

Statistical Independence Test of the Kappa Parameter as a Physical Variable Constant and Independent of Temperature Wind Plasma and Particle Density in Solar

Maysaa Ali^{*} 

Dr. Mahmoud Ahmed^{**}

Dr. Najah Qablan^{***}

(Received 3 / 6 / 2026. Accepted 13 / 8 / 2026)

□ ABSTRACT □

In this study, we developed and applied a methodological and mathematical framework to demonstrate that the Kappa parameter is not merely a fitting parameter. We provide experimental evidence that the isotropic Standard Kappa Distribution (SKD) is capable of deriving all plasma physical properties of the quiet solar wind proton population and satisfies the ideal gas law. This is based on the analytical relationship between the moment ratio and the Kappa parameter, from which $\kappa \approx 3$ was obtained and the plasma temperature accurately predicted. We then moved to phase space to reveal the thermodynamic nature of the Kappa parameter as a physical variable governing the dynamics and expansion of the solar wind. The calculations showed consistency with weakly coupled plasma. The constancy of the Kappa parameter was explained through the dynamical balance between the characteristic times.

By calculating these characteristic times, we were able to determine the travel time of the plasma and of the slow and fast acoustic disturbances to Earth, as well as the acoustic Mach number. The methodology was further supported by a statistical test between (T, κ) and (n, κ) , providing evidence for the physical independence of the Kappa parameter along a thermodynamic path. The study recommends extending this methodology to time-series data from the Parker Solar Probe using the anisotropic Standard Kappa Distribution (SKD), accounting for magnetic-field effects, as well as the Regularized Kappa Distribution (RKD), and applying it to other plasma environments.

Keywords: solar wind, kappa distribution, velocity moment, parker solar wind, characteristic times.

Copyright  :Latakia University Journal (formerly Tishreen) -Syria, The authors retain the copyright under a CC BY-NC-SA 04

^{*}PhD Student, Department of physics, faculty of Science, Latakia University (formerly Tishreen), Latakia, Syria. maysaaali@latakia-univ.edu.sy

^{**}Professor, Department of physics, faculty of Science, Latakia University (formerly Tishreen), Latakia, Syria. drmoahmad@gmail.com

^{***}Professor, Department of physics, faculty of Science, Latakia University (formerly Tishreen), Latakia, Syria. Kabla2021@gmail.com

اختبار الاستقلال الإحصائي لمعامل كابا كمتحول فيزيائي ثابت ومستقل عن درجة الحرارة وكثافة الجسيمات في بلازما الرياح الشمسية

ميساء علي*

د. محمود أحمد**

د. نجاح قبلان***

(تاريخ الإيداع 3 / 6 / 2026. قبل للنشر في 13 / 8 / 2026)

□ ملخص □

قمنا في هذا البحث بتطوير وتطبيق إطار منهجي ورياضي لأثبت أن معامل كابا ليس مجرد معامل للموائمة، والبرهان التجريبي على أن توزيع كابا القياسي SKD موحد الخواص Isotropic قادر على استنباط كافة الخواص الفيزيائية البلازمية لجملة بروتونات الرياح الشمسية الهادئة، ويحقق قانون الغازات المثالي، اعتماداً على العلاقة التحليلية بين نسبة العزوم ومعامل كابا، حيث تم استخراج قيمة $\kappa \approx 3$ والتنبؤ الدقيق بدرجة الحرارة، وبهذا تمكنا من الانتقال إلى فراغ الطور وإظهار الوجه التيرموديناميكي لمعامل كابا كمتحول فيزيائي يتحكم بديناميكا الرياح الشمسية وتمدها، حيث أظهرت الحسابات ω_p ، N_D ، λ_D ، توافقاً مع بلازما ضعيفة الاقتران. كما فسر ثبات معامل كابا انطلاقاً من التوازن الديناميكي بين الأزمنة المميزة

$$\tau_{\text{coll}} \gg \tau_{\text{exp}} \gg \tau_p$$

وبحساب $\gamma, c_s()$ تمكنا من حساب زمن وصول البلازما والاضطرابات الصوتية البطيئة والسريعة إلى الأرض وحساب عدد ماخ الصوتي، حيث تم دعم منهجية هذا البحث باختبار فعلي إحصائي بين (k, T) و (k, n) وبرهان على الاستقلال الفيزيائي لمعامل كابا وفق مسار تيرموديناميكي. توصي الدراسة بتوسيع المنهجية إلى سلسلة زمنية من بيانات Solar Probe Park، باستخدام توزيع كابا القياسي SKD متباين الخواص Anisotropic بفعل الحقل المغناطيسي والمنتظم RKD، ووصف بيانات بلازمية أخرى.

الكلمات المفتاحية: الرياح الشمسية، توزع كابا، عزوم السرعة، مسبار باركر الشمسي، الأزمنة المميزة.



حقوق النشر : مجلة جامعة اللاذقية (تشرين سابقاً) - سورية، يحتفظ المؤلفون بحقوق النشر بموجب

الترخيص CC BY-NC-SA 0

* طالبة دكتوراه، قسم الفيزياء، كلية العلوم، جامعة اللاذقية (تشرين سابقاً)، اللاذقية، سورية Kabla2021@gmail.com

** أستاذ في قسم الفيزياء، كلية العلوم، جامعة اللاذقية (تشرين سابقاً)، اللاذقية، سورية. maysaaali@latakia-univ.edu.sy

*** أستاذ في قسم الفيزياء، كلية العلوم، جامعة اللاذقية (تشرين سابقاً)، سورية. drmoahmad@gmail.com

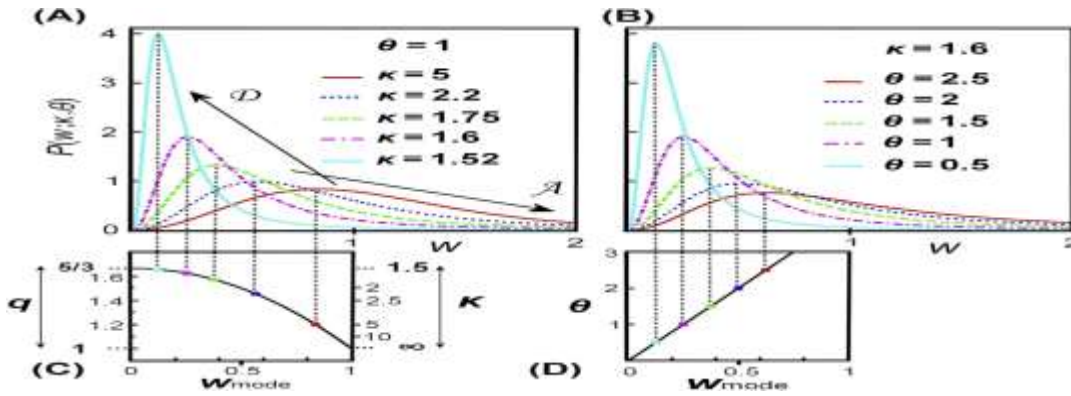
مقدمة:

تُعد دراسة الخواص الفيزيائية والإحصائية لبلازما الرياح الشمسية ذات أهمية أساسية في فيزياء الفضاء والطقس في أجواء الكواكب مثل الأرض [1,2]، لأن حالة الرياح الشمسية والحقل المغناطيسي تتحكم في مقدار اقتران البلازما الشمسية بالغلاف المغناطيسي الأرضي، وفي شدة الاضطرابات الجيومغناطيسية الناتجة عنها، وتدخل سرعة الرياح الشمسية في تقدير زمن وصول الاضطرابات الشمسية إلى محيط الأرض، بينما تؤدي شدة واتجاه الحقل المغناطيسي بين الكوكبي، دوراً أساسياً في كفاءة إعادة الاتصال المغناطيسي وانتقال الطاقة من الرياح الشمسية إلى الغلاف المغناطيسي.

أما كثافة البروتونات ودرجة حرارتها فتعكسان الحالة الحركية والحرارية للبلازما، وتؤثران في الضغط الديناميكي، وطبيعة تابع التوزيع السريع، وشدة اللاتوازن في الوسط بين الكواكب

تُظهر القياسات الحركية في بلازما الفضاء أن دوال توزيع الجسيمات لا تكون دائماً ماكسويلية، بل قد تحتوي على ذيول فائقة حرارية، وحزم جسيمية، ولا تناظرات حرارية، وتوزيعات حلقيّة في فضاء السرعة [3]. حيث تشير النماذج الحركية للرياح الشمسية إلى أن وجود إلكترونات فائقة حرارية في الهالة السفلى يمكن أن يسهم في تعزيز الجهد الكهربائي ثنائي القطب وتسريع البروتونات إلى الخارج، بالتكامل مع تدرج الضغط والتمدد الديناميكي والتفاعلات الموجية-الجسيمية والاضطراب وإعادة الاتصال المغناطيسي. لذلك فإن دراسة عزوم السرعة لبروتونات الرياح الشمسية، التي تمثل المكوّن الأيوني الغالب في الرياح الشمسية، لا تعد تمريناً إحصائياً فقط، بل تمثل نافذة تجريبية على فيزياء اللاتوازن وشروط البدء وآليات التسارع.

يوضح الشكل (2) [4]: الفرق بين النواة شبه الماكسويلية عند السرعات الصغيرة والذيل الممتد عند السرعات العالية، حيث يتحول التناقص الأسّي في توزيع ماكسويل إلى تناقص أقرب إلى قانون قوى في توزيع كابا بسبب ثبات بارامتر كابا K والسرعة الحرارية θ ، كما يوضح علاقة الانحراف المعياري عن السرعة W بتابعية K و θ و q معامل اللاجمعية



الشكل (1)

تتمثل الإشكالية التي يعرضها البحث في عدم دقة التنبؤ بالطقس في أجواء الكواكب المتمثلة بحساب زمن وصول بلازما الرياح الشمسية والاضطرابات الشمسية إلى الأرض، التي أدت إلى أعطال في شبكات الكهرباء والرادار وخسائر اقتصادية كبيرة، حيث ظهرت فجوات في حسابات التنبؤ بالطقس أدت إلى عدم الدقة، تتمثل في فرض شروط بدء غير دقيقة أهملت بها الاضطراب المبدئي الذي ازداد مع تمدد الرياح الشمسية وغير من مخرجات الجملة، وأيضاً فجوات منهجية في اعتبار معاملات كابا والحرارة معاملات حرة أدت إلى عدم دقة الحساب، ومن ثم، فإن التعامل مع K لا

ينبغي أن يقتصر على اعتباره معامل موائمة حرًا، بل يجب اختباره من خلال علاقته بعزوم السرعة وبالمؤشرات الحركية للبلازما، مع تقدير عدم اليقين والتمييز بين الاستدلال النظري والاختبار الرصدي.

لا تكمن المشكلة في إجراء الموائمة الرياضية بحد ذاتها، فهي إجراء مشروع ومستخدم في فيزياء البلازما [5]، وإنما في أن الاعتماد على κ كمعامل موائمة فقط قد يضعف تفسيره الفيزيائي إذا لم يُربط بعزوم السرعة أو بخصائص حركية مستقلة نسبياً. كما أن استخدام مجموعة البيانات نفسها لاستخراج κ ثم استخدامها مرة أخرى لاختبار النموذج قد يؤدي إلى اختبار غير مستقل إحصائياً.

قمنا في هذا البحث بالمساهمة في حل تلك الفجوات، وذلك باقتراح نموذج كابا القياسي بصفته نموذجاً "رياضياً" فيزيائياً" لوصف سلوك بروتونات الرياح الشمسية عند مسافة قريبة من الشمس، ثم إجراء اختبار تجريبي للتحقق من صحة هذا الوصف وفق طريقة منهجية مبتكرة

يعتمد هذا النموذج لأنه يصف توزع الجسيمات في فراغ طور سداسي الأبعاد، حيث يمكن تحديد الموضع والسرعة في فترة زمنية واحدة، مع فرض التجانس الموضعي عند هذه المسافة، أي أن الخصائص البلازمية لا تتغير بشكل كبير ضمن حجم صغير، لذا يمكن تعريفه بأنه توزع متناظر كروياً" في فضاء السرعة وموحد الخواص في جميع الاتجاهات. تعطى صيغته بالعلاقة التالية [1]:

$$F_k(v) = \frac{n}{(\pi k \theta^2)^{\frac{3}{2}}} \frac{\Gamma(k+1)}{\Gamma(k-\frac{1}{2})} \left(1 + \frac{v^2}{k \theta^2}\right)^{-k-1} \quad (1)$$

يملك هذا النموذج القياسي خواص حركية إحصائية (داخلية) تعرف بلحظات تابع التوزع، وهي عزوم سرعة ذاتية خاصة بالتوزع، تربط بين العالم الميكروسكوبي (حركة مليار الجسيمات) مع العالم الماكروسكوبي (خواص قابلة للقياس)، وخواص حرارية (خارجية) تصف سلوك النظام المدروس ككل وتفاعلاته، وكيف يستجيب للمتعدد γ وماهية سرعة توسعه وقوة التفاعل بين جسيماته.

يفرض هذا النموذج علاقات رياضية بين خواصه الحركية الداخلية (العزم الثاني والرابع)، تتمثل في قيمة مميزة وحيدة هي درجة التآرجح وقيمة مركزية هي مربع السرعة الحرارية الفعالة وفق التالي:

$$R = \frac{\langle v^4 \rangle}{\langle v^2 \rangle^2} = \frac{5}{3} \frac{\kappa - \frac{3}{2}}{\kappa - \frac{5}{2}}$$

$$\theta_k^2 = \frac{2k_B T_{exp}}{m} \frac{k - \frac{3}{2}}{k} \quad (2)$$

قمنا في هذا البحث بإثبات صحة هذه العلاقات الرياضية تجريبياً وفق خطة عمل بحثي، تمثلت في تطوير وتطبيق إطار منهجي لاختبار تناسق توزيع كابا القياسي SKD مع خواصه الحركية الإحصائية الداخلية في وصف بروتونات الرياح الشمسية، بمعنى هل معامل كابا الذي يصف الجسيمات عالية الطاقة في ذيل التوزع قادر على وصف الجسيمات الحرارية في جسم التوزع، الإجابة عن هذا السؤال توضح مدى الارتباطات الفيزيائية بعيدة المدى بين ذيل التوزع وجسمه الناجمة عن تفاعلات (موجة - جسيم).

تم استخراج مدخلات النموذج في هذا البحث من عزوم السرعة التجريبية عند موقع مسبار [6] Parker Solar Probe، حيث يحدد العزم الصفري الكثافة وهي كمية المادة القادمة والتي تؤثر على قوة التفاعل مع الغلاف المغناطيسي

الأرضي، بينما العزم الأول سرعة التدفق وهي مدخل أساسي لحساب زمن وصول البلازما، أما العزم الثاني درجة الحرارة وتحدد سرعة انتشار الصدمات والموجات وتؤثر على طاقة الرياح الشمسية والعزم الرابع يحدد مقدار الانحراف عن التوزيع الماكسويلي المتمثل بمعامل كبا.

أهمية البحث وأهدافه:

تكمّن أهمية البحث بمساهمته في تحويل معامل كبا من مجرد أداة رياضية للموائمة إلى قانون فيزيائي يوصف كأداة جديدة لتنبؤ بسلوك البلازما، وذلك من خلال استخلاصه (γ, c_s) التي تتحكم بكيفية تطور الرياح الشمسية أثناء رحلتها، فهو حالة النظام الخفي الناتج عن توازن ديناميكي دقيق، وبوصفه مؤشرا حركيا على شدة الذيل فائق الحرارة والانحراف عن التوزيع الماكسويلي يمكنه وصف حالة البلازما (بطيئة أو سريعة).
أما التطبيقات العملية له فهو يساهم في تحسين دقة التنبؤ بالطقس بين الكواكب وبالتالي حماية الأرض وشبكات الكهرباء والرادار من أضرار كبيرة ويغير في توقعاتنا عن موعد وصول إشارات الطقس
تقدم هذه الدراسة منهجية جديدة للدراسات المستقبلية في تعميم اختبار الاستقلال الإحصائي على نماذج فيزيائية أعقد بفعل الحقل المغناطيسي، وتطبيقها على بيانات بلازمية أخرى.
يتمثل الهدف الرئيسي لهذا البحث في المساهمة بإجراء تطبيقات تساعدنا في حساب زمن وصول البلازما والاضطرابات الصوتية البطيئة والسريعة كإذار بحدوث الخطر وعدد ماخ الذي يحدد قوة الصدمة عند تفاعلها مع الحقل المغناطيسي الأرضي، ولتحقيق ذلك يجب حساب معامل كبا ومعامل الحرارة وسرعة الصوت كأهداف فرعية لأنجاز البحث وذلك وفق خطة عمل مبتكرة.

طرائق البحث ومواده:

تتمثل طرائق البحث المتبعة في وضع إطار منهجي ورياضي لاختبار أن توزع كبا القياسي قادر على استنتاج كافة الخواص الفيزيائية لجملة بروتونات الرياح الشمسية وخاصة معامل الحرارة ومعامل كبا وسرعة الصوت، حيث تم بناء المنهجية في صورتها الأولية، أي مرحلة الاضطراب الأولي، وذلك بعد استنتاج عزوم السرعة نظريا لمقارنتها مع التجريبي وإجراء الاختبار، حيث استخدمنا لهذا التوزيع يعتبر مقبول وآمن لعدم تباعد العزوم لأن قيمة معامل كبا أكبر من $\frac{3}{2}$ ، إن الشرط $K > \frac{3}{2}$ يضمن تقارب العزم الثاني، بينما يتطلب العزم الرابع الشرط $K > \frac{5}{2}$.
من الناحية الإحصائية قمنا بإجراء اختبار الاستقلال الإحصائي لمعامل كبا اعتمادا على طريقة العزوم، أما من الناحية الرياضية، قمنا بنشر توزيع كبا القياسي حول النهاية الماكسويلية وفق منشور تايلور
تم اختيار طريقة العزوم التقليدية ليس لكونها الطريقة الوحيدة، بل لأنها تسمح بتصميم اختبار القيد بالرصد *observation* وهذا ما يميز هذا الدراسة عن الدراسات السابقة التي أكتفت بالتوفيق المباشر، ذلك من خلال استخدام نسبة العزم الرابع إلى مربع العزم الثاني
يتحقق مبدأ الاستقلال الإحصائي للمتغيرات وفق استخلاص معامل كبا من خاصية واحدة (العزم الرابع) وهي كمية مستقلة تماما عن الخاصية التي استخدمت لاختباره (العزم الثاني).

لذلك نحن لا نفرض شكلا رياضيا مثل كبا أو ماكسويل كما في الدراسات السابقة إنما نحسب الخصائص الفيزيائية بشكل مباشر من البيانات التجريبي وفق الجدول 1 [7].

الجدول 1 البيانات التجريبية لمسبار باكر الشمسي

$\langle v^4 \rangle_{exp}$	$\langle v^2 \rangle_{exp}$	u_{exp}	$20cm^{-3}$
$1.651 \times \frac{10^8 km^4}{s^4}$	$5746.5 \frac{km^2}{s^2}$	$500 \frac{km}{s}$	

تم دعم منهجية البحث بمقارنتها مع حساب معامل كبا باستخدام طريقة الموائمة، وباختبار الاستقلال الفيزيائي لمعامل كبا وفق مسار ثيرموديناميكي وحساب معامل الحرارة باستخدام طريقة الفروق المركزية وإجراء اختبار إحصائي فعلي بين K ، ودرجة الحرارة T ، والكثافة n .
تم استخدام طريقة التكامل العددي قاعدة شبه المنحرف من أجل حساب زمن وصول البلازما إلى الأرض.

النتائج والمناقشة:

لكي يتمكن النموذج الرياضي لتوزيع كبا التقليدي من وصف بروتونات الرياح الشمسية يجب أن يكون تابع احتمالي أي يأخذ قيم موجبة عند قيم المتغير v ويحقق شرط التنظيم أي يجب ان يكون لأي جسيم سرعة حتما تعطى الصيغة الرياضية لتوزيع كبا وفق العلاقة [1]:

$$f_k(v) = A_k \left(1 + \frac{1}{k} \frac{v^2}{\theta_k^2} \right)^{-k-1} \quad (3)$$

حيث A_k : ثابت التنظيم ، θ_k : السرعة الحرارية ، k : معامل كبا
وفق شرط التنظيم نحصل على ثابت التنظيم ومعامل التصحيح وفق التالي :

$$\int_0^\infty 4\pi v^2 f_k(v) dv = n \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty 4\pi v^2 A_k \left(1 + \frac{1}{k} \frac{v^2}{\theta_k^2} \right)^{-k-1} dv \\ &= n \\ & 4\pi \int_0^\infty A_k \left(1 + \frac{1}{k} \frac{v^2}{\theta_k^2} \right)^{-k-1} v^2 dv \\ &= n \end{aligned} \quad (5)$$

يمكن كتابة العلاقة (5) بالشكل التالي :

$$4\pi A_k \int_0^\infty v^2 \left(1 + \frac{1}{k} \frac{v^2}{\theta_k^2} \right)^{-k-1} dv = n \quad (6)$$

حيث :

$$I = \int \frac{v^2}{(1 + \frac{1}{k} \frac{v^2}{\theta_k^2})^{k+1}} dv \quad (7)$$

$$\begin{aligned} I &= \frac{(k\theta^2)^{\frac{3}{2}}}{2} \int \frac{\sqrt{x}}{(1+x)^{k+1}} dx = \frac{(k\theta^2)^{\frac{3}{2}}}{2} \int \frac{x^{p-1}}{(1+x)^{p+q}} = \frac{(k\theta^2)^{\frac{3}{2}}}{2} B(p, q) \\ &= \frac{(k\theta^2)^{\frac{3}{2}}}{2} B\left(\frac{3}{2}, k - \frac{1}{2}\right) = \frac{(k\theta^2)^{\frac{3}{2}}}{2} \frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)} \\ &= \frac{(k\theta^2)^{\frac{3}{2}}}{2} \frac{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)\Gamma\left(k - \frac{1}{2}\right)}{\Gamma(k+1)} \quad (8) \end{aligned}$$

نعوض العلاقة (6) في (4) لنحصل على :

$$A_K = A_\infty \frac{\Gamma(k+1)}{k^{\frac{3}{2}}\Gamma(k - \frac{1}{2})} \quad (9)$$

نعوض العلاقة (9) في (3) لنحصل على :

$$F_k(v) = \frac{n}{(\pi k\theta^2)^{\frac{3}{2}}\Gamma(k - \frac{1}{2})} \left(1 + \frac{v^2}{k\theta^2} \right)^{-k-1} \quad (10)$$

لإيجاد معامل التصحيح نأخذ لوغاريتمه ووفق تمديد ستيرلنغ لدالة غاما نحصل على التالي :

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{\Gamma(k+1)}{\Gamma(k - \frac{1}{2})}\right) &= \ln\Gamma(k+1) \\ &- \ln\Gamma\left(k - \frac{1}{2}\right) \quad (11) \end{aligned}$$

يعطى تمديد ستيرلنغ لدالة غاما وفق التالي [8] :

$$\ln\Gamma(n) \sim \ln\left(n^{n-\frac{1}{2}}e^{-n}\sqrt{2\pi n}\right) + \frac{1}{12n} - \frac{1}{360n^3} + \frac{1}{1260n^5} + \dots \dots \dots \quad (12)$$

$$\ln\Gamma(n+1) = \ln\Gamma(n) + \ln n$$

ووفق تمديد ستيرلنغ العلاقة (12) لأجل $\ln\Gamma(k+1)$ و $\ln\Gamma\left(k - \frac{1}{2}\right)$ نحصل على التالي :

$$\begin{aligned} \ln \Gamma(k+1) &= \ln k + \ln \left(k^{k-\frac{1}{2}} e^{-k} \sqrt{2\pi k} \right) + \frac{1}{12k} - \frac{1}{360k^3} + \frac{1}{1260k^5} + \dots \\ &= \ln k + k \ln k - \frac{1}{2} \ln k - k + \frac{1}{2} \ln 2\pi + \frac{1}{2} \ln k + \dots = (k+1) \ln k - k \\ &\quad + \frac{1}{2} \ln 2\pi + \frac{1}{12k} - \frac{1}{360k^3} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \ln \Gamma\left(k - \frac{1}{2}\right) &= \left(k - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) \ln k \left(k - \frac{1}{2}\right) - \left(k - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} \ln 2\pi + \frac{1}{12(k-1)} + \dots \\ &= (k-1) \ln \left(k - \frac{1}{2}\right) - k + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \ln 2\pi \\ &\quad + \frac{1}{12(k-1)} + \dots \end{aligned} \quad (14)$$

ننشر الحد الأول والأخير من العلاقة (14) وفق منشور تايلور، لأن معامل الاضطراب صغير تجاه الحالة الأساسية من رتبة $\frac{1}{k}$ وفق التالي :

$$\begin{aligned} (k-1) \ln \left(k - \frac{1}{2}\right) &= (k-1) \left(\ln k - \frac{1}{2k} - \frac{1}{8k^2} + \dots \right) \\ \frac{1}{12(k-1)} &= \frac{1}{12k} \frac{1}{1 - \frac{1}{2k}} = \frac{1}{12k} \left(1 + \frac{1}{2k} + \frac{1}{4k^2} + \dots \right) \end{aligned} \quad (15)$$

نعوض في حدي العلاقة (15) في (14) لنحصل على :

$$\begin{aligned} \ln \Gamma\left(k - \frac{1}{2}\right) &= k \ln k - k - \ln k + \frac{1}{2} \ln 2\pi + \frac{11}{24k} + \frac{1}{8k^2} + \dots \\ &= (k-1) \ln k - k + \frac{1}{2} \ln 2\pi + \frac{11}{24k} + \frac{1}{8k^2} + \dots \end{aligned} \quad (16)$$

نعوض (13)، (16) في (11) لنحصل على :

$$\begin{aligned} \ln \left(\frac{\Gamma(k+1)}{\Gamma(k-\frac{1}{2})} \right) &= \ln \Gamma(k+1) - \ln \Gamma\left(k - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \ln k + \frac{1}{12k} + \ln k - \frac{11}{24k} - \frac{1}{8k^2} \\ \ln \frac{\Gamma(k+1)}{\Gamma(k-\frac{1}{2})} &= \frac{3}{2} \ln k + \left(\frac{1}{12} - \frac{11}{24} \right) \frac{1}{k} - \frac{1}{8k^2} + \dots \end{aligned} \quad (17)$$

بأخذ العدد الاسي لنحصل على :

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma(k+1)}{\Gamma(k-\frac{1}{2})} &= k^{\frac{3}{2}} \exp \left(-\frac{3}{8k} - \frac{1}{8k^2} + \dots \right) \end{aligned} \quad (18)$$

بالعودة للعلاقة (10) نأخذ حد القوى ونكتبه وفق الشكل :

$$\left(1 + \frac{v^2}{k\theta^2}\right)^{-k-1} = \exp\left((-k-1)\ln\left(1 + \frac{v^2}{k\theta^2}\right)\right) \quad (19)$$

ننشر الحد اللوغاريتم في العلاقة (19) وفق منشور تايلور [9] وفق التالي :

$$\ln\left(1 + \frac{v^2}{k\theta^2}\right) = \frac{v^2}{k\theta^2} - \frac{v^4}{2k^2\theta^4} + \frac{v^6}{2k^3\theta^6} - \frac{v^8}{4k^4\theta^8} \quad (20)$$

نضرب حد اللوغاريتم العلاقة (20) ب $(-k-1)$ لنجد حد القوى وفق العلاقة (19) وفق التالي :

$$\begin{aligned} & (-k-1)\ln\left(1 + \frac{v^2}{k\theta^2}\right) \\ &= -\frac{v^2}{\theta^2} + \frac{1}{k}\left(-\frac{v^2}{\theta^2} + \frac{v^4}{2\theta^4}\right) + \frac{1}{k^2}\left(\frac{v^4}{2\theta^4} - \frac{v^6}{3\theta^6}\right) + \frac{1}{k^3}\left(-\frac{v^6}{3\theta^6} + \frac{v^8}{4\theta^8}\right) \\ &+ \frac{v^8}{4k^4\theta^8} \end{aligned} \quad (21)$$

نعوض العلاقة (21) في (19) لنحصل على :

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{v^2}{k\theta^2}\right)^{-k-1} \\ & \approx e^{-\frac{v^2}{\theta^2}} \exp\left(\frac{1}{k}\left(-\frac{v^2}{\theta^2} + \frac{v^4}{2\theta^4}\right) + \frac{1}{k^2}\left(\frac{v^4}{2\theta^4} - \frac{v^6}{3\theta^6}\right) + \frac{1}{k^3}\left(-\frac{v^6}{3\theta^6} + \frac{v^8}{4\theta^8}\right) + \frac{v^8}{4k^4\theta^8}\right) \end{aligned} \quad (22)$$

$$= e^{-\frac{v^2}{\theta^2}} \exp\left(\frac{1}{k}(a_1) + \frac{1}{k^2}(a_2) + \frac{1}{k^3}(a_3) + \frac{1}{k^4}a_4\right)$$

نعوض العلاقة (18) ، (22) في العلاقة (10) لنحصل على توزيع كابتا للسرعة كامتداد لتابع ماكسويل وفق :

$$\begin{aligned} F_k(v) &= \frac{n}{(\pi k\theta^2)^{\frac{3}{2}}} k^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{3}{8k} - \frac{1}{8k^2} + \dots\right) e^{-\frac{v^2}{\theta^2}} \exp\left(\frac{1}{k}(a_1) + \frac{1}{k^2}(a_2) + \frac{1}{k^3}(a_3) + \frac{1}{k^4}(a_4)\right) \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} F_k(v) &= \frac{n}{(\pi\theta^2)^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{v^2}{\theta^2}} \exp\left(-\frac{3}{8k} - \frac{1}{8k^2} + \dots\right) \exp\left(\frac{1}{k}(a_1) + \frac{1}{k^2}(a_2) + \frac{1}{k^3}(a_3) + \frac{1}{k^4}(a_4)\right) \end{aligned} \quad (24)$$

$$F_k(v) = F_\infty(v) \left[\exp\left(-\frac{3}{8k} - \frac{1}{8k^2} + \dots\right) \exp\left(\frac{1}{k}(a_1) + \frac{1}{k^2}(a_2) + \frac{1}{k^3}(a_3) + \frac{1}{k^4}(a_4)\right) \dots \right] \quad (25)$$

من الناحية الرياضية، يبين نشر توزيع كابا حول النهاية الماكسويلية أن الحد الرئيس هو التوزيع الماكسويلي، في حين تظهر الانحرافات غير الماكسويلية كتصحيات تعتمد على $1/k$ وعلى قوى السرعة العليا. وبذلك تصبح العزوم، ولا سيما العزم الثاني والعزم الرابع، أدوات مناسبة لقياس مقدار الانحراف عن ماكسويل، وتفسير الذيل فائق الحرارة في بلازما الرياح الشمسية.

نحسب عزوم السرعة الإحصائية لتوزيع كابا من العلاقة :

$$\langle v^n \rangle_k = \int v^n f_k(v) dv \quad (26)$$

$$f_k(v) = C v^2 \left(1 + \frac{1}{k} \frac{v^2}{\theta^2}\right)^{-k-1} \quad (27)$$

$$\langle v^n \rangle_k = \int v^n C v^2 \left(1 + \frac{1}{k} \frac{v^2}{\theta^2}\right)^{-k-1} dv \quad (28)$$

لحساب التكامل نستخدم التحويل

$$x = \frac{v^2}{k\theta^2}, \quad v = x^{\frac{1}{2}} k^{\frac{1}{2}} \theta, \quad \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} \theta dx = dv \quad (29)$$

$$\langle v^n \rangle_k = \frac{1}{2} (k\theta^2)^{\frac{n+3}{2}} \int x^{\frac{n+1}{2}} (1+x)^{-k-1} dx \quad (30)$$

التكامل المتبقي هو دالة بيتا :

$$\int_0^\infty x^{p-1} (1+x)^{-(p+q)} dx = B(p, q) = \frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)} \quad (31)$$

$$p = \frac{n+3}{2}, \quad q = k - \frac{n+1}{2} \quad (32)$$

$$\langle v^n \rangle_k = \frac{\left(1 - \frac{3}{2k}\right)^{\frac{n}{2}} \Gamma(k - \frac{n+1}{2}) \Gamma(\frac{n+3}{2})}{k^{\frac{n}{2}} \Gamma(k - \frac{1}{2}) \Gamma(\frac{3}{2})} \left(\frac{2k_B T}{m}\right)^{\frac{n}{2}} \quad (33)$$

الجدول 2 : يوضح عزم السرعة عند كل رتبة

$n = 0$	$\langle v^0 \rangle_k = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(\frac{3}{2}) \Gamma(k - \frac{1}{2})}{\Gamma(k - \frac{1}{2})} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{2}{\sqrt{\pi}} = 1 \quad (34)$
$n = 1$	$\langle v^1 \rangle_k = \sqrt{\frac{2K kT}{m}} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(2) \Gamma(k - 1)}{\Gamma(k - \frac{1}{2})} = \sqrt{\frac{2K kT}{\pi m}} \quad (35)$

$n = 2$	$\langle v^2 \rangle_k = \frac{2kT}{m} k \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(\frac{5}{2})\Gamma(k-\frac{3}{2})}{\Gamma(k-\frac{1}{2})} = \frac{3kT}{m} \frac{k}{k-\frac{3}{2}}$ (36)
$n = 3$	$\langle v^3 \rangle_k = \left(\frac{2KkT}{m}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(k-\frac{2}{2})}{\Gamma(k-\frac{1}{2})}$ (37)
$n = 4$	$\langle v^4 \rangle_k = \left(\frac{15(KkT)^2}{m^2}\right) \frac{\Gamma(k-\frac{5}{2})}{\Gamma(k-\frac{1}{2})}$ (38)

نستنتج نسبة العزم الرابع على مربع العزم الثاني وفق التالي

$$\frac{\langle v^4 \rangle_k}{\langle v^2 \rangle_k^2} = \frac{\left(\frac{15(KkT)^2}{m^2}\right) \frac{\Gamma(k-\frac{5}{2})}{\Gamma(k-\frac{1}{2})}}{\left(\frac{2kT}{m} k \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(\frac{5}{2})\Gamma(k-\frac{3}{2})}{\Gamma(k-\frac{1}{2})}\right)^2} \quad (39)$$

بالاستفادة من الخاصية التكرارية لدالة غاما وهي:

$$\Gamma(z+1) = z\Gamma(z) \quad (40)$$

نحصل على العلاقات التالية :

$$\Gamma\left(k-\frac{3}{2}\right) = \left(k-\frac{5}{2}\right)\Gamma\left(k-\frac{5}{2}\right) \quad (41)$$

$$\Gamma\left(k-\frac{1}{2}\right) = \left(k-\frac{3}{2}\right)\Gamma\left(k-\frac{3}{2}\right) \quad (42)$$

$$\Gamma\left(k-\frac{1}{2}\right) = \left(k-\frac{3}{2}\right)\left(k-\frac{5}{2}\right)\Gamma\left(k-\frac{5}{2}\right) \quad (43)$$

$$\frac{\Gamma(k-\frac{3}{2})}{\Gamma(k-\frac{1}{2})} = \frac{1}{k-\frac{3}{2}} \quad (44)$$

$$\frac{\Gamma(k-\frac{5}{2})}{\Gamma(k-\frac{1}{2})} = \frac{1}{\left(k-\frac{3}{2}\right)\left(k-\frac{5}{2}\right)} \quad (45)$$

نعوض العلاقات السابقة بالعلاقة

$$\frac{\langle v^4 \rangle}{\langle v^2 \rangle^2} = \frac{15k^2}{(2k-3)\theta^4} \theta^4 = \frac{5(2k-3)}{3(2k-5)} \quad (46)$$

نحسب بارامتر كبا عدديا ، وذلك بحساب النسبة التالية (درجة التأرجح) تجريبيا :

$$\frac{\langle v^4 \rangle_{exp}}{\langle v^2 \rangle_{exp}^2} = \frac{1.651 \times 10^8 km^4/s^4}{(5746.5 km^2/s^2)^2} = 5 \quad (47)$$

ثم نقارنها مع علاقتها وفق العزوم النظرية (1) :

$$\frac{1.651 \times 10^8}{(5746.5)^2} = \frac{5}{3} \frac{k-\frac{3}{2}}{k-\frac{5}{2}} \quad (48)$$

لنحصل على بارامتر كبا :

$$k_{exp} = 3 \quad (49)$$

$$k_B T_{exp} = \frac{m}{3} \langle v^2 \rangle_{exp} = 3.2 \times 10^{-18} J \quad (50)$$

$$T_{exp} = 2.32 \times 10^5 K \quad (51)$$

$$\theta_{exp}^2 = \frac{2k_B T_{exp}}{m} = 3831 \frac{km^2}{s^2} \quad (52)$$

$$\theta_k^2 = \theta_{exp}^2 \frac{k - \frac{3}{2}}{k} = \frac{1916 km^2}{s^2} \quad (53)$$

نعوض في عزوم السرعة النظرية لتأكد من تطابق حساب العزوم النظري مع التجريبي ويعبر التطابق عن مدى ملائمة النموذج النظري للبيانات

$$\begin{aligned} \langle v^2 \rangle_k &= \frac{3k_B T_k}{m} \frac{k}{k - \frac{3}{2}} = \frac{3k_B T_{exp}}{m} = \frac{3}{2} \theta_{exp}^2 \\ &= 5746.5 \frac{km^2}{s^2} \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \langle v^4 \rangle_k &= \left(\frac{15(k_B k T_k)^2}{m^2} \right) \frac{\Gamma(k - \frac{5}{2})}{\Gamma(k - \frac{1}{2})} = \frac{15 k_B^2 k^2 T_k^4 \Gamma(\frac{1}{2})}{m^2 \Gamma(\frac{5}{2})} \\ &= 1.651 \times \frac{10^8 km^4}{s^4} \end{aligned} \quad (55)$$

نلاحظ تطابق العزم التجريبي مع النظري

$$\langle v^4 \rangle_k = \langle v^4 \rangle_{exp} = 1.651 \times 10^8 km^4/s^4$$

$$\langle v^2 \rangle_k = \langle v^2 \rangle_{exp} = 5746.5 km^2/s^2$$

هذا يعني أن توزع كابا ملائم للبيانات وأن معامل كابا ثابت فيزيائي حيث يضمن تعريف درجة الحرارة من العزم الثاني استقلالية الطاقة الداخلية عن معامل كابا ، بالتالي قانون الغازات العام محقق لأي حالة مستقرة، وهذا يمكننا من استنتاج علاقة معامل كابا مع معامل الحرارة من قانون الغازات المثالية لتنبؤ بحالة الطقس في أجواء الكواكب سنحسب معاملات وبارامترات وسرعة الصوت لبروتونات الرياح الشمسية وفق الجدول 3.

الجدول 3: حساب المعاملات والبارامترات لبروتونات الرياح الشمسية

معاملات وبارامترات البلازما [10 - 11]	المعنى الفيزيائي	العلاقة الرياضية
معامل كابا k	درجة الانحراف عن الاتزان شكل الذيل الفائق	$k = 3$
معامل الاقتران (الارتباط) Γ	قوة التفاعل الكهربائي بين الجسيمات	$\Gamma = \frac{\langle U \rangle}{\langle K \rangle} = \frac{\sqrt[3]{n_a}}{T} = 3.2 \times 10^{-8}$
معامل الحراري γ	كيفية الاستجابة البلازما ككل للتمدد التبريد أو التسخين	$\gamma = 1 + \frac{1}{k + \frac{1}{2}} \approx 1.286$
بارامتر الارتباط q	درجة الارتباطات الإحصائية	$q = 1 + \frac{1}{k} \approx 1.333$
طول ديبي	مسافة الحجب الكهربائي في البلازما	$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T}{n e^2}} = \sqrt{\frac{(8.85 \times 10^{-12})(1.38 \times 10^{-23})(2.3 \times 10^5)}{(2 \times 10^7)(1.6 \times 10^{-19})^2}} = 7.4 m$

$c_s = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m_p}}$ $= \sqrt{\frac{1.28 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 2.32 \times 10^5}{1.67 \times 10^{-27}}}$ $= 49.6 \text{ km/s}$	السرعة القصوى التي يستجيب فيها الوسط للاضطراب تتحكم في ديناميكيات التدفق	سرعة الصوت للبروتونات
$\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{\epsilon_0 m_p}}$ $= \sqrt{\frac{2 \times 10^7 \times (1.6 \times 10^{-19})^2}{8.85 \times 10^{-12} \times 1.67 \times 10^{-27}}}$ $= 5890 \text{ rad/s}$	التردد الجماعي للجسيمات حول مواضع توازنها يعمل كتردد قطع يمنع الموجات من الانتشار	التردد البلازمي
$N_D = \frac{4\pi}{3} n \lambda_D^3 = \frac{4\pi}{3} \times (2 \times 10^7) \times (7.44)^3$ $\approx 3.5 \times 10^{10}$	عدد الجسيمات في كرة ديبي التي تحجب أثر الشحنة	عدد ديبي

يمكن حساب الأزمنة المميزة لبروتونات الرياح الشمسية وفق الجدول 4

الجدول 4 : الأزمنة المميزة وعدد ماخ الصوتي

المسافة الشعاعية المفروضة r	الحساب	العلاقة الرياضية	الأزمنة المميزة [12]
$0.4 AU$ $= 5.98 \times 10^{10} m$	$\tau = 80.6$ يوم	$\tau = 120 \text{ day}$ $\times \left(\frac{n}{5 \text{ cm}^{-3}}\right)^{-1} \left(\frac{T}{1.2 \times 10^5 \text{ K}}\right)^{\frac{3}{2}}$	زمن التصادم
	$\tau = \frac{5.98 \times 10^{10}}{5 \times 10^5}$ $= 1.2 \times 10^5 = 1.39$ يوم	$\tau = \frac{r}{u}$	زمن التمدد
	$\tau = \frac{1}{5890}$ $= 1.7 \times 10^{-4}$ $= 0.17 \text{ ms}$	$\tau = \frac{1}{\omega_p}$	زمن البلازمي
المسافة المتبقية إلى الأرض $\Delta r = 1 - 0.4$ $= 0.6 AU$	$T=2.1$	$\frac{\Delta r}{U}$	زمن وصول البلازما (الجسيمات) إلى الأرض
	$T=20.9$	$\frac{\Delta r}{c_s}$	زمن وصول الاضطرابات البطيئة إلى الأرض
	$T=1.36$	$\frac{\Delta r}{U + c_s}$	زمن وصول الاضطرابات السريعة إلى الأرض
	$M=10.1$	$\frac{U}{c_s}$	عدد ماخ الصوتي

هذا يعني ان الجسيمات تصل إلى الأرض في حوالي يومين بينما الاضطرابات تستغرق وقت 21 يوم هذا الفرق ناتج عن التدفق فوق صوتي بقوة $M=10.1$. أما الاضطرابات السريعة تعطي الإنذار . يظهر الارتباط الإحصائي بين T و n و k وفق الجدول 5

الجدول 5 يوضح الارتباط الاحصائي الثلاثي

العلاقة بين	نوع العلاقة في البحث	النتيجة	الطريقة
T و K	علاقة اختبار الاستقلال الإحصائي	تثبت أن k متغير مستقل	إذا تطابقت القيمتان لدرجة الحرارة يدل على وجود علاقة إحصائية بين الذيل والجسم
n و T	علاقة ترموديناميكية كلاسيكية	تثبت أن النظام كلاسيكي	بتحقق صحة قانون الغاز المثالي
n و K	علاقة تفسير حركي (الأزمة المميزة)	تشرح سبب ثبات k	الكثافة المنخفضة تجعل التصادمات نادرة هي المسؤولة عن ثبات k لان البلازما متوسعة وممتدة

قمنا بإجراء مقارنة نتائج البحث مع الدراسات السابقة وفق الجدول 6

الجدول 6 يوضح مقارنة نتائج البحث مع الدراسات السابقة

البارامتر	قيمته في البحث	النطاق المنشور	المرجع	التوافق	العمل البحثي
k	3	2-6	[13]	متوافق مع قيم المرجع	استخلاصه من درجة التأرجح
γ	1.29	1.2-1.7	[13]	متوافق مع قيم المرجع	استنتاجه من k المثبت تناسقه
K	5	أكبر من 3	[14]	متوافق مع قيم المرجع	تأكيد الطبيعة غير الماكسويلية
T	$2.32 \times 10^5 K$	$1.5-3 \times 10^5 K$	[15]	متوافق مع قيم المرجع	توافق مع التدرج الشعاعي لمعامل كابا
n	$20 cm^{-3}$	$10-30 cm^{-3}$	[13]	متوافق مع قيم المرجع	توافق مع التدرج الشعاعي لمعامل كابا
الأزمة المميزة	$T_{coll} \gg T_{exp}$	$T_{coll} \gg T_{exp}$	[13]	متوافق مع قيم المرجع	توضيح ثبات معامل كابا
اختبار الاستقلال الإحصائي	منهجية جديدة	غير مطبقة مسبقا	إضافة علمية		

قمنا بإجراء مقارنة شاملة مع النماذج الأخرى لدراسة توزيع كابا في الرياح الشمسية وفق الجدول 7

الجدول 7 المقارنة مع النماذج مختلفة

النموذج [1-16]	المستوى المنهجي	السبب	القيود والمشكلات	تعامله مع معامل كابا
ماكسويل بولتزمان MB	نظري حساب مباشر للعزوم	معادلة رياضية تفترض لوصف النظام في حالة الاتزان الحراري	الفشل في وصف الذيل الفائقة المرصودة في الرياح الشمسية	غير موجود $k \rightarrow \infty$
SKD	نظري -حركي موانمة مباشرة	نموذج رياضي لوصف البلازما غير متزنة يستخدم مع بيانات رصدية عبر الموانمة	تباعد العزوم عند قيم لمعامل كابا منخفضة	معامل حر
RKD	نظري -حركي موانمة مباشرة	تطوير لنموذج SKD بإضافة حد قطع أسي لحل تباعد العزوم	لا توجد قيود رصدية مباشرة عليه يتطلب تحليل حساسية لقيمته	معامل حر
Bi-Kappa	نظري -حركي موانمة مباشرة	تعميم النموذج SKD ليشمل تباين الخواص	عدد معاملات الحرة تزيد من عدم الاستقرار	معاملان حران

Superstatistics	نظري - إحصائي الشروط الحدية في الإنتروبية المعممة	إطار نظري يفسر أصل توزع كبا	يتطلب افتراض مسبق لتوزع درجات الحرارة، ليس نموذج رصدي مباشر، لا يقدم طريقة لاستخلاص k من البيانات	ثابت فيزيائي
منهجية البحث	رصدي إحصائي تقييد K بالعزم الرابع	لا تفرض شكل التوزع، بل تستخلص من العزم الرابع ونختبره بالعزم الثاني	مقتصرة على حالة موحدة الخواص لم تعمم على حالات واقعية (RKD, Bi-Kappa) (RKD)، يتطلب حجم بيانات كبير لضمان الدقة	كمية فيزيائية مقاسة ومستقلة

قمنا بإجراء مقارنة مع الأبحاث السابقة في دراسة توزيعات كبا على المستوى المنهجي وفق الجدول 8

الجدول 8 مقارنة المنهجيات

المرحلة	المنهجية	الطريقة	النتيجة	القصور
الأولى	الموائمة المباشرة [17]	يتم استخدام جميع نقاط البيانات الرصدية لدالة التوزيع دفعة واحدة من القلب حتى الذيل الفائق للبحث عن قيمة k التي تجعل منحني كبا النظري ينطبق بشكل أفضل على هذه البيانات	إثبات أن كبا يصف الذيل الفائق	Kمعامل حر
الثانية	العزوم [7]	يتم حساب العزوم مباشرة من البيانات دون افتراض شكل توزع مسبق ثم مقارنتها مع العزوم النظرية لنماذج كبا وماكسويل وأظهروا تفوق نموذج كبا	حساب k دون افتراض الشكل وإثبات أن k هو متغير مستقل يصف حالة البلازما	لا استقلال إحصائي
الثالثة	اختبار الاستقلال الإحصائي	تتجاوز المنهجيتين السابقتين، تستخلص k من نسبة العزم الرابع على مربع العزم الثاني ولا تستخدم T في تحديد k، للتنبؤ بقيمة درجة الحرارة ومقارنتها مع القيمة الرصدية كاختبار للاستقلال الإحصائي	إثبات أن k كمية فيزيائية مقاسة ومقيدة رصديا	منهجية جديدة

لحساب k بطريقة الموائمة [17] لنفس البيانات، يتم التعامل مع توزيع كبا القياسي SKD كدالة رياضية ذات معاملات حرة n, k, θ ، الهدف هو إيجاد هذه المعاملات التي تقلل الفرق بين المنحني النظري ونقاط البيانات الرصدية وفق مربع كاي:

$$\chi^2(k, \theta, n) = \sum_{i=1}^N \frac{[f_{obs}(v_i) - f_{model}(v_i, n, \theta, k)]^2}{\sigma_i^2}$$

$f_{obs}(v_i)$: قيمة دالة توزيع المقاسة عند v_i

$f_{model}(v_i, n, \theta, k)$: قيمة دالة توزيع كبا النظري عند نفس السرعة

σ_i^2 : مربع عدم اليقين عند قياس v_i

ننفذ الموائمة باستخدام برنامج Python بطريقة المربعات الصغرى لنحصل على

$$k \approx 2.85$$

هذه القيمة قريبة من القيمة الحقيقية لكنها ليست مطابقة بسبب تأثير البيانات المشوشة، السبب طريقة الموائمة تعطي وزنا متساويا لكل البيانات بما فيها نقاط الذيل المشوشة فتنحرف قليلا، أما الطريقة المتبعة في هذا البحث تعتمد على التكاملات لذلك تنعم تأثير التشويش العشوائي مما يجعل k أكثر استقرارا. يمكن مقارنة التنبؤ بحالة الطقس وفق الجدول بطريقة الموائمة

الجدول 9

2.85	معامل كابا
1.298	معامل الحرارة
49.9Km/s	سرعة الصوت
10.02days	عدد ماخ الصوتي
2.08days	زمن وصول البلازما إلى الأرض
1.89days	زمن وصول الاضطراب السريع
20.8days	زمن وصول الاضطراب البطيء

لدعم منهجية الاستقلال الاحصائي لمعامل كابا التي تم أثباتها داخليا وفق فترة زمنية محددة، سوف نتبع مسار ثيرموديناميكي ونثبت استقلاله الفيزيائي خارجيا، وذلك من خلال حساب المعامل الحراري من العلاقة البوليتروبية وفق

سلسلة من الفترات الزمنية لإجل بروتونات رياح الشمسية السريعة [18]

$$T \propto n^{\gamma-1}$$

$$\ln T = (\gamma - 1) \ln n + \text{const}$$

نستخدم طريقة الفروق المركزية لحساب معامل الحرارة المحلي عند كل نقطة داخلية ومعامل كابا المحلي وفق الجدول

$$\gamma_i = 1 + \frac{\ln T_{i+1} - \ln T_{i-1}}{\ln n_{i+1} - \ln n_{i-1}}$$

$$k_i = \frac{1}{\gamma_i - 1} - \frac{1}{2}$$

الجدول 10

Rs	n cm ⁻³	T ev	Ln n	Ln T	γ_{local}	k_{local}
10	10000	80	9.2103	4.3820		
12	7000	68	8.8537	4.2195	1.464	1.655
14	5000	58	8.5172	4.0604	1.444	1.754
16	3500	50	8.1605	3.9120	1.366	2.231
18	2500	45	7.8240	3.8067	1.366	2.480
20	1800	40	7.4955	3.6889	1.341	2.431
22	1300	36	7.1701	3.5835	1.327	2.555
24	1000	33	6.9078	3.4965	1.376	2.163
26	800	30	6.6846	3.4012	1.466	1.647
28	650	27	6.4770	3.2958	1.388	2.078
30	500	25	6.2146	3.2189		

نقوم بحساب مقدار التشتت لمعامل كابا ونجري اختبار ارتباط إحصائي له مع درجة الحرارة والكثافة وفق الجدول 11

الجدول 11

متوسط معامل كابا	الانحراف المعياري لمعامل كابا	معامل كابا	الارتباط الاحصائي لمعامل كابا مع درجة الحرارة (ارتباط بيرسون)	الارتباط الاحصائي لمعامل كابا مع درجة الحرارة (ارتباط بيرسون)
$\bar{k}$	$\sigma_k = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (k_i - \bar{k})^2}$	$k = \bar{k} + \sigma$	$r_{k,T} = \frac{\sum_{i=1}^N (k_i - \bar{k})(T_i - \bar{T})}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^N (k_i - \bar{k})^2\right) \sqrt{\left(\sum_{i=1}^N (T_i - \bar{T})^2\right)}}$	$r_{k,n} = \frac{\sum_{i=1}^N (k_i - \bar{k})(n_i - \bar{n})}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^N (k_i - \bar{k})^2\right) \sqrt{\left(\sum_{i=1}^N (n_i - \bar{n})^2\right)}}$
2.111	$\sigma = 0.354$	$k \approx 2.11 \pm 0.35$	-0.34	= -0.40

على الرغم من أن الكثافة انخفضت بحوالي 20 مرة ودرجة الحرارة بأكثر من 3 مرات، فإن معامل كابا بقيت محصورة حول القيمة المتوسطة مع تشتت محدود ولم يظهر ارتباطا خطيا قويا بل ضعيف مع درجة الحرارة والكثافة تم التنبؤ بحالة الطقس وفق الجدول 11

الجدول 11

Rs	T ev	T($\times 10^6$)	V(Km/s)	زمن وصول البلازما T_{plasma} بالتكامل العددي يوم	سرعة الصوت	زمن وصول الاضطراب إلى الأرض $T_{pert} = T_{plasma} \times \frac{M}{M+1}$	عدد ماخ الصوتي M	γ_{local}	k_{local}
10	80	0.9283600	250	4.45					
12	68	0.789106	260	4.39	97.66	3.19	2.66	1.464	1.655
14	58	0.673061	270	4.33	89.58	3.25	3.01	1.444	1.754
16	50	0.580225	280	4.27	80.89	3.31	3.46	1.366	2.231
18	45	0.522203	290	4.21	76.74	3.33	3.78	1.366	2.480
20	40	0.464180	300	4.16	71.69	3.36	4.18	1.341	2.431
22	36	0.417762	315	4.11	67.65	3.38	4.66	1.327	2.555
24	33	0.382949	330	4.06	65.95	3.38	5.00	1.376	2.163
26	30	0.384135	345	4.01	64.91	3.38	5.31	1.466	1.647
28	27	0.313322	360	3.96	59.91	3.39	6.01	1.388	2.078
30	25	0.290113	380	3.92					

تشير النتائج أن تسارع الرياح الشمسية مع الابتعاد عن الشمس يؤدي إلى تقليل زمن انتقال البلازما إلى الأرض بصورة ملحوظة.

حسبنا زمن وصول البلازما إلى الأرض بطريقة التكامل العددي (قاعدة شبه المنحرف) وهي حالة خاصة من صيغ نيوتن - كوتس العامة [19] وفق التالي

الزمن المتبقي لقطع المسافة من R_i إلى الأرض

$$t_{plasma}(R_i) = \int_{R_i}^{215} \frac{dR}{V(R)}$$

بما أنه لدينا سرعات عند نقاط منفصلة، نستخدم قاعدة شبه المنحرف :

$$\Delta t_{i \rightarrow i+1} = \frac{\Delta R}{\text{متوسط السرعة}} = \frac{1390000}{\left(\frac{V_1 + V_2}{2}\right) \times 86400} \text{ يوم}$$

حيث تعطى الثوابت وفق الجدول

الجدول 12

$1Rs = 695,500Km$	$\Delta R = 2Rs = 1,391,000$	$1Au = 215 Rs$	عدد الثواني في اليوم = 86400 ثانية
-------------------	------------------------------	----------------	---------------------------------------

حساب الأزمنة الجزئية بين كل نقطتين متتاليتين (من $Rs=10$ إلى $Rs=30$) وفق الجدول

الجدول 13

الفترة	متوسط السرعة	الزمن الجزئي $\Delta t_{i \rightarrow i+1}$
10 → 12	255	0.0631
12 → 14	265	0.0608
14 → 16	275	0.0585
16 → 18	285	0.0565

0.0546	295	18 → 20
0.0524	307.5	20 → 22
0.0499	322.5	22 → 24
0.0477	337.5	24 → 26
0.0457	352.5	26 → 28
0.0435	370	28 → 30

المجموع الكلي للزمن حوالي (12.8) ساعة

حساب الزمن المتبقي من آخر نقطة إلى الأرض

المسافة المتبقية بكيلومتر = 128,667,500km

$$t_{30 \rightarrow Earth} = \frac{128,667,500}{380 \times 86400} = 3.9185 \text{ day}$$

حساب الزمن التراكمي المتبقي من كل نقطة (t_{plasma}) النهائي

نجمع الأزمنة الجزئية من النقطة المطلوبة حتى $R_s=30$ ثم نضيف $t_{30 \rightarrow Earth}$ وفق الجدول 14

الجدول 14

t_{plasma}	$t_{30 \rightarrow Earth} +$	الزمن التراكمي	R_s
3.92	3.9185+	0000	30
3.96	3.9185+	0.0435	28
4.01	3.9185+	0.0892=0.0457+0.0435	26
4.06	3.9185+	0.1369=0.0477+0.0892	24
4.11	3.9185+	0.1868=0.0499+0.1369	22
4.16	3.9185+	0.2392=0.0524+0.1868	20
4.21	3.9185+	0.2938=0.0546+0.2392	18
4.27	3.9185+	0.3503=0.0565+0.2938	16
4.33	3.9185+	0.4088=0.0585+0.3503	14
4.39	3.9185+	0.4696=0.0608+0.4088	12
4.45	3.9185+	0.5327=0.0631+0.4696	10

الاستنتاجات والتوصيات:

تبيّن النتائج أن القيمة $k \approx 3$ يمكن أن تمثل ثابتاً حركياً فعالاً ضمن الشروط الفيزيائية للعينة المدروسة، لأنها تحافظ على تناسق نسبة العزم الرابع إلى مربع العزم الثاني مع توزيع كبا القياسي. ومع ذلك، فإن هذا الثابت يبقى ثابتاً مشروطاً بمجال القياس وخصائص البلازما المفترضة، ولا يرقى إلى ثابت فيزيائي عام إلا بعد اختباره على سلاسل زمنية واسعة وإثبات عدم ارتباطه الجوهري بدرجة الحرارة والكثافة وسرعة الجريان. أظهر تحليل الأزمنة المميزة أن:

$$\tau_{coll} \gg \tau_{exp} \gg \tau_p$$

وهذا يدعم وصف بروتونات الرياح الشمسية كبلازما ضعيفة التصادم قادرة على الاحتفاظ ببنية غير ماكسويلية خلال زمن الانتقال في الوسط بين الكوكبي. كما أن القيم المحسوبة لطول ديبي، وعدد ديبي، والتردد البلازمي البروتوني، ومعامل الاقتران تؤكد أن البلازما المدروسة ضعيفة الاقتران وتحقق شروط السلوك الجماعي، وهذا يدعم أن توزع كبا يحقق قانون الفازات المثالي

الاتفاق بين قيم k المستخرجة من الوصف البوليتروبي ومن عزوم التوزيع الحركي يشير إلى أن معامل كابا معلمة بنيوية للتوزيع الجسيمي ، كما أن ثباتها النسبي رغم التغير الكبير في الكثافة ودرجة الحرارة يوحي بأن التمدد الكروي للرياح الشمسية يؤثر في مقاييس البلازما الماكروسكوبية أكثر مما يؤثر في البنية الإحصائية الدقيقة للتوزيع السريع رغم أن أجربنا الاختبار على بيانات مختلفة لبروتونات الرياح الشمسية (سريعة وبطيئة) .

توصي الدراسة بتوسيع التحليل ليشمل عددا كبيرا من نقاط القياس من بيانات المسابر الشمسية، وحساب k عند كل نقطة زمنية من العزوم أو من الموائمة المباشرة، ثم اختبار ارتباطه بدرجة الحرارة والكثافة وسرعة الجريان. كما توصي بمقارنة توزيع كابا موحدة الخواص مع نماذج متباينة الخواص، ولا سيما في الحالات التي يكون فيها الحقل المغناطيسي مؤثرا في شكل تابع التوزيع.

References:

- [1] M. Lazar and H. Fichtner, *Kappa Distributions from observational evidences via controversial predictions to a consistent theory of nonequilibrium plasmas*, 1 th ed ,Cham, Switzerland :Springer, 2021.
- [2] M. Temmer, "Space weather: the solar perspective". *Living Reviews in Solar Physics*, vol.18, no.4, pp.1-80 , 2021.
- [3] Linxia He , Haiboyu , Guo Chen, "Enhanced Acceleration and Escape of Hydrogen pickup Ions vpsream from mars by interplanetary shocks",*The Astrophysical Journal*,vol. 967,no.2,pp75, 2024.
- [4] G. Livadiotis, *kappa distributions theory and Applications in plasmas*, 1th ed, Saint Louis, Mo, USA: Elsevier Science, 2021.
- [5] M.Maksimovic, V. Pierrard, and P. Riley, "Ulysses electron distribution fitted with kappa functions",*Geophysical Research Letters*, vol.24, no.9, pp.1151-1154, 1997.
- [6] V. Pierrard,M. Peters de Bonhome, J.Halekas, C.Audoor, P.Whittlesey,R.Livi, "Exospheric solar wind Model Based on Regularized kappa Distributions for the Electrons constrained by parker solar probe observations",*plasma*, vol.6, no.3, pp518-540, 2023.
- [7] G. Nicolaou, G. Livadiotis, "one the Determination of kappa Distribution functions from space plasma observations",*Entropy*, vol.22, no.2, pp.212, 2020.
- [8] N.M. Temme , *special functions An in trodution to the classical functions of mattematical physice*,1th ed, New York:John Wiley&Sons, 1996.
- [9] J. Stewart , *Calculus Early Transcendentals*, 7 th ed, Belmont,CA: Brooks/Cole,Cengage, 2012.
- [10] G.Livadiotis , "Derivation of the entropic formula for the statistical mechanics of space plasmas",*Nonlinear processes in Geophysics*, vol.25, no.1, pp.77-88, 2018.
- [11] G. Livadiotis, *kappa distributions theory and Applications in plasmas*, 1th ed, Saint Louis, Mo,USA: Elsevier Science, 2017.
- [12] D. Verscharen , K.G. Klein, and B. A. Maruca , "The multi-scale nature of the solar wind" ,*Living Reviews in Solar physic*,vol.16, no.1, pp.5, 2019.
- [13] Nicolaou, G.,Livadiotis,G. "Long-term Correlations of Polytrropic Indices with kappa Distribution in solar wind", *The Astrophysical Journal*, vol.884, no.1, pp.52, 2019.
- [14] P.Louarn et al. "Mele,G.Skewness and kurtosis of solar wind proton distribution functions: The normal inverse-Gaussian model and its implication", *Astronomy&Astrophysics*, vol.682, no.1, pp.A44, 2024.

[15] M. Maksimovic, S. D. Bale, L. Bercic, et al. "Anticorrelation between the Bulk Speed and the Electron Temperature in the Pristine Solar Wind: First Results from the parker solar probe and comparison with Helios", * The Astrophysical Journal *, vol.246, no.2, pp.62, 2020.

[16] F.F. Chen, *Introduction to Plasma physics and Controlled Fusion*, 3th ed, Cham ,Switzerland: Springer, 2016.

[17] N.E.Raouafi , "Parker solar probe from Exploration to paradigm shifting Discoveries",in * Proceedings of the 2025 EGU General Assembly*,Vienna, Austria, pp.25-1180.

[18] Yogesh, et al. Solar Wind Heating Near the Sun: A padial Evolution Approach. AriXiv:2602.10275v2, 2026.

[19] C. W. Ueberhuber. Numerical computation2: Methods, Software, and Analysis. Springe.p.100. 1997.