rahal, Calculation of the Logarithmic Half-life of the Alpha Decay of Radioisotopes Used in Nuclear Medicine Using a Developed Semi-empirical Formula, Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (45) No. (2) 2023.

[15] Jiu-Long Chen, Jun-Yao Xu, Jun-Gang Deng, Xiao-Hua Li, Biao He and Peng-Cheng Chu, New Geiger-Nuttall law for proton radioactivity, Eur. Phys. J. A (2019) 55: 214.

[16] D. S. Delion, Universal decay rule for reduced widths, Phys. Rev. C 80, 024310 – Published 20 August, 2009.
[17] N. Biswal, Nishu Jain, Raj Kumar, A. S. Pradeep, and M. Bhuyan, Structural and decay properties of nuclei appearing in the α-decay chains of $^{296;298;300;302;304}120$ within the relativistic mean field formalism © World Scientific Publishing Company, August 30, 2021.
[18] F.G. Kondev, M. Wang, W.J. Huang, S. Naimi, G. Audi, The NUBASE2020 evaluation of nuclear physics properties. Chinese Physics C Vol. 45, No. 3 (2021) 030001.
[19] A. Zdeb, M. Warda, and K. Pomorski, Half-lives for α and cluster radioactivity within a Gamow-like model. PHYSICAL REVIEW C 87, 024308 (2013).
[20] Dashty T. Akrawy, α-Decay Half-Lives for Pb Isotopes Within Gamow-Like Model, Radiation Science and Technology 2017; 3(4): 36-40.
[21] G. Royer, R. Moustabchir, Light nucleus emission within a generalized liquid-drop model and quasi molecular shapes. Nuclear Physics A 683 (2001) 182–206.
[22] Ibrahima Sakho, Nuclear Physics 1. © ISTE Ltd 2021.
[23] Chong Qi, Alpha decay as a probe for the structure of neutron-deficient nuclei. Reviews in Physics · May 2016.
[24] Eberly D, Least squares fitting of data. Chapel Hill, NC: Magic Software. 2000 Aug:1-0.