

Numerical Simulation of the Hydrodynamic and Thermodynamic Characteristics of a Single Sonoluminescence Bubble

Jaafar Mazen Madi* 

Dr. Mahmoud Issa Ahmad**

(Received 12 / 5 / 2026. Accepted 22 / 7 / 2026)

ABSTRACT

Single-bubble sonoluminescence (SBSL) arises from the extreme concentration of acoustic energy and its subsequent conversion into light pulses. To track the temporal evolution of this phenomenon, a numerical simulation was conducted to solve the governing non-linear equations using the fourth-order Runge-Kutta algorithm in Mathematica. The mathematical model was developed assuming the preservation of the bubble's perfect spherical shape, and treating the confined gas as a real gas obeying the van der Waals equation. By monitoring the dynamic and thermodynamic variables, it was found that the maximum temperature, T_{max} , within the gas core reached approximately 6672 K at the moment of collapse, coinciding with the reduction of the radius to its minimum value, R_{min} , of $0.56 \mu m$; these conditions are sufficient to induce gas ionization and plasma formation. Furthermore, the simulation revealed the post-collapse oscillatory behavior of the bubble, characterized by damped rebounds whose amplitudes gradually decay before reaching stability. These results are quantitatively consistent with previous studies, thereby supporting the reliability of the mathematical model in representing the complex non-linear behavior of bubble dynamics under extreme physical conditions.

Keywords: Single-bubble Sonoluminescence, Bubble Dynamics, Rayleigh-Plesset Equation, Violent Collapse.



Copyright :Latakia University Journal (formerly Tishreen) -Syria, The authors retain the copyright under a CC BY-NC-SA 04

* Master's Student, Department of Physics, Faculty of Science, Latakia University (formerly Tishreen), Latakia, Syria. jaffarma540@gmail.com

** Professor, Department of Physics, Faculty of Science, Latakia University (formerly Tishreen), Latakia, Syria. drxxAhmad@gmail.com

محاكاة عددية للخصائص الهيدروديناميكية والترموديناميكية لفقاعة التآلق الصوتي الأحادية

جعفر مازن ماضي* 

د. محمود عيسى أحمد**

(تاريخ الإيداع 2026 / 5 / 12. قبل للنشر في 2026 / 7 / 22)

الملخص

تتشأ ظاهرة التآلق الصوتي أحادي الفقاعة نتيجة التركيز الهائل للطاقة الصوتية وتحولها إلى نبضات ضوئية؛ ولتتبع التطور الزمني لهذه الظاهرة، أُجريت محاكاة عددية لحل المعادلات اللاخطية الحاكمة باستخدام خوارزمية رانج-كوتا من الرتبة الرابعة في برنامج ماثماتيكا. صُمم النموذج الرياضي بافتراض الحفاظ على الشكل الكروي التام للفقاعة، ومعاملة الغاز المحصور داخلها بوصفه غازاً حقيقياً يتبع معادلة فان دير فالس. ومن خلال رصد المتغيرات الديناميكية والترموديناميكية، تبين أن درجة الحرارة القصوى T_{max} داخل اللب الغازي بلغت نحو 6672 كلفن لحظة الانهيار، بالتزامن مع انكماش نصف القطر إلى حده الأدنى R_{min} البالغ 0.56 ميكرومتر؛ وهي ظروف كافية لتأين الغاز ونشوء البلازما. كذلك، كشفت المحاكاة عن السلوك الاهتزازي للفقاعة بعد الانهيار، والمتمثل في ارتدادات متخامدة تتناقص سعتها تدريجياً قبل الاستقرار. تتسق هذه النتائج كمياً مع الدراسات السابقة، مما يدعم موثوقية النموذج الرياضي في تمثيل السلوك اللاخطي المعقد لديناميكا الفقاعة تحت الظروف الفيزيائية القاسية.

الكلمات المفتاحية: التآلق الصوتي أحادي الفقاعة، ديناميكا الفقاعة، معادلة رايلي-بليست، الانهيار العنيف.



حقوق النشر : مجلة جامعة اللاذقية (تشرين سابقاً) - سورية، يحتفظ المؤلفون بحقوق النشر

بموجب الترخيص CC BY-NC-SA 04

* طالب ماجستير، قسم الفيزياء، كلية العلوم، جامعة اللاذقية (تشرين سابقاً)، اللاذقية، سورية.

jaffarma540@gmail.com

**أستاذ، قسم الفيزياء، كلية العلوم، جامعة اللاذقية (تشرين سابقاً)، اللاذقية، سورية. drxxAhmad@gmail.com

مقدمة:

التآلق الصوتي هو انبعاث ضوئي ينتج لحظة الانهيار الشديد لفقاعات التكهف (Cavitation Bubbles)، حيث يُضغط الغاز داخلها بسرعة وتصل درجات الحرارة والضغط إلى قيمها القصوى عند الحجم الأدنى للفقاعة. تخلق هذه الظروف الفيزيائية بيئة شديدة تؤدي إلى تشكّل بلازما غير متوازنة تبعث هذا الضوء، وتُعرف الظاهرة بـ التآلق الصوتي أحادي الفقاعة (Single-Bubble Sonoluminescence, SBSL) عندما ترتبط بفقاعة مفردة [1].

رصد الباحثان مارينيسكو وتريلات (Marinesco & Trillat) هذه الظاهرة عام 1933، عندما لاحظا تأثر لوح تصوير ضوئي مغمور في حوض مائي معرّض لموجات فوق صوتية عالية الشدة، هذه الظاهرة تُعرف بالتآلق الصوتي متعدد الفقاعات (Multi-Bubble Sonoluminescence, MBSL) [2].

وبالرغم من الاعتقاد الأولي بأن تعقيم اللوح كان ناتجاً عن تفاعل مباشر بين بلورات هاليد الفضة والموجات فوق الصوتية، إلا أن الباحثين فريزل وشولتز (Frenzel & Schultes) تمكنا لاحقاً من الرصد المباشر للانبعاث الضوئي الصادر من داخل كتلة الماء المعرّضة للمجال فوق الصوتي المطبق. ومنذ ذلك الحين، تضافرت الجهود البحثية لتفسير العمليات الفيزيائية المعقدة المصاحبة لهذه الظاهرة [2,3,4]. اهتمت الدراسات السابقة حول ظاهرة التآلق الصوتي بالضوء المتولد من سحابة فقاعات التكهف، والتي تنشأ في مجال فوق صوتي، بترددات تتراوح عادةً بين 20 كيلوهرتز و 2 ميغاهرتز [2,5,6,7,8,9,10]. وبعد مضي خمسة عقود تقريباً، نجح الباحثان غايتان وكروم (Gaitan & Crum) في تحقيق إنجاز علمي تمثّل في رصد التآلق الصوتي لفقاعة مفردة لأول مرة، وذلك من خلال احتجاز فقاعة ميكروية مفردة بنجاح داخل ورق زجاجي وإثارته صوتياً [2,4,6,7,8,11,12,13]. وقد أحدث هذا الاكتشاف زخماً بحثياً واسعاً، حيث تم اقتراح نماذج نظرية ردت أصل هذه الظاهرة إلى الإشعاع الكمي، وصولاً إلى فرضية الاندماج النووي [4,9,12]. ومن الجدير بالذكر أن نموذج البقعة الساخنة (Hot Spot Model) أي التمثيل الحراري، هو النموذج المقبول على نطاق واسع لتفسير هذه الظاهرة، بينما واجه النموذج المرتبط بتوليد الاندماج النووي رفضاً علمياً واسعاً [4,6,7,11,12,13,14].

قد شهدت دراسات التآلق الصوتي أحادي الفقاعة تطوراً ملحوظاً خلال العقدين الماضيين، حيث يتم ضغط فقاعة غازية في سائل بواسطة موجة صوتية بتردد يتراوح بين 20-40 كيلوهرتز، مما يؤدي إلى تسخين الغاز بسرعة فائقة (في غضون نانو ثانية) لتصل إلى درجات حرارة مرتفعة جداً (تُقدر بعشرات الآلاف من الدرجات وفق بعض المراجع)، لتومض الفقاعة بعدها مع كل دورة من دورات الموجة الصوتية المطبقة [2,4,5,7,9,10,11,12,13,15].

يُعد التكهف الصوتي، المتمثّل في النمو والانهيار السريع للفقاعات، مصدراً فريداً للطاقة مما يُحفز التفاعلات الكيميائية، إذ يؤدي الانهيار العنيف لهذه الفقاعات إلى تشكّل بقع ساخنة تصل حرارتها المرصودة إلى حوالي 5000 كلفن وضغوط تساوي 300 ضغط جوي، فيما تشير دراسات أخرى إلى إمكانية بلوغ قيم أعلى من ذلك بكثير [2,4,5,6,10,11,13,16]. ومن النتائج الأخرى لنمو وانهيار فقاعات التكهف الصوتي هو انبعاث نبضات ضوئية قصيرة جداً متزامنة مع السرعات العالية لجدار الفقاعة، مما أثار تكهنات واسعة حول الظروف الفيزيائية السائدة داخل تجويف الفقاعة أثناء هذا الانبعاث [5,10,11]. تُستغل الضغوط ودرجات الحرارة المرتفعة الناجمة عن تمدد الفقاعة وانهيارها في العديد من التطبيقات العلمية والتقنية البارزة، ولا سيما في مجالات علاج الأورام العميقة [17]، وتقنيات التنظيف بالأمواج فوق الصوتية [16].

أهمية البحث وأهدافه:

أهمية البحث:

تكمن الأهمية الأساسية لهذا البحث في كونه يقدم المفتاح الفيزيائي لفهم ظاهرة التآلق الصوتي (SBSL) من منظور ديناميكي معمق، إذ يمثل الانهيار الهيدروديناميكي السريع للفقاعة وسيلة فريدة لتركيز كثافة الطاقة الصوتية بمقدار كبير جداً، محوّلًا إياها إلى ومضات ضوئية في نطاق البيكوثانية. وتبرز ضرورة هذا البحث في قدرته على تقديم تحديد دقيق لتوزيعات درجات الحرارة والضغط اللحظية عند ذروة الانهيار، وهي المتغيرات الحاسمة التي تعتمد عليها الخصائص الطيفية والزمنية للضوء المنبعث. فضلاً عن ذلك، فإن الفهم الدقيق لهذه الديناميكية يتيح رسم حدود الاستقرار الهيدروديناميكي التي تضمن بقاء الفقاعة واستمرار رصد الظاهرة، مما يساهم في سد الفجوة بين النماذج النظرية والنتائج التجريبية، ويفتح آفاقاً جديدة لدراسة سلوك المادة وتحولاتها إلى حالة البلازما تحت ظروف فيزيائية شديدة.

أهداف البحث:

- يهدف هذا البحث إلى تقديم تحليل معمق لديناميكا فقاعة التآلق الصوتي، وذلك من خلال تحقيق الأهداف الآتية:
- **الحل العددي لمعادلة رايلي-بليست:** بناء محاكاة عددية تعتمد على حل معادلة رايلي-بليست لتتبع التطور الزمني لنصف قطر الفقاعة $R(t)$ وسرعة جدارها $\dot{R}(t)$ تحت تأثير مجال صوتي خارجي.
- **التوصيف الدقيق للمراحل الديناميكية:** تحليل السلوك الحركي للفقاعة عبر مراحلها الثلاث الرئيسية: التوسع والانهيار العنيف والارتدادات اللاحقة.
- **تقدير الظروف الترموديناميكية الحرجة:** حساب القيمة القصوى لدرجة الحرارة والضغط داخل اللب الغازي، وتقييم مدى كفاية هذه الظروف لتأين الغاز وتشكيل البلازما.
- **تحقيق الاستقرار العددي للمحاكاة:** إثبات كفاءة خوارزمية رانج-كوتا من المرتبة الرابعة في معالجة المعادلات التفاضلية شديدة اللاخطية عند مقاييس زمنية متناهية الصغر (نطاق البيكوثانية).
- تتمثل القيمة المضافة لهذا البحث في تقديم محاكاة عددية مستقلة لديناميكا فقاعة التآلق الصوتي باعتماد منهجية مجرّاة ذات خطوة زمنية متغيرة، مما أتاح تتبعاً دقيقاً للتطور الزمني للمتغيرات الفيزيائية في كل طور من أطوار حياة الفقاعة.

طرائق البحث ومواده:

تعتمد دراسة ديناميكية الفقاعة في هذا البحث على حل معادلة رايلي-بليست والتي تصف التطور الزمني لنصف قطر الفقاعة $R(t)$ في سائل خاضع لمجال ضغط صوتي خارجي [3].

تعطى معادلة رايلي-بليست (Rayleigh-Plesset equation) بالشكل التالي:

$$\rho \left(R \ddot{R} + \frac{3}{2} \dot{R}^2 \right) + 4\mu \frac{\dot{R}}{R} + \frac{2\sigma}{R} + \left(1 + \frac{R}{C} \frac{d}{dt} \right) (p_0 + p_a - p_g) = 0 \quad (1)$$

حيث: ρ كثافة السائل و μ لزوجة السائل و σ معامل التوتر السطحي و C سرعة الصوت في السائل و p_0 الضغط الهيدروستاتيكي بينما يمثل p_a ضغط الموجة الصوتية الخارجية المطبق جيبياً وفق العلاقة (2):

$$p_a = -p_a^0 \sin(2\pi\omega t) \quad (2)$$

لتوصيف سلوك الغاز داخل الفقاعة، تم إدراج نصف قطر النواة الصلبة h وفق نموذج فان دير فالس، وتُقدّر قيمته

التقريبية بـ $h = R_0/8.5$ وذلك لأخذ الحجم المادي الفعلي لجزيئات الغاز بعين الاعتبار، مما يمنع فيزيائياً تلاشي حجم الفقاعة ووصولها إلى حجم صفري لحظة الانهيار الأعظم [3,4,6,8,11,12,18]. وذلك وفق الصيغة الآتية:

$$p_g = p_0 \left(\frac{R_0^3 - h^3}{R^3 - h^3} \right)^k \quad (3)$$

تم فرض شرط حدي لتفادي الانهيار الرياضي في المعادلة (3) عند اقتراب نصف قطر الفقاعة R من نصف قطر النواة الصلبة h ، إذ يؤدي تساويهما إلى جعل الضغط غير محدود وهذا ما يتعارض مع الواقع الفيزيائي. يعد هذا الإجراء ضرورة عددية وفيزيائية لضمان عدم تلاشي الحجم المتاح للغاز داخل الفقاعة، مما يضمن استقرار الحل العددي وبقائه ضمن نطاق القيم الفيزيائية المقبولة. وبسبب السلوك غير الخطي الشديد لهذه المعادلات وحساسيتها الفائقة لتغيرات سرعة جدار الفقاعة، تم اتباع المنهجية العددية الآتية:

- **الخوارزمية العددية** : تعتمد خوارزمية رانج-كوتا (Runge-Kutta) من المرتبة الرابعة على تقسيم كل خطوة زمنية إلى أربع مراحل وسيطية، تُحسب فيها قيم الدالة عند نقاط مختلفة وبعد ذلك يتم دمج هذه القيم للانتقال إلى الخطوة الزمنية التالية بدقة عالية.

تتفوق هذه الخوارزمية على خوارزمية أويلر البسيطة (Euler's Method) التي تعتمد على خطوة واحدة فقط مما يجعلها أقل دقة واستقراراً، كما تتفوق على خوارزمية رانج-كوتا من المرتبة الثانية والتي تعتمد على مرحلتين وسيطيتين فقط. هذه المزايا في خوارزمية رانج-كوتا من المرتبة الرابعة تجعلها خياراً مناسباً وموثوقاً لمعالجة المعادلات التفاضلية اللاخطية كمعادلة رايلي-بليست، ولا سيما عند التعامل مع مقاييس متناهية في الصغر كنطاق البيكو ثانية.

- **البيئة الحوسبية** : تمت برمجة النموذج وتنفيذ المحاكاة باستخدام برمجية (Wolfram Mathematica) للاستفادة من دقتها العالية في الحسابات العددية ورسم المنحنيات البيانية بدقة فائقة.

- **ضبط البارامترات** : تم اختيار القيم الفيزيائية (نصف قطر التوازن، التردد، السعة) لتتطابق مع القيم التجريبية المعيارية الموثقة في المرجع العلمي المعتمد [3]، لضمان موثوقية المحاكاة وقابليتها للمقارنة.

يتم حل معادلة رايلي-بليست الموصوفة بالمعادلة (1)، عن طريق تحويلها إلى نظام من معادلتين تفاضليتين من الرتبة الأولى لتسهيل المعالجة العددية وذلك بفرض المتغيرات الآتية: $x_1 = R$ و $x_2 = \dot{R}$.

$$f(t, x_1, x_2) = \frac{dR}{dt} \quad (4)$$

$$g(t, x_1, x_2) = -\frac{1}{\rho R} \left[\frac{3}{2} \rho (\dot{R})^2 + 4\mu \frac{\dot{R}}{R} + \frac{2\sigma}{R} + (p_0 + p_a - p_g) + \frac{R}{c} \left(\frac{dp_a}{dt} - \frac{dp_g}{dt} \right) \right]$$

حيث أن كل من f و g تابعين لثلاث متحولات وهي الزمن t والموضع R والسرعة $\dot{R}$ بحيث تُحسب القيمة الجديدة للمتغير R كتركيب من أربعة حسابات وسيطية للدالة عند نقاط مختلفة، مما يضمن دقة عالية في تتبع كل من الموضع والسرعة. إن خوارزمية رانج-كوتا تُعالج المعادلات التفاضلية من الرتبة الأولى فقط، لذلك تم تحويل معادلة رايلي-بليست من الرتبة الثانية إلى نظام معادلتين من الرتبة الأولى بفرض متغيري الموضع والسرعة. ونظراً للتباين الحاد في السرعات بين مراحل حياة الفقاعة، اعتمدنا منهجية الخطوة الزمنية المتغيرة لضمان دقة الرصد عند الانهيار، مع تغير في قيمة الأس البوليتروبي k (Polytropic exponent) وهو معامل يصف طبيعة العملية الحرارية للغاز داخل الفقاعة. تتغير قيمته بين القيمة (1) في مرحلة التوسع والتي تأخذ سلوك متساوي الحرارة

(Isothermal behavior) والقيمة (1.4) في مرحلة الانهيار والتي تأخذ سلوك كظوم (Adiabatic behavior) كما يمكن استخدام المقدار 5/3 للغازات النبيلة [4] و 7/5 وفقاً للمرجع [1].
تم اعتماد الجدول 1 في اختيار الخطوة المتغيرة تبعاً للمرحلة التي تمر فيها الفقاعة، بحيث تم وضع خطوة زمنية كبيرة نسبياً من مرتبة الميكروثانية في طور التمدد، بينما تم استخدام خطوة زمنية صغيرة جداً من مرتبة البيكوثانية في الأطوار الثلاث (الإنكماش و الإنهيار العنيف والتذبذب) وخصصنا الخطوة الزمنية الأصغر لمنطقة ذروة الانهيار والتي تُقابل أقل نصف قطر .

الجدول 1: يوضح الخطوة الزمنية والأس البوليتروبي عند كل طور تمر فيه الفقاعة خلال الدورة الصوتية.

الطور	الخطوة	المجال الزمني	قيمة الأس البوليتروبي
التمدد	$\Delta t = 0.1 * 10^{-6} (s)$	$[0, 1] \mu s$	1
التمدد	$\Delta t = 20 * 10^{-12} (s)$	$[1, 17.5] \mu s$	1
الإنكماش	$\Delta t = 20 * 10^{-12} (s)$	$[17.5, 20] \mu s$	1.4
الإنهيار العنيف	$\Delta t = 10^{-12} (s)$	$[20, 21.6] \mu s$	1.4
التذبذب (الاهتزاز)	$\Delta t = 30 * 10^{-12} (s)$	$[21.6, 37.7] \mu s$	1.4

تم استخدام $k = 1$ في طور التمدد لأن تمدد الفقاعة هو عملية بطيئة نسبياً (بالميكروثانية) وهو ما يوفر وقتاً كافياً لحدوث تبادل حراري بين الغاز داخل الفقاعة والوسائل المحيط بها، مما يحافظ على درجة حرارة الغاز ثابتة تقريباً، تُسمى هذه الحالة بالحالة متساوية الحرارة (the isothermal condition). تم استخدام قيمة مختلفة لـ k في المجالات الثلاثة الأخيرة (الإنكماش، الانهيار العنيف، التذبذب) وهي $k = 1.4$ وذلك لأن هذه العمليات سريعة جداً ولا تنتج وقتاً كافياً لتبادل الحرارة، مما يجعل الغاز داخل الفقاعة معزولاً حرارياً وتسمى هذه الحالة بالحالة الكظومة (the adiabatic condition) وبهذا تنتهي الدورة الصوتية [3]. جرى تقليص الخطوة الزمنية Δt إلى 10^{-12} في أطوار الانهيار السريعة لضمان استقرار خوارزمية رانج-كوتا. لدراسة التطور الزمني لنصف قطر الفقاعة وسرعة جدارها بالاعتماد على معادلة رايلي-بليست، يتطلب الأمر فرض شروط ابتدائية ملائمة متمثلة بالقيم الآتية عند اللحظة $t = 0 (s)$:

$$R = 4.5 * 10^{-6} (m) \quad \dot{R} = 0 (m/s)$$

يمثل الجدول 2 البارامترات المستخدمة في الدراسة والمستخرجة من المرجع [3].

الجدول 2: يوضح البارامترات الداخلة في الدراسة.

σ	0.073 N/m
C	1481 m/s
p_0	1 atm= 101325 pa
p_a^0	1.325 atm= 134255.625 pa
w	26.5KHz=26.5×10 ³ Hz
$h = R_0/8.5$	0.529×10 ⁻⁶ m
k	1.4 or 1

تم اعتماد قيم البارامترات الواردة في الجدول 2 بما يتوافق مع الدراسة المرجعية [3]، وذلك بغرض التحقق من صحة واستقرار كود المحاكاه المطور في بيئة ماثماتيكا. لتقليص الكود وحل المشاكل التنسيقية (مثال على ذلك تداخل الأقواس)، تم تكبير الخط وحذف جميع الأسطر البرمجية الثانوية والمساعدة التي لا تخدم القارئ فيزيائياً (مثل أوامر رسم المخططات البيانية وتحليل النتائج البيانية)، بينما تم الإبقاء على النواة الفيزيائية والعديد للنموذج (تعريف معادلة رايلي-بليست وخوارزمية رانج كوتا).

الكود البرمجي المستخدم في المحاكاة يعطى بالشكل التالي:

```

ClearAll["Global`*"];
Off[General::munfl];
(*---1. تعريف الثوابت الفيزيائية ---*)
P0 = 101325.; PA = 1.325*P0;
f = 26500.; rhoL = 1000.;
mu = 0.001; sigma = 0.073;
c = 1481.; R0 = 4.5*^-6;
h = R0/8.5;
(*---2. تعريف الدوال المساعدة (بالفيزياء المعتمدة) ---*)
(*المتغير كما هو مطلوب k نظام*)
getK[t_?NumericQ] := If[t <= 17.5*^-6, 1.0, 1.4];
Pa[t_?NumericQ] := -PA*Sin[2*Pi*f*t];
dPaDt[t_?NumericQ] := -PA*(2*Pi*f)*Cos[2*Pi*f*t];
(*التي تتوافق مع حساباتك اليدوية Pg معادلة*)
Pg[R_?NumericQ, t_?NumericQ] :=
Module[{k = getK[t]},
If[R <= h, 0., P0*((R0^3 - h^3)/(R^3 - h^3))^k]];
dPgDR[R_?NumericQ, t_?NumericQ] :=
Module[{k = getK[t]},
If[R <= h, 0.,
P0*k*((R0^3 - h^3)^k)*(-3*R^2)/((R^3 - h^3)^(k + 1))]];
dPgDt[R_?NumericQ, V_?NumericQ, t_?NumericQ] := dPgDR[R, t]*V;
(*---3. دالة التسارع ---*)
accel[t_?NumericQ, R_?NumericQ, V_?NumericQ] :=
Module[{pressureTerm, surfaceTensionTerm, viscosityTerm,
soundCorrectionTerm, kinematicTerm}, If[R <= h, Return[0.0]];
pressureTerm = (Pg[R, t] - P0 - Pa[t]);
surfaceTensionTerm = (2*sigma/R);
viscosityTerm = (4*mu*V/R);
soundCorrectionTerm = (R/c)*(dPgDt[R, V, t] - dPaDt[t]);
kinematicTerm = 1.5*V^2;
(1/R)*((1/rhoL)*(pressureTerm - surfaceTensionTerm -
viscosityTerm) + (1/rhoL)*soundCorrectionTerm -
kinematicTerm)];
(*---4. دالة رانج-كوتا 4 ---*)
rk4Step[t_?NumericQ, R_?NumericQ, V_?NumericQ, dt_?NumericQ] :=
Module[{k1R, k1V, k2R, k2V, k3R, k3V, k4R, k4V}, k1R = V;
k1V = accel[t, R, V];
k2R = V + dt/2*k1V;
k2V = accel[t + dt/2, R + dt/2*k1R, V + dt/2*k1V];
k3R = V + dt/2*k2V;
k3V = accel[t + dt/2, R + dt/2*k2R, V + dt/2*k2V];
k4R = V + dt*k3V;
k4V = accel[t + dt, R + dt*k3R, V + dt*k3V];
{R + dt/6*(k1R + 2*k2R + 2*k3R + k4R),
V + dt/6*(k1V + 2*k2V + 2*k3V + k4V)}];
(*---5. إعداد وتنفيذ المحاكاة ---*)
initialR = R0; initialV = 0.; initialT = 0.;
finalT = 37.7*10^-6;
(* **** التعديل الأول: تطبيق نظام الخطوات الزمنية الجديد والمفصل **** *)
getDt[currentTime_] :=
Which[(*مرحلة الانهيار والارتداد القصوى (أعلى دقة)*)
currentTime > 20*^-6 && currentTime <= 21.6*^-6,

```

```

1.0*^-12, (*المرحلة البطيئة الأولى*) currentTime <= 1*^-6,
0.1*^-6, (*مرحلة ما بعد الارتداد*) currentTime > 21.6*^-6,
30.0*^-12, (*المراحل المتوسطة (الافتراضي)*) True, 20.0*^-12];

Print[Style[">>> (بالتقسيم الجديدة)", Bold,
Blue]];
results =
Reap[Module[{currentTime = initialT, currentR = initialR,
currentV = initialV, dt}, Sow[{currentTime, currentR, currentV}]];
While[currentTime < finalT, dt = getDt[currentTime];
If[currentTime + dt > finalT, dt = finalT - currentTime];
{currentR, currentV} =
rk4Step[currentTime, currentR, currentV, dt];
If[currentR < h, currentR = h; currentV = 0;];
currentTime = currentTime + dt;
Sow[{currentTime, currentR, currentV}];]][[2, 1]];

```

تم اختبار الكود في بيئة ماثماتيكا على مدى عدة دورات صوتية وأثبت صحته وكفاءته واستقراره.
بتطبيق الكود السابق نحصل على النتائج التالية:

أولاً: طور التمدد والذي يمتد ضمن المجال $[0, 16.85] \mu s$ كما يوضح الجدول 3:

الجدول 3 : يعبر عن قيم مختارة لتغير نصف قطر الفقاعة وسرعة جدارها في طور التمدد.

Time (μs)	Radius (μm)	Velocity (m/s)	Time (μs)	Radius (μm)	Velocity (m/s)
0	4.5	0	7.5	11.39297074	2.759523111
0.1	4.465569777	-0.6771338548	8	12.84798001	3.055254506
0.2	4.36889459	-1.229638661	8.5	14.44212973	3.314508438
0.5	3.922601196	-1.178332315	10	19.84217307	3.810942528
1	4.309761305	1.823816788	12.5	29.40769118	3.634988611
2	4.61439145	-0.667197787	13.5	32.85079936	3.217375577
4	6.031011648	0.484887179	15.5	37.94295045	1.710169621
4.5	6.281673359	0.577591285	16	38.66396854	1.159889916
6	7.997644107	1.740265005	16.7	39.1625578	0.230047088
6.5	8.958227667	2.098148913	16.8	39.17805606	0.079071012
7	10.09281317	2.437616492	16.85104	39.1800803	1.94146E-05

ثانياً: طور الانكماش والذي يمتد ضمن المجال $[16.9, 20.66239] \mu s$ كما يوضح الجدول 4:

الجدول 4 : يعبر عن قيم مختارة لتغير نصف قطر الفقاعة وسرعة جدارها في طور الانكماش.

Time (μs)	Radius (μm)	Velocity (m/s)	Time (μs)	Radius (μm)	Velocity (m/s)
16.9	39.17819816	-0.077121008	20.662337	0.68263803	-3092.322662
17	39.16244864	-0.238810557	20.662338	0.679543909	-3095.786815
18	37.98691113	-2.24781161	20.662339	0.676446731	-3098.424606
19.5	30.82396072	-8.401265775	20.66234	0.673347362	-3100.157078
20.000004	25.45700992	-13.78164426	20.662341	0.670246748	-3100.898322
20.15	23.18246867	-16.73349699	20.662342	0.667145926	-3100.554887
20.25	21.37643097	-19.54029167	20.662343	0.664046033	-3099.025155
20.500005	14.91115921	-36.08970044	20.662344	0.660948308	-3096.198687

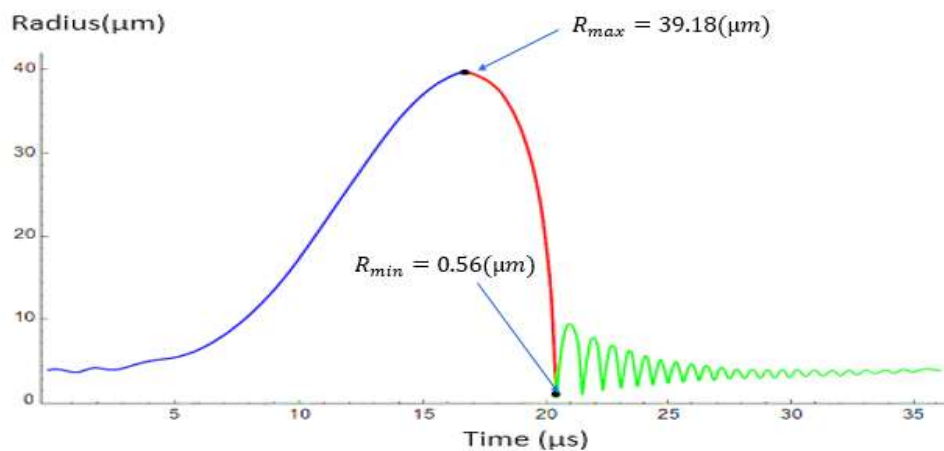
20.630005	7.856472873	-97.00100622	20.662345	0.657854108	-3091.955538
20.650001	5.347449461	-172.9833561	20.662346	0.654764913	-3086.165553
20.660001	2.763854042	-463.7255451	20.662348	0.648608151	-3069.369175
20.660079	2.727324745	-473.0046738	20.662349	0.645544269	-3058.045116
20.662317	0.743051571	-2928.38018	20.662361	0.610554951	-2687.947438
20.662332	0.698037457	-3064.949465	20.662393	0.569927203	-104.4679679
20.662334	0.691894494	-3077.668584	20.662395	0.569763898	-60.86316485
20.662335	0.68881401	-3083.199588	20.662396	0.569712049	-43.25326094
20.662336	0.685728303	-3088.104698	20.662399	0.569646479	-3.335149308

ثالثاً: طور التذبذب (الارتداد) والذي يمتد وفق المجال μs [20.6624, 37.7] كما يوضح الجدول 5:

الجدول 5 : يعبر عن قيم مُختارة لتغير نصف قطر الفقاعة وسرعة جدارها في طور التذبذب.

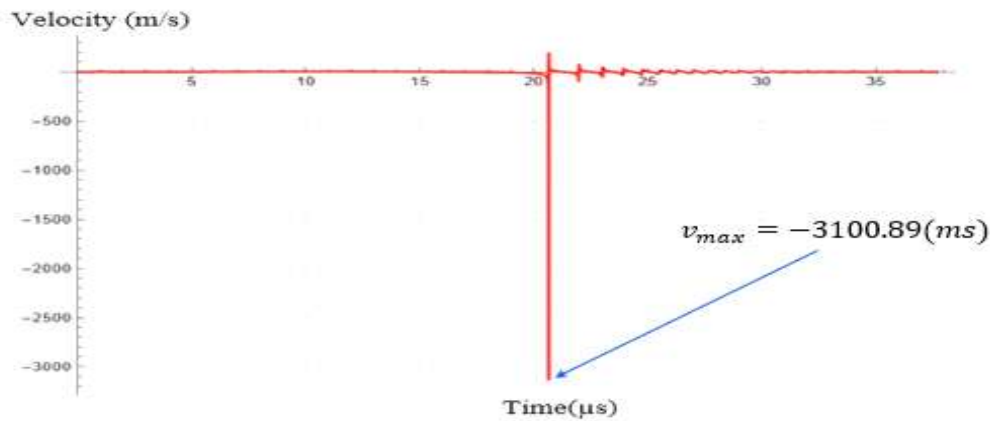
Time (μs)	Radius (μm)	Velocity(m/s)	Time (μs)	Radius(μm)	Velocity(m/s)
20.6624	0.569648207	6.550363373	26.500021	4.62416222	3.874009512
20.662401	0.569659133	15.09310166	27.000001	2.8422417	9.82850792
20.6627	0.594390878	100.3537575	30.500011	3.58518616	3.779848792
20.663705	0.743251371	180.4104668	33.000001	3.72844783	-1.73027273
20.664103	0.816621984	186.4918489	33.500011	3.87274163	0.906137367
20.664169	0.828934819	186.5908119	34.000021	3.57918253	0.430092138
20.664405	0.872884518	185.538623	34.200001	3.81034197	1.301364844
20.666344	1.202828427	152.888201	34.400011	3.94032234	-0.13678695
20.668715	1.524220115	120.8358744	35.000011	3.84239665	1.126216422
20.670848	1.761118379	102.4956228	35.400001	3.91667548	-0.76957501
20.679992	2.499556583	65.75749553	36.800011	4.0162214	0.744490553
20.682472	2.655973244	60.56445155	36.800011	4.0162214	0.744490553
21.3241789	9.143733788	0.0000257449	37.7	4.1028118	0.305710206

وبالاستفادة من الجداول 3 و 4 و 5 يمكن رسم تغير كل من نصف قطر الفقاعة وسرعة جدارها بتأثير الزمن كما في الشكلين 1 و 2:



الشكل 1: يوضح التطور الزمني لنصف قطر الفقاعة خلال دورة صوتية واحدة.

من الشكل 1 نجد أنه في طور التمدد (المنحني الأزرق) تتمدد الفقاعة تحت تأثير الضغط الصوتي المخلخل لتصل الفقاعة إلى أقصى نصف قطر لها وهو $R_{max} = 39.18 \mu m$ عند الزمن $t = 16.85 \mu s$. أما في طور الانكماش و الانهيار العنيف (المنحني الأحمر) يحدث انهيار سريع ومفاجئ لتتقلص الفقاعة إلى أدنى نصف قطر لها وهو $R_{min} = 0.56 \mu m$ عند الزمن $t \approx 20.3 \mu s$. ويُلاحظ بوضوح عدم التناظر الزمني في الدورة الصوتية، حيث تستغرق مرحلة التمدد وقتاً أطول من مرحلة الانهيار، وهو سلوك مميز للفقاعات المثارة صوتياً [15]. وقد تبين تجريبياً أن الضوء ينبعث خلال الانهيار الأول، لكونه الانهيار الأشد انضغاطاً [10,13]. يؤدي الانضغاط الكظوم السريع لهذا الغاز المحصور إلى رفع درجة الحرارة الداخلية للفقاعة بشكل هائل بحيث قد تصل إلى حوالي 10,000 كلفن عند انهيار الفقاعة [7,10,11,13]. أما في طور التذبذب (المنحني الأخضر)، تظهر سلسلة من الارتدادات الاهتزازية المتناقصة تدريجياً قبل أن تستقر الفقاعة لتصبح مهياًة لبدء دورة جديدة. تصل سرعة جدار الفقاعة عند انهيارها إلى قيم عالية جداً، كما يوضح الشكل 2.



الشكل 2: يعبر عن تغير سرعة جدار الفقاعة بالنسبة للزمن خلال دورة صوتية واحدة.

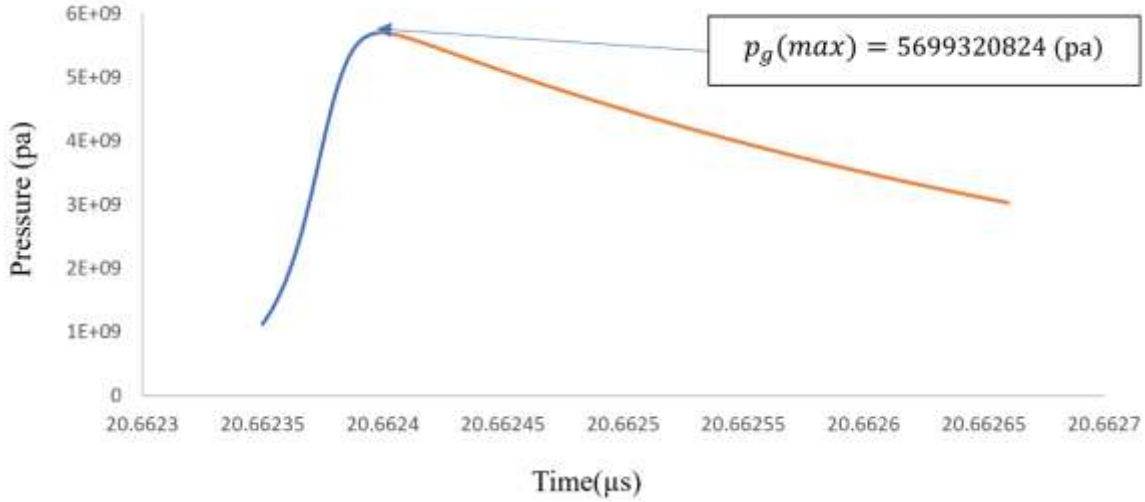
يوضح الشكل 2 السكون الديناميكي خلال طور التمدد الطويل، والذي يليه انهيار هيدروديناميكي مفاجئ وسريع. بعد دراسة ديناميكية الفقاعة، يُمكن تحديد القيم القصوى للضغط ودرجة الحرارة خلال الدورة الصوتية الواحدة. وبالاستفادة من العلاقة 4 يُمكن تحديد قيم الضغط خلال الدورة الصوتية والذي يتناسب عكسياً مع نصف قطر الفقاعة كما يُظهر الجدول 6:

الجدول 6: يبين قيماً مُختارة لتغير الضغط داخل الفقاعة خلال طوري الانهيار العنيف والتذبذب الأول.

Time(μs)	Radius(μm)	Pressure(pa)	Time(μs)	Radius(μm)	Pressure(pa)
20.66235	0.642492788	1126702241	20.662423	0.570835023	5457183524
20.662351	0.639455985	1179089806	20.662453	0.572977422	5060657520
20.662381	0.574336767	4832583257	20.662542	0.579929855	4047759376
20.662382	0.573612044	4952067457	20.662551	0.580679749	3958160853
20.662394	0.569834666	5659836007	20.662601	0.585006327	3497884338
20.662397	0.569676612	5692968484	20.662621	0.586813954	3330337610
20.662398	0.569655392	5697440519	20.662622	0.5869055	3322193030
20.662399	0.569646479	5699320824	20.662623	0.586997157	3314070175
20.6624	0.569648207	5698956240	20.662624	0.587088926	3305968988
20.662401	0.569659133	5696651841	20.662625	0.587180806	3297889409

20.662402	0.569678006	5692674752	20.66265	0.589514049	3102752886
20.662403	0.569703746	5687257989	20.662651	0.589608832	3095214888
20.662405	0.569772219	5672889098	20.662653	0.589798734	3080199052
20.662412	0.570125638	5599650647	20.66266	0.590466924	3028269590

يبين الجدول 6 أن الضغط وصل إلى القيمة $p_g = 5.699 \times 10^9$ (pa) وهذه قيمة ضغط مرتفعة للغاية. كما يوضح الشكل 3 التطور الزمني لتغير هذا الضغط.



الشكل 3: يعبر عن تغير قيمة الضغط داخل الفقاعة بالنسبة للزمن في طور الانهيار العنيف والتذبذب الأول.

إن قيمة الضغط المتولدة داخل الفقاعة كبيرة جداً مقارنة بالضغط الجوي والذي يساوي $p_0 = 101325$ (pa) فهي تصل في بعض الأحيان إلى 6 مليار باسكال أي ما يعادل حوالي 60000 ضعف الضغط الجوي. المنحنى الأزرق يوضح تزايد الضغط أثناء عملية الانهيار، بينما يعبر المنحنى البرتقالي عن التذبذب الذي يحصل بعد الانهيار الأول الشديد.

وبعد تحديد قيمة الضغط المتولد داخل الفقاعة، يتوجب الانتقال إلى حساب درجة الحرارة في كل لحظة زمنية، لأن معرفة درجة الحرارة داخل الفقاعة هي المفتاح لفهم الظاهرة بشكل أعمق، خاصة أن التآلق الصوتي يتميز بانبعث وميض ضوئي لا يمكن تفسيره دون وجود درجات حرارة عالية جداً تكفي لتأيين الغاز وتحويله إلى بلازما [3]. إن أقل نصف قطر يكافئ أعلى درجة حرارة في الدورة الصوتية [7]. يمكن حساب درجة الحرارة في كل لحظة زمنية [4,8]، بتطبيق العلاقة التالية:

$$T(t) = T_0 \frac{(R_0^3 - h^3)^{k-1}}{(R^3(t) - h^3)^{k-1}} \quad (5)$$

حيث أن T_0 هي درجة الحرارة الابتدائية. يلاحظ الارتباط المباشر بين درجة الحرارة ونصف القطر.

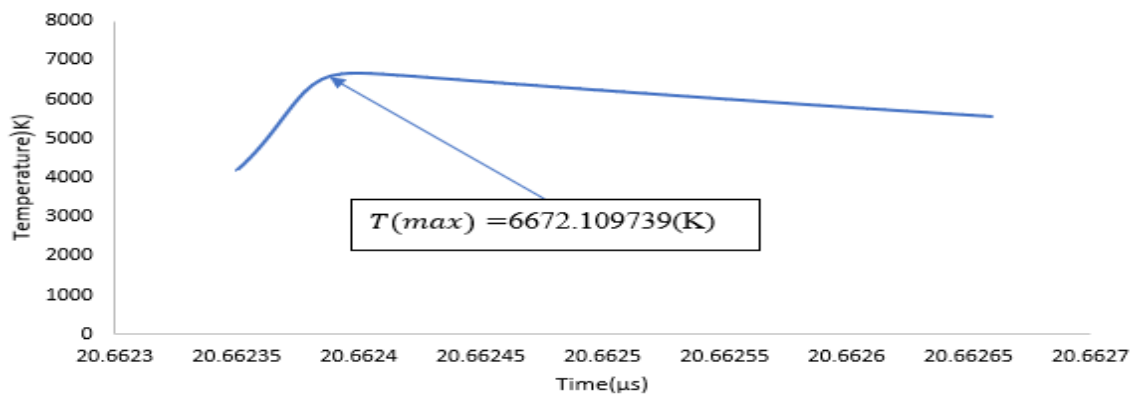
ويعتبر تطبيق العلاقة (5) عند كل لحظة خلال طور الانهيار نحصل على الجدول 7:

الجدول 7 : يعبر عن قيم مُختارة لتغير درجة الحرارة داخل الفقاعة في طور الانهيار العنيف و التذبذب الأول.

Time(μ s)	Raduis(μ m)	Temperature(K)	Time(μ s)	Raduis(μ m)	Temperature(K)
20.66235	0.642492788	4198.714454	20.662448	0.572611567	6472.67458
20.662351	0.639455985	4253.59063	20.662449	0.572684517	6468.001826
20.662381	0.574336767	6364.928602	20.662542	0.579929855	6050.672324
20.662382	0.573612044	6409.500223	20.662543	0.580012745	6046.370895
20.662394	0.569834666	6658.870013	20.662593	0.584295661	5836.202369
20.662395	0.569763898	6663.839018	20.662594	0.584384108	5832.095954
20.662396	0.569712049	6667.487138	20.662595	0.584472666	5827.993297
20.662397	0.569676612	6669.984173	20.662609	0.585724061	5770.949405
20.662398	0.569655392	6671.480759	20.66261	0.585814275	5766.902835
20.662399	0.569646479	6672.109739	20.662611	0.585904601	5762.859985
20.6624	0.569648207	6671.98781	20.662629	0.587549438	5690.721845
20.662401	0.569659133	6671.216885	20.66263	0.587641875	5686.74919
20.662405	0.569772219	6663.254155	20.662648	0.589324819	5615.866548
20.662426	0.571041241	6575.912524	20.66266	0.590466924	5569.264914

يبين الجدول 7 أن درجة الحرارة العظمى بلغت $T(t) \approx 6672 (K)$ وهي قيمة تتوافق إلى حد كبير مع النتائج المنشورة في المرجع [19].

ويرسم تغيرات درجة الحرارة بالنسبة للزمن نحصل على الشكل 4:



الشكل 4: يعبر عن تغير قيمة درجة الحرارة داخل الفقاعة خلال طوري الانكماش والتذبذب الأول.

تم استخلاص النتائج العددية بناءً على المحاكاة الحاسوبية لتطور فقاعة التآلق الصوتي في سائل الماء، حيث يمكن تلخيص المخرجات الأساسية فيما يلي:

- السلوك الديناميكي : أظهرت النتائج الموضحة في الجدولين 3 و 4 أن الفقاعة تمر بدورة نمو وانهيار حادة، حيث بلغت الفقاعة القيمة القصوى لنصف القطر $R_{max} \approx 39.18 (\mu m)$ عند اللحظة الزمنية

$t = 16.85 \text{ } (\mu\text{s})$ ، تلا ذلك انهيار مفاجئ وعنيف، بلغت خلاله سرعة جدار الفقاعة قيمتها السلبية القصوى (باتجاه المركز) لتصل إلى $v_{max} = -3100.89 \text{ (m/s)}$ بينما بلغ أصغر نصف قطر القيمة $R_{min} \approx 0.56 \text{ } (\mu\text{m})$.

- **القيم الترموديناميكية :** رصدت المحاكاة تحولات حرارية وضغطية كبيرة في لحظة الانهيار النهائي كما هو موضح في الجدولين 6 و 7 حيث بلغت درجة الحرارة قيمة مرتفعة للغاية تُقدر بـ $T_{max} = 6672 \text{ K}$ في حين سجل الضَّغط الأقصى قيمة هائلة بلغت $p_{max} \approx 5.7 \text{ (Gpa)}$.
- يوضح الشكل 1 السلوك الاهتزازي للفقاعة بعد الانهيار الأول، حيث تظهر سلسلة من الارتدادات ذات ساعات متناقصة تدريجياً حتى تستقر الفقاعة. يتسق هذا السلوك مع ديناميكا التكهف الصوتي إذ تدخل الفقاعة بعد وصولها إلى حجمها الأدنى في دورة اهتزاز ثانية لتصل إلى حجم أقصى (أقل من حجمها الأول)، قبل أن تنهار مجدداً.
- **الاستقرار العددي :** أثبتت خوارزمية رانج-كوتا كفاءة عالية في التعامل مع التغيرات اللحظية (بمقياس البيكو ثانية)، حيث حافظت المحاكاة على استقرارها دون حدوث انهيار رياضي للمعادلات عند القيم الدنيا لنصف القطر.

النتائج والمناقشة:

تُقدم النتائج المرصودة رؤية فيزيائية معمقة حول آليات تركيز الطاقة داخل الفقاعة المجهرية، ويمكن تحليلها وفق النقاط التالية:

- **ظاهرة تركيز الطاقة:** في البداية تنخفض درجة الحرارة داخل الفقاعة تدريجياً أثناء عملية تمدد الفقاعة ثم تبدأ درجة الحرارة بالارتفاع تدريجياً في مرحلة الانكماش لتصل الفقاعة إلى درجة الحرارة القصوى عند أصغر نصف قطر [1,19].
- يُعزى الارتفاع الاستثنائي في درجات الحرارة والضغط داخل الفقاعة لحظة الانهيار إلى ظاهرة تركيز الطاقة، فالتسارع الهائل لجدار الفقاعة نحو المركز يؤدي إلى حصر الغاز وضغطه في حيز مكاني مجهري (أقل من ميكرومتر) وذلك خلال فترة زمنية متناهية الصغر. وبسبب هذه السرعة الفائقة، لا يمتلك النظام وقتاً كافياً لتبادل الحرارة مع السائل المحيط، مما يجعل العملية تقترب من حالة الانضغاط الكظوم، نتيجة لذلك، تتحول الطاقة الحركية للسائل المحيط بشكل شبه كامل إلى طاقة حرارية داخلية للغاز، مما يفسر القفزة الهائلة في درجات الحرارة.
- **تفسير الانبعاث الضوئي والبلازما:** عند درجة الحرارة 6672 K ، يتم تجاوز عتبة التأين الحراري للغاز الخامل الموجود داخل الفقاعة، وهذه القيمة تؤكد أن الضوء المرصود تجريبياً في ظاهرة (SBSL) هو ناجم عن تشكل البلازما في لب الفقاعة، حيث تنبعث الفوتونات نتيجة عمليات إعادة الاتحاد أو إشعاع الكبح وهذا ما يتفق مع المراجع [4,8,9,12].

- **دور تصحيحات فان دير فالس :** يُعزى الاستقرار الفيزيائي للنتائج عند الانهيار إلى إدراج نصف قطر النواة الصلبة (h) في النمذجة الرياضية [3,4].

لولا هذا التصحيح لكانت المعادلات قد أدت إلى قيم لانهاية غير منطقية فيزيائياً، أما النتائج الحالية تبرهن على أن الغاز المضغوط يتصرف في اللحظات الأخيرة كسائل غير قابل للانضغاط، مما يولد قوة إرجاع (قوة مقاومة عكسية) تؤدي إلى الارتدادات الموضحة في النتائج والشكل 1.

- **المطابقة مع المراجع العلمية:** بمقارنة النتائج الحالية مع الدراسات المرجعية نجد توافقاً في رتبة مقادير الضغط ودرجة الحرارة، مما يعزز موثوقية النموذج الرياضي المستخدم والخطوة الزمنية المختارة ويؤكد قدرة البحث على محاكاة الظروف الفيزيائية القصوى بدقة عالية.
- **حدود النموذج ودقته:** يجب الإشارة إلى أن هذه الدراسة كانت ضمن حدود متمثلة في الكروية التامة للفقاعة طوال الدورة الصوتية، كما تم إهمال تأثير انتقال الحرارة والاشعاع، ووصف سلوك الغاز بمعادلة فان دير فالس. تمت مقارنة نتائج هذا البحث بالمراجع [3] و [19] وفق الجدول 8:

الجدول 8: يعبر عن مقارنة النتائج المحسوبة في هذا البحث مع نتائج المراجع [3] و [19].

المرجع	القيمة المرجعية	النتائج الحسابية	البارامتر
[3]	$R_{max} = 47.1 (\mu m)$	$R_{max} = 39.18 (\mu m)$	نصف القطر الأعظمي
[3]	$R_{min} = 0.56 (\mu m)$	$R_{min} = 0.56 (\mu m)$	نصف القطر الأدنى
[3]	$v_{max} = 2 \text{ to } 4 (Mach)$ $= 3000 \text{ to } 6000 (\frac{m}{s})$	$v_{max} = -3100 (\frac{m}{s})$	السرعة العظمى
المرجع	القيمة المرجعية	النتائج الحسابية	البارامتر
[19]	$R_{max} = 37.09 (\mu m)$	$R_{max} = 39.18 (\mu m)$	نصف القطر الأعظمي
[19]	$R_{min} = 0.58 (\mu m)$	$R_{min} = 0.56 (\mu m)$	نصف القطر الأدنى
[19]	$p_{max} = 3.77 (GPa)$	$p_{max} = 5.7 (GPa)$	الضغط
[19]	$T_{max} = 6180 (K)$	$T_{max} = 6672 (K)$	درجة الحرارة

تجدر الإشارة إلى الحساسية الكبيرة التي تُبديها مخرجات النموذج الرياضي المعتمد في هذه الدراسة تجاه القيم الابتدائية للبارامترات، حيث يؤدي تباين هذه القيم الأساسية (مثل نصف قطر التوازن، واللزوجة، وتوتر السطح، والضغط الصوتي، والتزدد، ودرجة حرارة الوسط) إلى تباين ملحوظ في القيم القصوى المحسوبة للضغط ودرجة الحرارة. يُعزى التباين النسبي بين دراستنا والمرجع [3] في قيمة نصف القطر الأعظمي R_{max} إلى المنهجية العددية المجزئة والمعتمدة في دراستنا، حيث تم تقسيم الدورة الصوتية إلى أطوار حرارية منفصلة مع تقليل الخطوة الزمنية ديناميكياً. هذا التقريب العددي الذي تم استخدامه للتحكم في استقرار الحل يؤدي إلى انزياح طفيف في ذروة التمدد مقارنة بالحلول الأخرى لنفس المعادلة، ورغم ذلك أثبتت المحاكاة نجاحها في الحصول على نصف قطر أدنى R_{min} مطابق لما ورد في المرجع [3].

كما قد تلعب الشروط الابتدائية دوراً في الاختلاف الحاصل.

يُعزى التقارب الكبير في قيم درجة الحرارة T_{max} بين دراستنا والمرجع [19] بشكل مباشر إلى التقارب الشديد في قيم نصف القطر الأدنى R_{min} .

فوفقاً لقوانين الانضغاط الكظوم، ترتبط درجة الحرارة القصوى ارتباطاً وثيقاً بمدى الانضغاط، ولأن قيمة R_{min} في محاكاتنا $R_{min} = 0.56 \mu m$ شبه مطابقة لنظيرتها في المرجع [19]، فقد انعكس هذا رياضياً وفيزيائياً على تقارب درجات الحرارة الناتجة.

يتوافق الشكل 4 في دراستنا مع الشكل 15 من المرجع [4] من حيث إظهار نبضة الحرارة حول لحظة الانهيار. والفارق في القيم العظمى يعود لأن الشكل 15 في المرجع [4] يعتمد أساساً بوليتروبياً ثابتاً $\Gamma = 5/3$ بينما في

دراستنا استخدمنا $k = 1.4$ ، كما أقر مؤلفو المرجع [4] أنفسهم بأن حسابهم يتضمن بعض التقريبات، وهذا ما يجعل نتيجتنا البالغة $T_{max} \approx 6672 K$ أكثر توافقاً مع نتائج المرجع [19]. يتسق الشكل العام لمنحنى نصف القطر في الشكل 1 من هذه الدراسة مع ما ورد في المرجع [6] في الشكل 13 وذلك من حيث المراحل الأساسية الثلاثة للدورة الصوتية: التمدد البطيء، الانهيار المفاجئ، والارتدادات المتناقصة التي تأتي بعد الانهيار الأول. يُعزى الاختلاف الملحوظ في قيمة R_{max} بين الدراستين إلى اختلاف قيمة الضغط الصوتي $P_a = 1.325 atm$ المستخدمة في دراستنا مقارنة مع القيمة $P_a = 1.275 atm$ في المرجع [6]. يُسهم التوتر السطحي المُدرج في الجدول 1 في مقاومة تمدد الفقاعة وتعزيز انهيارها، غير أنه يبقى ثانوياً مقارنة بقوة الضغط الصوتي عند لحظة الانهيار القصوى.

الاستنتاجات والتوصيات:

- بعد استيفاء مراحل المحاكاة والتحليل الفيزيائي، يخلص البحث إلى النتائج التالية:
- **المصادقية الرياضية للنمذجة:** أثبت هذا البحث كفاءة المنهجية العددية المجرأة (المبنية على خوارزمية رانج-كوتا) في تتبع السلوك الديناميكي اللاخطي للفقاعة، حيث نجح النموذج في محاكاة الطور الحرج للانهيار وتطابقت نتائجه (مثل نصف القطر الأدنى $R_{min} = 0.56 \mu m$) مع نتائج المراجع [3]، [19] مما يوفر أداة تنبؤية دقيقة للظروف التي يصعب رصدها تجريبياً.
 - **التحليل الكمي لتركيز الطاقة:** قدمت المحاكاة العددية في هذا البحث دليلاً حسابياً على آلية عمل الفقاعة كنظام مجهري لتركيز الطاقة، حيث أظهرت كيف يؤدي الانضغاط العنيف عند أصغر نصف قطر $R_{min} = 0.56 \mu m$ إلى توليد درجة حرارة مرتفعة للغاية وصلت إلى $T_{max} = 6672 K$ في زمن قدره أجزاء من البيكوثانية.
- هذا يؤدي إلى ترسيخ مفهوم البقعة الساخنة بأرقام وحسابات فعلية.
- **تجاوز حدود المادة القياسية:** يؤكد البحث أن الظروف المتولدة داخل الفقاعة تُخرج الغاز عن سلوكه التقليدي ليصل إلى حالة المادة المتأينة (البلازما)، مما يجعل من نظام التآلق الصوتي مختبراً فيزيائياً فريداً لدراسة حالات المادة تحت الضغوط الفائقة [5].
- وبناءً على هذه الاستنتاجات، يُوصى بالاستفادة من الحسابات والنتائج الفيزيائية التي توصلت إليها هذه الدراسة في تطوير تطبيقات الأمواج فوق الصوتية الطبية والصناعية، وخاصة في مجالات علاج الأورام وتوليد المواد النانوية.

References:

- [1] R. Pflieger, S. I. Nikitenko, C. Cairos, and R. Mettin, Characterization of Cavitation Bubbles and Sonoluminescence. Cham, Switzerland: Springer, 2019.
- [2] K. S. Suslick and D. J. Flannigan, "Inside a collapsing bubble: Sonoluminescence and the conditions during cavitation," Annu. Rev. Phys. Chem., vol. 59, pp. 659–683, May 2008.
- [3] V. A. Bogoyavlenskii, "Single-bubble sonoluminescence: Shape stability analysis of collapse dynamics in a semianalytical approach," Phys. Rev. E, vol. 62, no. 2, pp. 2158–2167, Aug. 2000.

- [4] M. P. Brenner, S. Hilgenfeldt, and D. Lohse, "Single-bubble sonoluminescence," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 74, no. 2, pp. 425–484, Apr. 2002.
- [5] Y. An and W.-J. Zhang, "The characteristics of sonoluminescence," *Chin. Phys. B*, vol. 21, no. 1, p. 017806, Jan. 2012.
- [6] S. J. Putterman and K. R. Weninger, "Sonoluminescence: How bubbles turn sound into light," *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol. 32, pp. 445–476, 2000.
- [7] S. Hilgenfeldt, M. P. Brenner, S. Grossmann, and D. Lohse, "Analysis of Rayleigh-Plesset dynamics for sonoluminescing bubbles," *J. Fluid Mech.*, vol. 365, pp. 171–204, 1998.
- [8] K.-T. Byun, K. Y. Kim, and H.-Y. Kwak, "Sonoluminescence characteristics from micron and submicron bubbles," *J. Korean Phys. Soc.*, vol. 47, no. 6, pp. 1010–1022, Dec. 2005.
- [9] H. P. Hoeppe et al., "The collapse of a sonoluminescent cavitation bubble imaged with X-ray free-electron laser pulses," *New J. Phys.*, vol. 26, no. 3, p. 033002, Mar. 2024.
- [10] R. Ji, R. Pflieger, M. Viot, and S. I. Nikitenko, "Multibubble sonochemistry and sonoluminescence at 100 kHz: The missing link between low- and high-frequency ultrasound," *J. Phys. Chem. B*, vol. 122, no. 26, pp. 6989–7001, 2018.
- [11] K. S. Suslick, "Sonoluminescence and sonochemistry," in *Encyclopedia of Physical Science and Technology*, 3rd ed., R. A. Meyers, Ed. San Diego, CA, USA: Academic Press, 2001.
- [12] A. Kurcz, A. Beige, and M. Scala, "Sonoluminescence and quantum optical heating," *New J. Phys.*, vol. 11, no. 5, p. 053001, May 2009.
- [13] D. F. Gaitan, L. A. Crum, C. C. Church, and R. A. Roy, "Sonoluminescence and bubble dynamics for a single, stable, cavitation bubble," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 91, no. 6, pp. 3166–3183, Jun. 1992.
- [14] J.-L. Thomas, Y. Forterre, and M. Fink, "Boosting sonoluminescence with a high-intensity ultrasonic pulse focused on the bubble by an adaptive array," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 88, no. 7, p. 074302, Feb. 2002.
- [15] S. A. Bapir, K. M. A. Manmi, R. K. Saeed, and A. Dadvand, "Oscillation of an ultrasonically driven gas bubble in an asymmetric confined domain," *Phys. Fluids*, vol. 35, no. 10, p. 103325, Oct. 2023.
- [16] V. H. Man, M. S. Li, P. Derreumaux, and P. H. Nguyen, "Rayleigh-Plesset equation of the bubble stable cavitation in water: A nonequilibrium all-atom molecular dynamics simulation study," *J. Chem. Phys.*, vol. 148, no. 9, p. 094505, 2018.
- [17] E. Beguin, S. Shrivastava, N. V. Dezhkunov, A. P. McHale, J. F. Callan, and E. Stride, "Direct evidence of multibubble sonoluminescence using therapeutic ultrasound and microbubbles," *ACS Appl. Mater. Interfaces*, vol. 11, no. 22, pp. 19913–19919, Jun. 2019.
- [18] X.-X. Liang, N. Linz, S. Freidank, G. Paltauf, and A. Vogel, "Comprehensive analysis of spherical bubble oscillations and shock wave emission in laser-induced cavitation," *J. Fluid Mech.*, vol. 940, p. A5, Jun. 2022.
- [19] C. C. Wu and P. H. Roberts, "A model of sonoluminescence," *Proc. R. Soc. Lond. A*, vol. 445, no. 1924, pp. 323–349, May 1994.